

ملتزم الطبع والنشر
دار الفكر العربي


KHATAB


الدكتور فؤاد البهي السيد
علم النفس الإحصائي
وقياس
MOHAMED KHATAB
والنشر
دار الفكر العربي


MOHAM KHATAB



وقياس العقل البشري

تأليف

الدكتور فؤاد البهي السيد
أستاذ علم النفس بكلية التربية
جامعة عين شمس

ملتزم الطبع والنشر
دار الفكر العربي

الطبعة الأولى ١٩٥٨

الطبعة الثانية المعدّلة ١٩٧١

مطبعة دار التأليف ٨ شارع يعقوب بالمالية بمصر
تليفون ٢١٨٤٦

اللهمّ إنّا نعوذ بك من التكلّفِ لما لا نحسِن

كما نعوذ بك من العُجْبِ بما نحسِن



بسم الله الرحمن الرحيم

التاريخ الطبيعي لكتاب علم النفس الإحصائي

عندما ظهرت الطبعة الأولى لكتاب علم النفس الإحصائي سنة ١٩٥٨ كان ميدان هذا العلم الناشيء الجديد مازال في مرحلته القديمة لم تتحدد معالمه بعد ، ثم اتضحت الرؤية في الستينيات وذلك عندما تكامل المنهج الإحصائي الذي تعتمد عليه أبحاث الفروق الفردية مع المنهج الرياضي الذي تعتمد عليه أبحاث علم النفس التجريبي . وأصبح لزاماً على كل دارس وباحث في ميدان علم النفس أن يلم بالأساليب الإحصائية والرياضية في معالجة الظاهرة النفسية .

وقد ظهرت أهمية هذا الكتاب في الأبحاث المختلفة التي اعتمدت عليه خلال السنوات الطويلة التي عاشها منذ سنة ١٩٥٨ ، وأصبحت الطريقة التقاربية في التحليل العاملي التي نشرها مؤلف هذا الكتاب لأول مرة سنة ١٩٥٨ هي أكثر الطرق نجاحاً في أغلب الأبحاث النفسية المصرية التي قام بها طلبة الماجستير والدكتوراه في كلية التربية والكليات الأخرى المماثلة . وأصبح كتاب علم النفس الإحصائي هو المرجع الأساسي في هذا النوع من التحليل ، وفي المعايير التائية ، والتساعي المعياري الذي يعد بحق أصلح المقاييس الإحصائية النفسية لتحديد مستويات الفروق الفردية في البيئة المصرية .

وهذه الطبعة الجديدة لعلم النفس الإحصائى تضيف نتائج بعض الأبحاث الحديثة فى هذا الميدان وخاصة معامل الارتباط الثلاثى الذى يصلح للمعالجة الإحصائية لأسئلة الاستفتاءات التى تعتمد على التقسيم الثلاثى أو الخماسى لاستجابات الأفراد .

ويشتمل الكتاب فى صورته الأولى وطبعته الجديدة على نوعين رئيسيين : هما الإحصاء الوصفى والإحصاء التحليلى ، وعلى التطبيقات النفسية المختلفة لكل نوع من هذين النوعين . ولذا تمتد الفصول التى تعالج مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت إلى المعايير النفسية الطولية والمستعرضة . وتمتد الفصول التى تعالج معاملات الارتباط لتبين طرق استخدام الارتباط الثنائى فى تحليل مفردات الاختبار . ويمتد التحليل الإحصائى ليعالج أهمية تحليل التباين فى الكشف عن الفروق الفردية بين الجنسين فى النواحى النفسية المختلفة . ويتصدى التحليل العاملى لمعالجة المكونات الأساسية للعمليات العقلية والسمات المزاجية والاتجاهات الاجتماعية .

ذلك هو أسلوب الكتاب ومنهجه ، وتلك هى غايته .

والله أرجو أن يعين الكتاب الدارسين والباحثين على الكشف عن الخصائص النفسية للإنسان العربى المعاصر .

وعلى الله قصد السبيل ؟

فؤاد البهى السيد

جامعة عين شمس — كلية التربية
يوليو ١٩٧١

فهرس الموضوعات



الفصل الأول

المدخل

مقدمة

يهدف هذا الفصل إلى توضيح المعالم الأولى والعمليات العددية التي تقوم عليها الوسائل الإحصائية حتى لا يجد القارىء صعوبة أو مشقة في قراءة الفصول التالية . ولذا فهو يبدأ بدراسة نشأة الإحصاء وأهميته في الأبحاث العلمية وارتباطه بخطوات البحث العلمي ثم يتطور ليبين علاقة الإحصاء بالقياس النفسي والفروق الفردية ، ثم ينتهي إلى معالجة الوسائل الحسابية اللازمة للإحصاء وخاصة حدود التقريب ، والطرق المتبعة في حساب الجذر التربيعي ، ومربعات الأعداد المتتالية .

نشأة الإحصاء

الإحصاء في اللغة العد الشامل . ومن المجاز قول العرب لم أر أكثر منهم حصًى أي لم أر أكثر منهم عدداً ، وقولهم هذا أمر لا أُحصيه أي لا أطيقه ولا أضبطه (١) .

---

(١) راجع أساس البلاغة للزمخشري ، والقاموس المحيط للفيروزابادي — يقال أحصى: بمعنى عدَّه وحفظه وعَقَله وضبطه .

وقد نشأ علم الإحصاء فى إطار التنظيم السياسى للدولة على يد البارون بيفلد J. F. Von Biefeld سنة ١٧٧٠ ، وترجع النشأة الرياضية الصحيحة لهذا العلم إلى أبحاث لابلاس Lap lace الرياضى الفرنسى وجاوس Gauss الرياضى الألمانى، وجولتون Galton العالم الانجليزى وكارل بيرسون Karl Pearson الرياضى الانجليزى(١) .

أهمية الإحصاء فى الأبحاث العلمية

الإحصاء كما يفهمه أغلب الناس لا يخرج عن كونه جمع معلومات رقمية وعرضها فى جداول ورسوم بيانية ، وقد تفهمه طائفة قليلة من الناس فى إطار حساب المتوسطات والنسب المختلفة .

والإحصاء فى صورته الحديثة هو إحدى الدعامات الرئيسية التى تقوم عليها الطريقة العلمية فى بحثها للعلوم الإنسانية والعلوم المتصلة بأى لون من ألوان الحياة .

والطريقة العلمية فى جوهرها العام لا تخرج عن الخطوات التالية(٢) :

١ — القيام بإجراء ملاحظات وتجارب موضوعية

٢ — استخلاص النتائج الموضوعية التى تؤدى إليها تلك التجارب .

٣ — صياغة القوانين والنظريات التى تفسر نتائج التجارب المختلفة .

ويرتبط علم الإحصاء ارتباطاً وثيقاً بالخطوتين الأولى والثانية . وذلك لأنه يحدد الشروط الأساسية لموضوعية التجارب وخطتها ووسيلتها ومنهجها،

---

(1) Yule, G. U., and Kendall, M. G. An Introduction to the Theory of Statistics, 1946, p. p. 4—5 .

(2) Mood. A. M. Introduction to the Theory of Statistics, 1950, p. p. 1—4 .

وهو يحدد أيضاً طرق التحليل المناسبة لكل تجربة ومدى التعميم الذى تنطوى عليه نتائج تلك التجارب .

وهكذا تعتمد الأبحاث الحديثة فى العلوم المختلفة على الطريقة العلمية التى تقوم على الملاحظة الدقيقة والتجريب العلمى والتحليل الرياضى والاستنتاج المنطقى . وبهذه الطريقة وحدها تصبح العلوم المختلفة علوماً تجريبية موضوعية . وتؤدى الملاحظة من ناحية ، والتجربة من ناحية أخرى إلى جمع معلومات عدة هادفة عن الظواهر التى تنطوى تحت التقسيمات المختلفة للعلوم . ولعل أحسن طريقة لتركيز هذه المعلومات هى الطريقة العددية التى تعتمد فى جوهرها على رصد النتائج رصداً موجزاً واضحاً . لكن الأعداد وحدها وبصورتها الخام الأولية لا تكفى لفهم وتفسير الظاهرة العلمية تفسيراً صحيحاً . ولهذا يلجأ الباحث إلى تحليل نتائجه تحليلا إحصائياً ليدرك مثلا مدى تجمعها وتشتتها وارتباطها ، وغير ذلك من ضروب التحليل الإحصائى . وهو يهدف بهذا التحليل إلى فهم العوامل الأساسية التى تؤثر على الظاهرة التى يدرسها وقد يصل من هذا كله إلى الكشف عن الفكرة الجوهرية أو القانون العام الذى يصلح لتفسير تلك الظاهرة والظواهر الأخرى التى تنتمى إليها .

لهذا كان الإحصاء من أهم الوسائل التى يستعين بها الباحث وتستعين بها العلوم المختلفة فى الوصول إلى نتائجها وفى تحليل هذه النتائج وتطبيقها ونقدها .

وقد شهد هذا القرن ، والقرن الماضى ، ظهور علوم جديدة نشأت من اقتران الإحصاء بالعلوم المختلفة ، فاقترن الإحصاء بالرياضة البحتة ، والميكانيكا ، وعلم النفس ، وعلم الحياة ، وعلم الاقتصاد ، وعلم الاجتماع ، وعلوم أخرى لينشىء من ذلك كله علوماً جديدة مثل علم الإحصاء الرياضى Mathematical Statistics ، والميكانيكا الإحصائية Statistical Mechanics

وعلم النفس الإحصائى Statisti cal Psychology ، وعلم الحياة الإحصائى Biometry ، وعلم الاقتصاد الإحصائى Statistical Economy . وهكذا ما يزال العلم يكشف عن تطبيقات جديدة للأحصاء فى الأبحاث النظرية ، والتجريبية والتطبيقية ، وفى جميع ضروب الحياة .

والعلم فى جوهره تنظيم اجتماعى يقوم على تبادل المعرفة بين المشتغلين بالبحث . وأغلب الأبحاث الحديثة - كما أسلفنا - تعتمد على الأرقام والمعالجة الإحصائية للبيانات العددية المختلفة ولهذا كان لزاماً على المشتغلين بالبحث والملقين عليه ، والدارسين له ، والقارئين لآثاره ، والمنتفعين بنتائجه أن يعرفوا مناهجه التجريبية ووسائله العددية الإحصائية ليسايروا تطوره وتطبيقاته المتنوعة .

ويقاس التطور العلمى لأى فرع من فروع المعرفة البشرية بمدى تطور مناهجه ووسائله ، وقد أحرزت العلوم الطبيعية قصب السبق فى هذا المضمار لبساطة تكوينها وثبوت نتائجها وخضوعها المباشر للضبط العلمى الهادف ، واستعانتها المبكرة بالأعداد والعلوم الرياضية . وتخلفت العلوم الإنسانية فى نشأتها الأولى عن هذا التطور لتعقيدها ومرونتها التى تحول بينها وبين الضبط العلمى البسيط . ومن المفارقات الغريبة أن علم النفس كان أسبق من العلوم الطبيعية فى الكشف عن الطاقة الكامنة والطاقة الحركية . وكان أرسطو أول من عرّف الطاقة الكامنة البشرية بأنها حالة النوم التى تطرأ على الإنسان ، وعرّف الطاقة الحركية بأنها حالة النشاط التى تبدو فى اليقظة . ثم تخفف علم النفس من هذه المفاهيم الجوهرية وتركها للعلوم الطبيعية التى استعانت بها فى تطورها الرئيسى ، ثم عاد علم النفس ليستعيرها من قادتها المحدثين .

الإحصاء وخطوات البحث العلمى

الإحصاء كما بينا من أهم الوسائل الحديثة القوية للبحث العلمى فى ميادينه المختلفة بوجه عام ، وفى الميادين الإنســــانية بوجه خاص . والبحث العلمى لا يستقيم إحصائيا إلا إذا انتظم فى خطوات منطقية واضحة . وسنحاول أن نبين فى الفقرات التالية أهم هذه المعالم .

وتتلخص الخطوات الرئيسية للبحث العلمى الذى يعتمد على التحليل الإحصائى فى إختيار المشكلة ، وتنظيم خطة البحث ، وجمع المعلومات وتبويبها ، ووصفها إحصائياً ، وتحليلها ، وتفسير نتائجها ، ثم تسجيلها فى تقرير يبين نواحيها المختلفة .

١ — اختيار المشكلة

تتلخص أهم الأسس الرئيسية لاختيار المشكلة فى :

١ — ألا تكون كبيرة واسعة حتى لا تصبح ضحلة ، وألا تكون ضيقة جداً محدودة حتى لا تصبح تافهة ، بل تكون وسطاً بين هذه وتلك ، متزنة مناسبة حتى تصل بالباحث إلى نتائجها المرجوة فى يسر وقوة .

٢ — وأن يكون توقيتها مناسباً معقولا من حيث بدئها ومداها ونهايتها .

٣ — وأن تكون تكلفتها فى حدود إمكانيات الباحث وإلا عاقته هذه الأمور عن إتمام بحثها .

٤ — وأن تكون جديدة لتكشف عن بعض الآفاق المجهولة ، وإلا فقدت قوتها وأهميتها .

٥ — وأن تتفق وميل الباحث ومستوى قدرته على معالجتها .

٦ - وأن تكون بياناتها المختلفة ميسورة بحيث لا تكلف الباحث عنتاً أو مشقة فى جمعها .

٢ — خطة البحث العلمى وجمع المعلومات

تقوم خطة البحث على بناء تنظيم علمى متماسك يسبق القيام بالبحث ، وقد تشتمل هذه الخطة على نموذج مصغر للبحث وذلك للكشف عن نواحى قوته وضعفه ، والتغلب على الصعوبات التى قد تواجهه ، ولتبيان أوضح المسالك لمعالجة المشكلة معالجة علمية دقيقة . وهى بهـــذا المعنى تشبه النموذج المصغر أو الرسم التوضيحى الذى يعده المهندس المعمارى قبل قيامه بعملية البناء .

هذا ويجب أن تشتمل خطة دراسة المشكلة على بيان تفصيلى لمصادر المعلومات ومدى دقتها والطرق المختلفة لجمعها ووسيلتها ملاحظة كانت أم تجريباً أم إعادة تبويب للمعلومات القائمة . وبذلك تتناول هذه الخطة بياناً تفصيلياً عن عينة الأفراد التى تستخدم فى التجربة والأسس العلمية لاختيارها وعينة الاختبارات والمقاييس التى تجرى ، والأسس العلمية لاختيارها أو لصياغتها وتأليفها والأجهزة التى قد يستعان بها .

ومن الميسور إخضاع هذه الخطة للدراسة وذلك بإجراء تجربة تمهيدية على نطاق صغير للكشف عن أثر الظروف المختلفة فى نتائج التجربة ولمحاولة التحكم فى الشوائب الغريبة التى قد تعوق نمو البحث والكشف عن الأخطاء والغموض والنقص الذى لم يكشف عنه التنظيم الأول لخطة البحث . وحديثاً لجأ بعض الباحثين إلى تنظيم تجاربهم فى خطوات متعاقبة يتلو بعضها بعضاً بحيث تؤدى نتائج التجربة الأولى إلى تحديد مشكلة التجربة الثانية وتؤدى نتائج التجربة الثانية إلى تحديد مشكلة التجربة الثالثة ، وهكذا يتطور البحث حتى يصل إلى هدفه النهائى .

٣ – التبويب

عندما ينتهي الباحث من جمع المعلومات التي حددتها خطته في البحث ووسيلته في الجمع . فإنه يبوبها في جداول كبيرة متصلة ، أو بطاقات صغيرة منفصلة ليسهل عليه بعد ذلك تلخيصها وتحليلها وتفسيرها .

وفي مقدوره بعد ذلك أن يبوبها ثانية في جداول صغيرة ، ورسوم بيانية ، ومنحنيات وأشكال توضيحية ليبين معالمها وخواصها الرئيسية .

٤ – الوصف الاحصائي

يعتمد الوصف الإحصائي للظواهر المختلفة على الكشف عن مدى تجمع بياناتها العددية أو مدى تشتتها والعلاقات المختلفة التي تربط كل ظاهرة بأخرى والقيمة العددية لهذا الارتباط .

ولهذا يهدف الباحث في معالجته الإحصائية للظواهر التي يبحثها إلى معرفة متوسطاتها المختلفة أو نزعتها المركزية ليلخصها في صورة موجزة توضح أهم خواصها ، ويهدف أيضاً إلى معرفة مدى انتشارها وانحراف أفرادها عن هذه المتوسطات ليصل من ذلك كله إلى وصف شامل للظواهر التي يبحثها .

ويسمى هذا الميدان من ميادين علم الاحصاء بالاحصاء الوصفي .

٥ – التحليل الاحصائي

يعتمد التحليل الاحصائي على نوع المشكلة وخصائصها الرقمية وهدف البحث والتحليل الذي يصلح لمعالجة مشكلة ما قد لا يصلح لمعالجة مشكلة أخرى .

والوصف الاحصائي الشامل يمهد تمهيداً صحيحاً للتحليل الاحصائي المناسب لأنه يوضح الخواص الإحصائية للظاهرة .

ويسمى هذا النوع من ميادين علم الاحصاء بالإحصاء التحليلي .

ولا يحسبن الباحث أنه كلما غالى في اختيار الطرق الإحصائية المتناهية في دقتها أمكنه الوصول إلى نتائج قوية ، ذلك لأن نوع التحليل يعتمد على مدى دقة البيانات العددية التي اعتمد عليها الباحث في تحديد الظواهر التي يدرسها ، فبعض هذه الظواهر لا تحتاج في تحليلها إلى مثل هذه المغالاة ، لأنها بطبيعتها ليست حساسة لهذه الفروق المتناهية في الدقة ، ومثلها في ذلك مثل قياس المسافة بين القاهرة والإسكندرية لأقرب مليمتر أو حتى لأقرب سنتيمتر .

٦ — التفسير

ينطوي التفسير على ضرب من ضروب التعميم . ويجب ألا يجاوز هذا التعميم حده ومداه . وذلك لأنه يقوم على إطار تحدده عينة الأفراد الذين أجريت عليهم التجربة والاختبارات التي استخدمت في هذه الدراسة ، والأجهزة التي استعان بها الباحث للوصول إلى نتائجه . ومن الخطأ الشائع في بعض الأبحاث العلمية إجراء تجربة ما في إطار معين محدد ثم تعميم نتائج هذه التجربة دون استغراق شامل لجميع النواحي المختلفة للظاهرة العلمية .

وحري بالباحث أن يلتزم حدود نتائجه العلمية دون مبالغة أو إفاضة حتى لا يضل الناس في فهم نتائجه ، وحتى لا تنهار هذه النتائج سريعاً من جوانبها التي نأت بها بعيداً عن الإطار الموضوعي الواقعي للبحث .

٧ — التقرير

يبدأ التقرير من حيث بدأت المشكلة باختيارها وصياغتها ، وينتهي إلى حيث انتهت بالتحليل الإحصائي والتفسير النهائي . أي أنه بهذا المعنى يسجل

خطوات البحث فى تطورها خطوة تلو خطوة ليكون بذلك أقرب إلى الموضوعية العلمية والتنظيم المنطقى المتناسق .

ويشترط فى لغة البحث أن تكون واضحة موجزة موضوعية إلى الحد الذى تختفى فيه من تأكيد الذات حتى لا تصطبغ بصبغة ذاتية تبعدها عن الروح العلمى الصحيح .

وغالباً ما ينتهى التقرير بملخص واضح عن المشكلة ونتيجة بحثها ومدى قوة أو ضعف هذه النتائج ، وهو لهذا يوضح ، إلى حد ما ، نقد الباحث لنفسه ، والمشاكل الجديدة التى أسفر عنها البحث خلال تطوره ، ومدى صلاحية هذه المشاكل للبحث . فهو بذلك يفتح آفاقاً جديدة للبحث والدراسة .

الإحصاء والقياس

القياس بمعناه العام مقارنة ترصد فى صورة عددية ، كمقارنة الأطوال بالمتر ، والأوزان بالكيلو جرام أى أن نتيجة المقارنة تتحول إلى أعداد نسميها درجات ، والدرجات جمع درجة والدرجة تعنى المرتبة والطبقة .

وتعتمد المقارنة على النواحى الوصفية والنواحى الكمية . وتهدف النواحى الوصفية إلى الكشف عن وجود الصفة أو عدم وجودها ، كمقارنة الأطوال بالأوزان لتحديد الفروق القائمة بينهما حتى يتحدد بذلك نوع القياس الصالح لكل منهما وحتى لا يُظن أن الطول يقاس بالكيلو جرام والوزن بالمتر .

وتهدف النواحى الكمية إلى الكشف عن درجة وجود الصفة بعد أن كشفت المقارنة الوصفية عن وجودها وتمايزها .

وهكذا تعتمد الجداول الإحصائية على التصنيف الوصفي والرقمي للظواهر المختلفة فهي بذلك تقسم الصفات إلى أنواعها أهميتها بالنسبة لهدف البحث، ثم تقسمها إلى درجات تقاس بها كل صفة من تلك الصفات، أي أنها تبدأ وصفية وتنتهي رقمية.

الأسس العامة للتصنيف الإحصائي

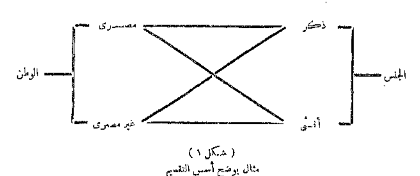
التصنيف من أهم دعائم المعرفة البشرية لأنه يلخص المعلومات المختلفة في قدر مناسب يستطيع معه العقل أن يستوعبه؛ ولأنه ينشىء ويكشف عن العلاقات الجوهرية التي تربط الأشياء بعضها بالبعض الآخر.

ويعتمد التصنيف على مدى تمايز الأشياء، وعلى تعميم هذا التمايز بحيث تنقسم الأشياء أو صفاتها إلى مجموعات بين كل مجموعة وأخرى فروق أساسية تبرز هذا الفصل القائم بينها، بحيث تضم كل مجموعة أفراداً يشتركون معاً في صفات أساسية تبرز جميعها معاً في وحدة متآلفة. فالنوع الإنساني يشتمل على المميزات الرئيسية للجنس البشري ويحول بين هذا الجنس والأجناس الأخرى حتى لا تتداخل معه في هذا التقسيم.

والتمايز قد يكون حاداً فاصلا، أو يكون متداخلا تداخلا قليلا أو كثيراً. ومن أمثلة التمايز الحاد في الصفات الحياة والموت والذكورة والأنوثة، ومن أمثلة التمايز المتداخل تداخلا قليلا فصول السنة، ومن أمثلة التمايز المتداخل تداخلا كبيراً أطوال الناس ولهذا ترصد هذه الأطوال في سلسلة متصلة من الدرجات بحيث يمكن جمعها في فئات مثل من ١٣٠ سم إلى ١٣٥ سم ومن ١٣٥ سم إلى ١٤٠ سم.

ويجب أن يكون أساس التقسيم واضحاً وإلا تداخلت الأسس واختلط

الأمر . فمن الخطأ تقسيم تلاميذ المدارس بنين وبنات وغير مصريين وإنما الصـــواب أن تقسم تلاميذ المدارس بالنسبة للذكورة والأنوثة ، ثم نعود لنقسمهم إلى من هو مصرى ومن هو غير مصرى حتى نستغرق الأقسام الفرعية. فالذكور قد يكونون مصريين أو غير مصريين . والإناث قد يكن مصريات أو غير مصريات والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



(شكل ١)
مثال يوضح أسس التقسيم

وهكذا نرى أن الأساس الأول للتقسيم فى مثالنا هذا هو الجنس ، والأساس الثانى للتقسيم هو الوطن . ويوضح هذا المثال فكرة الأقسام المنفصلة فإما أن يكون الطالب ذكراً أو أنثى ، وإما أن يكون مصرياً أو غير مصرى .

وقد تكون هذه الأقسام متصلة كالبياض والسواد وما بينهما من ظلال تميل من جانبها الأول نحو الأبيض حينما تكون باهتة خفيفة وتميل من جانبها الثانى نحو الأسود حينما تكون قاتمة ثقيلة وتتوالى درجاتها فى تسلسل متصل من بدئها إلى نهايتها .

وهكذا تنقسم البيانات العددية بالنسبة لتتابعها إلى نوعين رئيسيين : منفصلة ومتصلة .

التصنيف الثنائي

ينقسم التصنيف الإحصائي للصفات المختلفة إلى نوعين رئيسيين :

١ ـ التصنيف الثنائي ـ وهو يحتوى على أجناس ، ينقسم كل جنس فيها إلى نوعين فقط .

٢ ـ التصنيف المتعدد ـ وهو يحتوى على أجناس ، ينقسم كل جنس فيها إلى أكثر من نوعين .

والتصنيف الثنائي أكثر التصنيفات بساطة وفائدة وشيوعاً ويستخدم فى كثير من المعاملات الإحصائية مثل معامل الارتباط الرباعى . ويستخدم التصنيف المتعدد فى التحليل العاملى ويعد هذا النوع من التحليل الأساس العلمى الذى تعتمد عليه أبحاث القدرات العقلية وسمات الشخصية ومقاييس الاتجاهات النفسية .

الوسائل الحسابية

من أهم الوسائل الحسابية التى يعتمد عليها الباحث فى عملياته الإحصائية التقريب وقواعده الرئيسية ، وحساب الجذر التربيعى ، ومربعات الأعداد المتتالية ، والآلات والجداول والرسوم الحاسبة .

التقريب

للتقريب حدود يجب أن تراعى حتى لا يغالى الباحث فى تسجيل أرقام لا قيمة لها للبحث ، فتعوق فهم نتائجه النهائية ، وتحيطه بهالة من الدقة الظاهرية التى تحجب حقيقته وتظل عبئاً ثقيلا على العمليات الحسابية من بدئها إلى نهايتها دون فائدة ترجى من هذا العمل الشاق المرهق . وأحياناً يغالى الباحث فى تقريبه فيحذف أرقاماً لها دلالتها الصحيحة التى قد تلقى أضواء جديدة على الظاهرة التى يبحثها .

١ — أهمية التقريب ومعناه .

يعتمد الإحصاء فى كثير من عملياته الحسابية على التقريب ، ويهدف هذا التقريب إلى تبسيط العمليات الحسابية وإلى صياغتها فى صورة موجزة تيسر للباحث معالجتها وتأكيد معالمها الرئيسية ، وتساعد القارىء على فهم نتائجها . وشتان بين قولك إن متوسط درجات الطلبة فى الحساب يساوى ٤,٨١٢ درجة ، وقولك إن هذا المتوسط يساوى ٥ درجات . ولا شك أن المتوسط الأول أدق من المتوسط الثانى ، لكنه رغم دقته الظاهرية يعوق الفهم والتذكر الصحيح ، لكثرة أرقامه . هذا وليست درجات الامتحانات المدرسية من الحساسية بحيث تدلنا على معنى واضح لتلك الأرقام الكثيرة التى يحتويها المتوسط الذى يساوى ٤,٨١٢ درجة . ويمكن أن نوضح هذه الفكرة بتحليل أرقام هذا المتوسط بالطريقة التالية .

٤ تعنى أربع درجات صحيحة .

٠,٨ تعنى ٨/١٠ درجة

٠,٠١ تعنى ١/١٠٠ درجة

٠,٠٠٢ تعنى ٢/١٠٠٠ درجة

٤,٨١٢ = ٤ + ٨/١٠ + ١/١٠٠ + ٢/١٠٠٠

ولا شك أن قدرتنا على قياس جزء من ألف من الدرجة فى امتحان ما من الامتحانات المدرسية العادية إدعاء باطل لا يقوم على أساس علمى . وهكذا بالنسبة إلى أجزاء المائة وأجزاء العشرة ، وخير لنا أن نقرب هذا المتوسط إلى أقرب عدد صحيح فنجعله مساوياً ٥ درجات ، أو أن نبالغ نوعا ما فى تقدير دقتنا فنقربه إلى ٤,٨ درجة ، من أن نقدره إلى أقرب جزء من الألف من الدرجة .

وهكذا نرى أن التقريب يرتبط ارتباطاً وثيقاً بحدود الدقة الأساسية للأرقام الخام التي نعتمد عليها في تحليلنا الإحصائي .

٢ – حدود الدقة

تعتمد الحدود على مدى دقة الأرقام الخام التي يقوم عليها البحث وعلى مدى دقة الطريقة الإحصائية التي يستعان بها في تحليل النتائج وعلى الباحث أن يقدر مدى الدقة العددية تقديراً يتفق ونوع البيانات العددية التي يحصل عليها .

فحدود الدقة للعدد ٤,٦ تمتد إلى رقم عشري واحد . أي أن البيانات الدقيقة التي يدل عليها هذا العدد أقرب إلى ٤,٦ منها إلى ٤,٧ أو إلى ٤,٥ . أي أن حدود الدقة تؤثر في الرقم العشري لهذا العدد ، وتحدد قيمته بحيث لا تصل هذه القيمة إلى ٤,٧ في حالة الزيادة أو إلى ٤,٥ في حالة النقصان .

وهكذا يمكن أن نرى أن العدد ٤,٦ يقع فيما بين ٤,٥٥ ، ٤,٦٥ أي أن حد الخطأ يصبح مساوياً ٠,٠٥ . وأن العدد ٢٣,٠٨ يقع فيما بين ٢٣,٠٧٥ ، ٢٣,٠٨٥ والعدد ٥٧٢ يقع فيما بين ٥٧٣,٠٥ ، ٥٧٢,٠٥ .

ونسبة حد الدقة إلى العدد لها أهميتها في معرفة الخطأ النسبي لهذا العدد . وتحسب هذه النسبة بقسمة حد الدقة على العدد نفسه والمثال التالي يوضح هذه الفكرة :

حد الدقة للعدد ٤,٦ يساوي ٠,٠٥

الخطأ النسبي $= \frac{٠,٠٥}{٤,٦} = ٠,٠١٠٩$

النسبة المئوية للخطأ $= ٠,٠١٠٩ \times ١٠٠ = ١,٠٩$

٣ – التقريب البسيط

يوضح الجدول رقم (١) مثالا لفكرة التقريب البسيط

الأعداد الأصلية	الأعداد المقربة
١٦,٣	١٦
٣٨,٤٥	٣٨,٥
٩,٨	١٠
٠,٩٥	١

(جدول ١)
تقريب الأرقام

تقوم فكرة هذا التقريب على حذف الرقم الأول أى الذى يقع فى أقصى الناحية اليمنى للعدد ثم إضافة واحد صحيح إلى الرقم الذى يقع مباشرة إلى يساره إذا كان الرقم المحذوف مساوياً ٥ أو أكبر من ٥ أى يقع بين ٥ ، ٩ ، ويترك الرقم الذى إلى يساره كما هو دون أن نضيف إليه شيئاً إذا كان الرقم المحذوف أقل من ٥ أى يقع بين صفر ، ٤

٤ – جمع وطرح الأعداد المقربة

عندما نقرب الأعداد التالية :

١٨,٣٧٨٤	إلى	١٨,٣٧٨
١٥٣,١٦	إلى	١٥٣,٢
٧٨,٧٤٢	إلى	٧٨,٧٤

ثم نجمع هذه الأعداد المقربة كما يلى :

٢٥٠,٢١٨ = ٧٨,٧٤ + ١٥٣,٢ + ١٨,٢٧٨

نجد أن هذا الناتج يختلف فى بعض أرقامه عن حاصل جمع الأعداد قبل تقريبها ، كما يبدو ذلك فى عملية الجمع التالية .

٢٥٠,٢٨٠٤ = ٧٨,٧٤٢ + ١٥٣,١٦ + ١٨,٣٧٨٤

وعندما نقرب ناتج جمع الأعداد المقربة إلى رقم عشرى واحد نرى أنه يساوى ٢٥٠,٣ وعند ما نقرب ناتج جمع الأعداد الأصلية إلى رقم عشرى واحد نرى أنه يساوى أيضاً ٢٥٠,٣ .

ولهذا يجب أن نقرب الأرقام العشرية لحاصل جمع الاعداد المقربة بحيث يصبح عددها مساوياً لأقل الأرقام العشرية التى تحتوى عليها عملية الجمع ، لأن ذلك يحدد مدى ثقتنا فى دقة هذه الأرقام . وبما أن العدد ١٥٣,٢ يحتوى على رقم عشرى واحد . فهو إذاً الذى يحدد دقة الناتج أى أن الناتج فى هذه الحالة يجب أن يحتوى على رقم عشرى واحد . وهكذا يصبح بعد التقريب مساوياً ٢٥٠,٣ بدلا من ٢٥٠,٣١٨ .

وبنفس هذه الطريقة نقرّب أيضاً ناتج عملية طرح الأعداد المقربة حتى يحتوى على أرقام عشرية تساوى فى عددها أقل عدد للأرقام العشرية التى تحتويها عملية الطرح . ولذلك يجب أن نقرب الناتج التالى :

١٣٥,١٧٩ = ٥٢,٤٢١ − ١٨٧,٦

حتى يصبح ١٣٥,٢

٥ — ضرب وقسمة الأعداد المقربة

يخضع ناتج عمليتي ضرب وقسمة الأعداد المقربة لنفس الفكرة التي بيّناها في جمع وطرح هذه الأعداد . والأمثلة التالية لعملية الضرب توضح تطبيق تلك الفكرة .

٣,١٤١٦ × ٢,٧١٨٣ = ٨,٥٣٩٨١١٢٨ وهذا يقرب إلى ٨,٥٣٩٨

٣,١٤٢ × ٢,٧١٨ = ٨,٥٣٩٩٥٦ وهذا يقرب إلى ٨,٥٤٠

٣,١٤ × ٢,٧٢ = ٨,٥٤٠٨ وهذا يقرب إلى ٨,٥٤

والأمثلة التالية لعملية القسمة توضح أيضاً تطبيق نفس تلك الفكرة على تقريب خارج القسمة .

٨,٤٧ ÷ ٢٣ = ٠,٣٦٨٢٦ وهذا يقرب إلى ٠,٣٧

٧,١٨٢ ÷ ٢,٣ = ٣,١٢٢٦١ وهذا يقرب إلى ٣,١

الجذر التربيعي

تعتمد أغلب العمليات الإحصائية على حساب الجذر التربيعي للأعداد المختلفة ، ولهذا سنوضح أهم الطرق الحسابية التي تستخدم في حساب الجذر التربيعي .

والجذر التربيعي لأي عدد ما مثل ١٦ هو العدد الذي إذا ضرب في نفسه يعطينا العدد الذي نبحث عن جذره ، وهو في مثالنا هذا ٤ لأن :

٤ × ٤ = ١٦

أي أن $\sqrt{١٦}$ = ٤

١ — الطريقة المطولة

تشبه هذه الطريقة القسمة المطولة ، ولا تختلف عنها إلا اختلافاً يسيراً في بعض نواحيها والأمثلة التالية توضح فكرة هذه الطريقة .

المثال الأول : لحساب الجذر التربيعي للعدد ٢٦٣١٦٩ يقسم العدد من ناحيته اليمنى إلى أزواج من الأرقام بحيث تصبح خانة الآحاد والعشرات قسماً ، وخانة المئات والآلاف قسماً ، وهكذا حتى ينتهى تقسيم العدد إلى ٢٦٣١٦٩ ثم تجرى عملية حساب الجذر بالطريقة التالية :

٥١٣		
٢٦٣١٦٩	٥	أقرب مربع لـ ٢٦ هو ٢٥ وهذا يساوى ٥ × ٥
٢٥	٥	٢٦ — ٢٥ = ١ تكتب ٥ فوق ٢٦
		٥ + ٥ = ١٠
١٣١	١٠١	١٣ ÷ ١٠ تساوى ١ تقريباً
		نكتب ١ إلى يمين ١٠ تصبح ١٠١
١٠١	١	يضرب العدد ١٠١ × ١ ويطرح الناتج من ١٣١
		تكتب ١ فوق ٣١
		١٠١ + ١ = ١٠٢
٣٠٦٩	١٠٢٣	٣٠ ÷ ١٠ = ٣
		نكتب ٣ إلى يمين ١٠٢ تصبح ١٠٢٣ .
٣٠٦٩	٣	نضرب ١٠٢٣ × ٣ ونطرح الناتج من ٣٠٦٩
		تكتب ٣ فوق ٦٩
٠٠٠٠	١٠٢٦	للمراجعة
		تجمع ١٠٢٣ + ٣ = ١٠٢٦
		وعندما تكون هذه العملية صحيحة فإن العلاقة التالية تصبح صحيحة .
		١٠٢٦ = ٢ × ٥١٣

∴ √٢٦٣١٦٩ = ٥١٣

المثال الثانى : لحساب الجذر التربيعى للعدد ١٠٣٤٢٨٩ تجرى العملية بالخطوات التالية .

	١ ٠ ١ ٧
١	١ ٠٣ ٤٢ ٨٩
١	١
٢٠١	٣٤٢
١	٢٠١
٢٠٢٧	١٤١٨٩
٧	١٤١٨٩
٢٠٣٤	٠٠٠٠٠

المراجعة ٢٠٣٤ = ٢ × ١٠١٧

$\therefore \sqrt{١٠٣٤٢٨٩} = ١٠١٧$

المثال الثالث : لحساب الجذر التربيعى للعدد ٥٠,٢٦٨١ نقسم العدد الصحيح إلى أزواج من ناحيته اليمنى ، ويقسم الكسر العشرى إلى أزواج من ناحيته اليسرى ، أى أن التقسيم يبدأ من يمين ويسار العلامة العشرية ، تجرى عملية حساب الجذر التربيعي بنفس الخطوات السابقة .

٧,٠٩

٥٠,٢٦٨١	٧
٤٩	٧
١٢٦٨١	١٤٠٩
١٢٦٨١	٩
٠٠٠٠٠	١٤١٨

المراجعة ١٤١٨ = ٢ × ٧٠٩

∴ $\sqrt{٥٠,٢٦٨١}$ = ٧,٠٩

٣ — طريقة نيوتن

تعتمد هذه الطريقة على التخمين والتقريب ، حيث يُخمن الجذر التربيعى ثم يقسم العدد على جذره التخميني ويحسب متوسط الجذر التخميني الأول والجذر التقريبي الثاني . وهكذا تستمر العملية حتى نصل إلى معرفة الجذر التربيعى لأى أرقام عشرية تتطلبها فى الناتج ، والخطوات التالية توضح هذه الفكرة فى حسابنا للجذر التربيعى للعدد ١٠ .

لنفرض أن الجذر التربيعى للعدد ١٠ هو ١

التقدير التقريبي الأول = ½ (١ + ١٠/١) = ½ × ١١ = ٥,٥

التقدير التقريبي الثانى = ½ (٥,٥ + ١٠/٥,٥) = ½ (٥,٥ + ١,٨) = ٣,٧

التقدير التقريبي الثالث = ½ (٣,٧ + ١٠/٣,٧) = ½ (٣,٧ + ٢,٧) = ٣,٢

التقدير التقريبي الرابع = ½ (٣,٢ + ١٠/٣,٢) = ½ (٣,٢ + ٣,١٢٥)
٣,١٦٣

التقدير التقريبي الخامس = ½ (٣,١٦٣ + ١٠/٣,١٦٣) = ½ (٣,١٦٢ + ٣,١٦١٥٥٥)
= ٣,١٦٢٢٧٧٥

التقدير التقريبي السادس = ½ (٣,١٦٢٢٧٧٥ + ١٠/٣,١٦٢٢٧٧٥)
= ½ (٣,١٦٢٢٧٧٥ + ٣,١٦٢٢٧٧٨) = ٣,١٦٢٢٧٧٧

أى أن √١٠ = ٣,١٦٢٢٧٧٧ مقرباً لسبعة أرقام عشرية .

هذا وكلما كان التخمين الأول قريباً من الجذر التربيعي أصبح من الميسور حساب هذا الجذر بسرعة ودقة . وقد آثرنا أن نفرض أن الجذر التربيعي للعدد ١٠ هو واحد صحيح لنوضح للقارىء تطور عملية التقريب في خطواتها المتتابعة . وكان من الممكن أن نفرض أن ذلك الجذر يساوى ٣ فنختصر أغلب الخطوات السابقة .

ومن أهم مميزات هذه الطريقة أنها تكاد لا تتأثر بالأخطاء التي قد تحدث خلال حساب الجذر التربيعي . فأى خطأ عددى فى أية خطوة وسطى لا يعدو أن يعطينا تقريباً جديداً لذلك الجذر التربيعي .

مربعات الأعداد المتتالية

تعتمد بعض المقاييس الإحصائية وخاصة مقاييس التشتت على حساب مربعات الأعداد أو مربعات الدرجات المتتالية . ويحسب مربع العدد ويضرب العدد فى نفسه ، فمربع ٢ هو ٤ ومربع ٥ هو ٢٥ ومربع ٧ هو ٤٩ .

ويستطيع القارىء أن يلاحظ أنه عندما تكون الأعداد التي نحسب مربعاتها متدرجة كما هو الحال فى المقاييس الإحصائية ، فإن طريقة استخراج مربعات هذه الأعداد تتحول إلى عمليات جمع عادية ولنوضح هذه الفكرة بالمثال التالى .

مربع ١٢ = ١٢ × ١٢ = ١٤٤

مربع ١٣ = ١٣ × ١٣ = ١٦٩

وإذا تأملنا مربع ١٣ أى ١٦٩ نلاحظ أن :

$١٦٩ = ١٤٤ + ١٢ + ١٣$

أى أن $١٣^{٢} = ١٢^{٢} + ١٢ + ١٣$

وبذلك نستطيع أن نحصل على مربع العدد ١٣ بمعرفة مربع العدد ١٢ ، أى بمعرفة مربع العدد الذى يسبقه(١) ، وهكذا نرى أن :

$$١٢^{٢} = ١٤٤$$

$$١٣^{٢} = ١٤٤ + ١٢ + ١٣ = ١٦٩$$

$$١٤^{٢} = ١٦٩ + ١٣ + ١٤ = ١٩٦$$

$$١٥^{٢} = ١٩٦ + ١٤ + ١٥ = ٢٢٥$$

$$١٦^{٢} = ٢٢٥ + ١٥ + ١٦ = ٢٥٦$$

$$١٧^{٢} = ٢٥٦ + ١٦ + ١٧ = ٢٨٩$$

---

(١) يمكن أن نبرهن على هذه الفكرة بالطريقة التالية :

$\because$ $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

وعندما تصبح ص مساوية للواحد الصحيح ، تتحول هذه المعادلة إلى الصورة التالية :

$(س + ١)^{٢} = س^{٢} + ٢س + ١$

$= س^{٢} + س + (س + ١)$

فإذا كانت س = ١٢ تصبح س + ١ = ١٣

$\therefore$ $(١٢ + ١)^{٢} = ١٢^{٢} + ١٢ + (١٢ + ١)$

أى أن $١٣^{٢} = ١٢^{٢} + ١٢ + ١٣$

وبمعرفة $١٢^{٢} = ١٤٤$

$١٣^{٢} = ١٤٤ + ١٢ + ١٣ = ١٦٩$

تمارين على الفصل الأول

١ ــ ناقش مدى صلة الإحصاء بأهم معالم الطريقة العلمية.

٢ ــ بين الخطوات الرئيسية للبحث العلمي ، وأهمية الإحصاء في كل خطوة من تلك الخطوات .

٣ ــ قرب الأعداد التالية لرقم عشري واحد .

٨,٠٩٤ ، ٢٤٠,٠٦٣ ، ٠,٤٧٠٠ ، ٥٤,٨٩٠٨ ، ٥٩٢,٦٥ ، ٨,٨٥٠٢

٤ ــ أحسب الجذر التربيعي للأعداد التالية :

١ ــ	١٤٤٤	٥ ــ	٦٥٥٣٦
٢ ــ	٣٢٤٩	٦ ــ	٢٦٢١٤٤
٣ ــ	٥٧٧٦	٧ ــ	٢٣٩١٢١
٤ ــ	١١٤٤٩	٨ ــ	٥٣١٤٤١

٥ ــ إذا علمت أن $٢٠^٢$ = ٤٠٠

فاحسب مربعات الأعداد التالية :

٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩

مطالعات ومراجع

ا – البحث العلمى

1 - Ackoff, R. K. The Design of Social Research, 1953, Chapters 1&2

2 - Fisher, R. A. The Design of Experiments. 1951, Chapter 2.

3 - Long. T. A. Conducting and Reporting Reseaarch in Education, 1936, Chapter 1.

4 - Reeder, W. G. How to write a Thesis, 1930. Chapter 2

5 - Russell, B. The Scientific Outlook, 1951

ب – التقريب

6 - Dwyer, P, S. Linear Computation, 1951. Chapters 1&2,

7 - Guilford, J. P. Fundamental Statistics in Psychology and Education, 1956. p. p. 29—32

8 - Holzinger, K. T. Statistical Methods for Students in Education, 1928, p. p. 65—74.

حـ – الجذر التربيعى

9 - Russell, A. H. Rapid Calculations, p. p. 108—112.

10 - Whittaker, E., & Robinson, G. The Calculus of Observations, 1946. p. 79

الفصل الثانى

التوزيع التكرارى

هدف التوزيع التكرارى وأهميته

يهدف التوزيع التكرارى إلى تبسيط العمليات الإحصائية، وذلك بتبويبها فى صورة مناسبة تيسر إجراءها بسرعة ودقة، ويهدف أيضاً إلى إعادة صياغة البيانات العددية صياغة علمية توضح أهم ميزاتها الرئيسية.

وتعتمد أغلب العمليات الإحصائية المختلفة على هذا التوزيع التكرارى، فهو بهذا المعنى نقطة البدء فى كل تلك العمليات.

الخطوات العملية لحساب التوزيع التكرارى البسيط

ترجع تسمية التوزيع التكرارى إلى أنه يقوم فى جوهره على حساب مرات تكرار الأعداد، فإذا أردنا أن نحسب مرات تكرار كل عدد من الأعداد التالية:

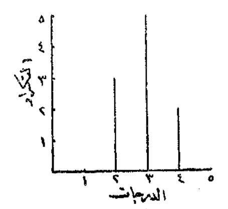
٣ ، ٤ ، ٤ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ٣ ، ٣

فإننا نرى أن العدد ٢ تكرر ثلاث مرات، والعدد ٣ تكرر ٥ مرات، والعدد ٤ تكرر ٢ مرة، ويمكننا أن نلخص هذه الفكرة فى الجدول التالى:

العـــدد	مرات تكراره
٢	٣
٣	٥
٤	٢
	مجموع التكرار = ١٠ = عدد الأفراد

(جدول ٢)
التكرار البسيط

ويمكن أن نمثل مرات تكرار هذه الأعداد بالأعمدة الرأسية المرسومة في الشكل التالي ، حيث يدل العمود الأول من الناحية اليسرى على أن تكرار العدد ٢ يساوى ٣ مرات ، ويدل العمود الأوسط على أن تكرار العدد ٣ يساوى ٥ مرات ، ويدل العمود الأيمن على أن تكرار العدد ٤ يساوى ٢ .



(شكل ٢)
الأعمدة التكرارية

ومن هذا نرى أن أكثر الأعداد تكراراً هى الثلاثة لأنها تكررت ٥ مرات، وأن أقلها تكراراً هى الأربعة لأنها تكررت ٢ مرة، وهكذا يمكن أن نبين بعض مميزات توزيع الأعداد السابقة فى صورة مفهومة مختصرة واضحة.

فإذا فرضنا مثلا أن الأعداد السابقة تمثل درجات عشرة طلبة فى امتحان الحساب فإننا نرى أن مجموع التكرار يساوى عدد الأفراد.

وإذا أردنا أن نعلم مجموع الدرجات فإننا نقوم بإجراء عملية الجمع العادية فنحصل على

$$٢٩ = ٣ + ٣ + ٢ + ٣ + ٢ + ٣ + ٢ + ٤ + ٤ + ٣$$

وبما أننا نعلم عدد مرات تكرار كل عدد من هذه الأعداد فإننا نستطيع أن نختصر عملية الجمع السابقة ونستعين على ذلك بعملية الضرب فنحصل على

$$٢٩ = ٨ + ١٥ + ٦ = (٢ \times ٤) + (٥ \times ٣) + (٣ \times ٢)$$

وهكذا نرى أننا ضربنا كل عدد فى مرات تكراره ليسهل علينا إجراء عملية الجمع السابقة بسرعة ودقة ويمكن أن نلخص هذه الفكرة فى الجدول التالى.

الدرجة	التكرار	الدرجة × التكرار
٢	٣	٦
٣	٥	١٥
٤	٢	٨
المجموع	١٠	٢٩

(جدول ٣)

فائدة التكرار فى حساب مجموع الدرجات

العلامات التكرارية

تعتمد الطريقة السابقة على قوة ملاحظة الفرد للأعداد حينما تتكرر ، وقدرته على عدّ مرات التكرار ، وعندما تكثر الأعداد ، فإن الفرد يجد صعوبة ومشقة فى إجراء العملية السابقة .

وخير طريقة لتجنب هذه المشكلة هى طريقة العلامات التكرارية ، حيث تعتمد على كتابة خط مائل أمام العدد فى كل مرة يتكرر فيها ، وعندما يبلغ عدد هذه الخطوط خمسة فإننا نكتب الخط الخامس فى عكس ميل الخطوط الأربعة الأولى بحيث يتقاطع معها جميعاً ويحولها بذلك إلى حزمة خماسية من الخطوط المائلة ليسهل بعد ذلك رصدها حتى لا تختلط الخطوط المائلة على الفرد أثناء عدّها .

وبذلك نرمز لتكرار الدرجة مرة واحدة هكذا (/) ونرمز للمرتين هكذا (//) ونرمز للمرات الثلاث هكذا (///) ونستمر فى هذه الطريقة حتى نصل إلى الرمز التالى لتوضيح المرات الخمس (////̸) .

والجدول التالى يوضح هذه الفكرة :

الدرجة	العلامات التكرارية	التكرار
٢	///	٣
٣	////̸	٥
٤	//	٢
المجموع	١٠	١٠

(جدول ٤)
العلامات التكرارية

هذا وتبدو أهمية هذه العلامات التكرارية فى المثال التالى الذى يدل على درجات ٥٠ طالباً فى امتحان علم ما كالتاريخ مثلا :

٥	٦	٦	٢	٦	٧	٦	٥	٥	٦
٩	٥	٨	٦	٦	٥	٦	٣	٦	٥
٤	٥	٧	٧	٧	٩	٥	٦	٦	٦
٥	٣	٦	٧	٧	٦	٨	٤	٧	٦
٥	٧	٨	٥	٧	٦	٦	٧	٧	٧

(جدول ٥)

الدرجات الخام

والخطوات العلمية لحساب العلامات التكرارية تتلخص فى قراءة هذه الدرجات للبحث عن أصغر درجة موجودة وهى فى مثالنا هذا ٢ ؛ وأكبر درجة موجودة ٩ ، ثم تكتب الأعداد من ٢ إلى ٩ مرتبة ترتيباً تصاعدياً من الصغرى إلى الكبرى وتحسب العلامات التكرارية لكل درجة من درجات هذا الامتحان وتجمع العلامات التكرارية لكل درجة ثم يكتب مجموعها أمامها ليمثل مرات تكرارها .

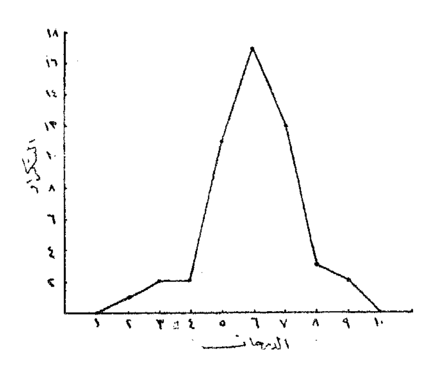
والجدول التالى يوضح طريقة حساب التكرار بالعلامات التكرارية .

الدرجة	العـــلامات التكرارية	التكرار
٢	/	١
٣	//	٢
٤	//	٢
٥	//// //// /	١١
٦	//// //// //// //	١٧
٧	//// //// //	١٢
٨	///	٣
٩	//	٢
المجموع	٥٠	٥٠

(جدول ٦)

التوزيع التكرارى للدرجات الخام

ويمكن أن نمثل هذا التوزيع التكرارى فى الشكل رقم ٣ بحيث يدل المحور الأفقى على الدرجات ويدل المحور الرأسى على مرات التكرار ، ثم نحدد على الرسم التكرار المقابل لكل درجة ، ونكتب نقطة صغيرة لتوزيع لتوضيح هذا التحديد . ثم نصل هذه النقط بخطوط ونمتد بها فى كلا طرفى التوزيع حيث تبلغ درجة الطرف الأول ١ وتكرارها صفراً ، وتبلغ درجة الطرف الأخير ١٠ وتكرارها صفراً ، لنحصل بذلك على المضلع التكرارى المقفل .



(شكل ٣)

المضلع التكرارى

الفئات التكرارية

عندما يزداد الفرق بين أكبر درجة وأصغر درجة فإن الجدول التكرارى يصبح من الصعوبة بحيث يشق على الفرد تسجيله فى صورة واضحة مقبولة كأن تكون أكبر درجة مثلا ١٠٠ ، وأصغر درجة ٢ ، ولهذا تجمع هذه الدرجات فى فئات تحتويها جميعاً وترصدها فى صورة موجزة بسيطة .

والجدول التالى يوضح عملية تجميع تكرار المثال السابق فى فئات . ويبين بدء كل فئة ونهايتها :

فئات الدرجات	التكرار
من ٢ إلى ٣	٣
من ٤ إلى ٥	١٣
من ٦ إلى ٧	٢٩
من ٨ إلى ٩	٥
المجموع	٥٠

(جدول ٧)

التنظيم البسيط لفئات الدرجات

وهكذا نرى أن كل فئة من الفئات السابقة تحتوى على درجتين . وقد نستطيع أن نمتد بحدود الفئة حتى تحتوى على ثلاث درجات مثل من ٢ إلى ٤ ومن ٥ إلى ٧ ، وقد نستطيع أيضاً أن نمتد بها حتى تحتوى على أربع درجات مثل من ٢ إلى ٥ ومن ٦ إلى ٩ .

والأمثلة التالية تعطيك فكرة عن تأثير حدود الفئة ومداها فى التكرار .

ويوضح المثال الأول درجات ٥٠ طالباً فى اختبار ما . وقد قسمت هذه الدرجات إلى فئات بحيث يساوى مدى كل فئة ٥ درجات .

فئات الدرجات	التكرار
٣٠ — ٣٤	١
٣٥ — ٣٩	١
٤٠ — ٤٤	١
٤٥ — ٤٩	٢
٥٠ — ٥٤	٢
٥٥ — ٥٩	٤
٦٠ — ٦٤	٨
٦٥ — ٦٩	٢
٧٠ — ٧٤	٤
٧٥ — ٧٩	١٠
٨٠ — ٨٤	٧
٨٥ — ٨٩	٤
٩٠ — ٩٤	٣
٩٥ — ٩٩	١
المجموع	٥٠

(جدول ٨)

التنظيم المختصر لفئات الدرجات

هذا وقد كتبت حدود الفئة الأولى بالصورة التالية (٣٠ - ٣٤) لتحتوى على الدرجات ٣٠، ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤ ولم تكتب بالصورة التالية (من ٣٠ إلى ٣٤) إقتصاداً فى الجهد وتوخياً للبساطة والإيجاز . وهكذا بالنسبة لبقية الفئات الأخرى .

والمثال التالى يوضح تقسيم درجات المثال السابق إلى فئات جديدة بحيث يساوى مدى كل فئة ١٠ درجات .

فئات الدرجات	التكرار
٣٠ - ٣٩	٢
٤٠ - ٤٩	٣
٥٠ - ٥٩	٦
٦٠ - ٦٩	١٠
٧٠ - ٧٩	١٤
٨٠ - ٨٩	١١
٩٠ - ٩٩	٤
المجموع	٥٠

(جدول ٩)
فئات الدرجات .

الحدود الحقيقية للفئة

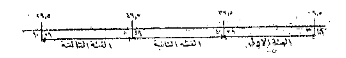
ويمكن أن نمثل تسلسل الفئات الثلاث الأولى فى المثال السابق بالشكل التالى :

الفئة الثالثة　　الفئة الثانية　　الفئة الأولى

(شكل ٤)

حدود الفئات

ومن هذا نرى أن المسافات البينية التى تقع بالترتيب بين نهاية الفئة الأولى ٣٩ ، وبدء الفئة الثانية ٤٠ وبين نهاية الفئة الثانية ٤٩ وبدء الفئة الثالثة ٥٠ ، تحول دون الاستمرار الصحيح لتسلسل الفئات وتبدو هذه الصعوبة بوضوح حينما نحاول أن نبين التوزيع التكرارى السابق بالرسم ، وحينما تحتوى الدرجات على كسور عشرية .
وللتغلب على هـذه الصعوبة نحاول أن نجعل نهاية الفئة الأولى هى بدء الفئة الثانية وذلك بتنصيف المسافة التى تقع بين نهاية فئة ما وبدء الفئة التى تليها . وهكذا يصبح الحد الأعلى للفئة الأولى ٣٩,٥ بدلا من ٣٩ والحد الأدنى للفئة الثانية ٣٩,٥ بدلا من ٤٠ والحد الأعلى للفئة الثانية٤٩ والحد الأدنى للفئة الثالثة ٤٩,٥ بدلا من ٥٠ ؛ وهكذا بالنسبة لبقية الفئات ، والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



(شكل ٥)

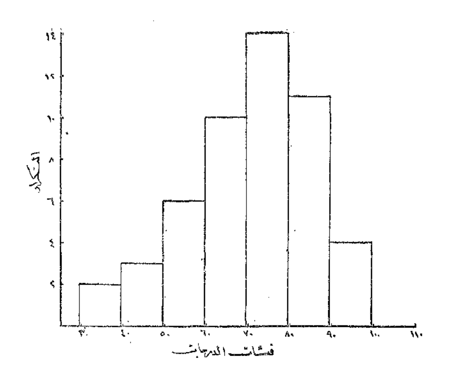
الحدود الحقيقية للفئات

والجدول التالى يبين فئات الدرجات وحدودها الحقيقية وتكرارها .

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية للفئات	التكرار
٣٠ — ٣٩	٢٩,٥ — ٣٩,٥	٢
٤٠ — ٤٩	٣٩,٥ — ٤٩,٥	٣
٥٠ — ٥٩	٤٩,٥ — ٥٩,٥	٦
٦٠ — ٦٩	٥٩,٥ — ٦٩,٥	١٠
٧٠ — ٧٩	٦٩,٥ — ٧٩,٥	١٤
٨٠ — ٨٩	٧٩,٥ — ٨٩,٥	١١
٩٠ — ٩٩	٨٩,٥ — ٩٩,٥	٤
المجموع		٥٠

(جدول ١٠)
الحدود الحقيقية للفئات

ويمكن أن نمثل هذا التوزيع التكرارى فى الشكل التالى بحيث يدل المحور الأفقى على فئات الدرجات التى تمتد إلى حدودها الحقيقية . فالفئة الأولى مثلا تمتد من ٢٩,٥ إلى ٣٩,٥ كما هو مبين بالرسم . ويدل المحور الرأسى على التكرار . ويسمى الشكل الناتج من رسم مثل هذا التوزيع بالمدرج التكرارى .



(شكل ٦)
المدرج التكرارى

عدد الفئات ومداها

يهدف تقسيم التوزيع التكرارى إلى فئات إلى تلخيص وتبويب البيانات الرقمية فى صورة موجزة مناسبة توضح أهم مميزات هذا التوزيع . وعندما يقل عدد هذه الفئات عن القدر المناسب له فأنه يحجب بعض خواص التوزيع وخاصة الاختلافات الشديدة القائمة بين تكرار فئة ما والفئة التى تليها، أو بمعنى آخر يقلل من أثر الفروق المتغيرة بين الفئات ويخفى إلى حد ما شدة تذبذبها

فى علوها وانخفاضها ، وفى زيادتها ونقصانها . وعندما يزداد عدد هذه الفئات عن القدر المناسب له فإنه يؤكد هذه التذبذبات وقد يعوق هذا الأمر تنسيق التوزيع بحيث يدل على الصفات الرئيسية للتوزيع أكثر مما يدل على الصفات الفرعية لكل فئتين متتاليتين .

وتبدو هذه الفكرة بوضوح عند ما نقارن التوزيع التكرارى المبين فى الجدول رقم ٨ بالتوزيع التكرارى الآخر لنفس الدرجات المبينة فى الجدول رقم ٩ فتكرار الدرجات فى الجدول الثامن يتسلسل بالصورة التالية .

١ ، ١ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ،
٢ ، ٤ ، ١٠ ، ٧ ، ٤ ، ٣ ، ١

أى أنه يبدأ هادئاً متساوياً ثم يضطرد فى الزيادة حتى يصل إلى ٨ ثم ينقص إلى ٢ ويعود إلى اضطراد زيادته حتى يصل إلى ١٠ . ثم يتناقص بالتدريج حتى يصل إلى ١ . أى أن هذا الاضطراد فى الزيادة أو النقصان يعتريه تذبذب يعوق تسلسله ويبدو بوضوح فيما بين ٨ ، ١٠ ويرجع هذا كله إلى كثرة عدد الفئات التى تصل فى هذا الجدول إلى ١٤ فئة .

وتكرار نفس الدرجات فى الجدول التاسع يتسلسل بالصورة التالية .

٢ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ١٤ ، ١١ ، ٤

أى أن اضطراد الزيادة يستمر حتى يصل إلى القمة ، وذلك عند ما يبلغ التكرار ١٤ ، ثم يتناقص بالتدريج حتى يصل إلى ٤ دون ذبذبة واضحة تعوق تسلسل هذا التنظيم ، ويرجع هذا كله إلى قلة عدد الفئات التى تصل فى هذا الجدول إلى سبع فئات .

ويجب ألا ينقص عدد الفئات عن ١٠ وألا يزيد على ٢٠ حتى يصير معقولا ومناسباً ، اللهم إلا في حالات خاصة قد تضطر الباحث إلى تجاوز هذه الحدود. وقد تجاوزنا فعلا هذه الحدود في الجدول رقم ١٠ لنوضح تأثير تناقص عدد الفئات على اختفاء التذبذبات التكرارية .

ويرتبط عدد الفئات ارتباطاً مباشراً بمدى كل فئة وحدودها، فعندما يزداد عدد الفئات في أي توزيع تكراري فإن مدى الفئة يقل تبعاً لذلك ، وعندما يقل عدد الفئات لنفس التوزيع التكراري السابق فإن مدى الفئة يزداد تبعاً لذلك وعند ما نقارن التوزيع للدرجات في الجدول الثامن بالتوزيع التكراري لنفس الدرجات في الجدول التاسع فإننا نلاحظ أنه في الحالة الأولى يبلغ عدد الفئات ١٤ ومدى كل فئة ٥ وفي الحالة الثانية يبلغ عدد الفئات ٧ ومدى كل فئة ١٠

والمدى المناسب للفئات لا يخرج عن القيم التالية :

٢ ، ٣ ، ٥ ، ١٠ ، ٢٠

ويعتمد اختيار أية قيمة من هذه القيم على عدد الفئات التي يراد للتوزيع أن ينقسم إليها ، وعلى قلة أو كثرة أعداد أو درجات التوزيع ، وعلى هدف التوزيع والبيانات التي يراد توضيحها أو تأكيدها .

وطريقة حساب مدى كل فئة وعدد الفئات تتلخص في الخطوات التالية التي اتبعت فعلا في حساب مدى فئات الجدول الثامن والتاسع وعدد كل منها .

١ ـ يحسب المدى الكلي لجميع درجات التوزيع وذلك بطرح أصغر درجة من أكبر درجة ثم إضافة الواحد الصحيح إلى ناتج عملية الطرح ، أي أن

$$\text{المـدى الكلى للتوزيع} = (\text{أكبر درجة} - \text{أصغر درجة}) + ١$$
$$= (٩٩ - ٣٠) + ١$$
$$= ٧٠$$

والسبب الذى من أجله أضيف الواحد الصحيح لناتج عملية الطرح يبدو فى الشكل التالى .



(شكل ٧)
طريقة حساب مدى الفئة

فعدد الدرجات فى هذا الشكل هو ٤ درجات ، وهى ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ فإذا طرحنا أصغر عدد وهو ٢ من أكبر عدد وهو ٥ فإن الناتج لا يدل على عدد الدرجات وإنما يدل على عدد الأقسام التى تقع بين الدرجات وهى أ ، ب ، حـ أى ٣ أقسام . وهذا العدد ينقص عن عدد الدرجات بواحد صحيح ، ولهذا أضيف الواحد الصحيح لناتج عملية الطرح ليدل ذلك على المدى الكلى القائم بين أكبر درجة وأصغر درجة .

ب — يستخرج عدد الفئات بقسمة المدى الكلى على المدى المناسب لكل فئة ، فإذا اخترنا مدى الفئة مساوياً ٢ فإن عدد الفئات يساوى $\frac{٧٠}{٢} = ٣٥$ وهو عدد كبير لا يصلح . وإذا اخترنا مدى الفئة ٣ فإن عدد الفئات يساوى $\frac{٧٠}{٣} = ٢٣\frac{١}{٣}$ وعندما يحتوى ناتج عملية القسمة على كسر مهما كانت قيمته فإننا نجعل عدد الفئات مساوياً للعدد الصحيح الذى يتلو هذا الناتج وهو فى هذه الحالة ٢٤ وهو أيضاً كبير . وإذا اخترنا مدى الفئة مساوياً ٥ فإن عدد الفئات يساوى $\frac{٧٠}{٥} = ١٤$

وهو العدد الذى اتخذناه أساساً لتوزيع الدرجات فى الفئات التى ظهرت فى الجدول الثامن . وإذا اخترنا مدى الفئة مساوياً ١٠ فإن عدد الفئات يساوى $\frac{٧٠}{١٠} = ٧$ وهو العدد الذى اتخذناه أساساً لتوزيع الدرجات فى الفئات التى ظهرت فى الجدول التاسع . وعلى الرغم من تجاوز هذا العدد للنطاق الذى أشرنا إليه فإننا حسبنا فئات الجدول التاسع لنبيّن الفكرة التى أشرنا إليها من قبل . أما اختيارنا للاحتمال الأخير وهو ٢٠ كمدى للفئة فغير صالح لأنه يتجاوز النطاق المناسب لعدد الفئات .

منتصف الفئة

عندما نجمع الدرجات فى فئات ونسجل أمام كل فئة تكرارها فإننا بهذه الطريقة نحجب تكرار كل درجة مؤكدين بذلك تكرار الفئة ومتجاوزين عن الدقة التى كانت موجودة فى حسابنا لتكرار كل درجة، فإذا كانت الفئة الأولى مثلا تمتد من ١١ إلى ١٣ وكان تكرار الدرجة ١١ هو ١ وتكرار الدرجة ١٢ هو صفر وتكرار الدرجة ١٣ هو صفر كما هو مبين بالجدول التالى :

الدرجـــة	التكرار
١١	١
١٢	٠
١٣	٠

(جدول ١١)
اختلاف التكرار فى نطاق الفئة

ثم جمعنا هذه الدرجات فى فئة واحدة وسجلنا أمامها تكرارها كما هو مبين بالجدول التالى :

التكرار	الفئة
١	١١ — ١٣

(جدول ١٢)
تجميع تكرار الفئة

فإننا لا نستطيع بعد ذلك إجراء أكثر العمليات التى تتطلب مثلا ضرب الدرجة فى التكرار لحساب المتوسط كما بينا ذلك فى الجدول رقم ٣ . ويصعب علينا أحياناً تمثيل التوزيع التكرارى السابق ببعض الرسوم البيانية كالمضلع التكرارى

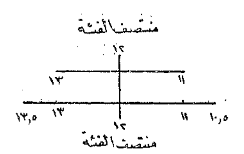
ولهذا نحسب منتصف الفئة ونتخذ من هذا المنتصف ملخصاً للفئة يمثلها ويعبر عنها ليسهل علينا بعد ذلك إجراء العمليات الحسابية المختلفة ولنستطيع توضيح التوزيع بمضلع تكرارى يدل عليه .

وتتلخص الطريقة التى تستخدم فى معرفة منتصف الفئة فى حساب متوسط طرفى الفئة أو حدّيها الحقيقيين ، والنتيجة واحدة فى كلتا الطريقتين ، كما يدل على ذلك التحليل التالى :

طريقة طرفى الفئة $\frac{١١ + ١٣}{٢} = ١٢$

طريقة حدّى الفئة الحقيقيين $\frac{١٠,٥ + ١٣,٥}{٢} = ١٢$

وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى التى يشتمل عليها التوزيع . ويمكن أن توضح موقع منتصف الفئة من طرفيها أو من حديها الحقيقيين فى الشكل التالى :



(شكل ٨)
منتصف الفئة من طرفيها وحديها

والجدول التالى يدل على فئات الدرجات ومنتصف كل فئة وتكرارها :

الفئة	منتصف الفئة	التكرار
١١ — ١٣	١٢	١
١٤ — ١٦	١٥	٣
١٧ — ١٩	١٨	٢
٢٠ — ٢٢	٢١	٥
٢٣ — ٢٥	٢٤	٥
٢٦ — ٢٨	٢٧	٤
٢٩ — ٣١	٣٠	٧
٣٢ — ٣٤	٣٣	٥
٣٥ — ٣٧	٣٦	٦
٣٨ — ٤٠	٣٩	٢
٤١ — ٤٣	٤٢	١
٤٤ — ٤٦	٤٣	٠
٤٧ — ٤٩	٤٨	١
المجموع		٤٢

(جدول ١٣)
منتصف الفئات

وهكذا نرى أن منتصف الفئة الثانية يساوى $\frac{١٦ + ١٤}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

ومنتصف الفئة الثالثة هو $\frac{١٩ + ١٧}{٢} = \frac{٣٦}{٢} = ١٨$ ، وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى .

وإذا تأملنا تسلسل منتصفات فئات الجدول السابق فإننا نرى أنها تتزايد بنسبة ثابتة ، فالفرق بين منتصف الفئة الثانية والأولى هو ١٥ — ١٢ = ٣ والفرق بين منتصف الفئة الثالثة والثانية هو ١٨ — ١٥ = ٣ وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى . وهذه القيمة التي تتزايد بها منتصفات الفئات تساوى مدى كل فئة أى (١٣ — ١١) + ١ = ٣ ، (١٦ — ١٤) + ١ = ٣ وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى . وبذلك نستطيع أن نحسب منتصفات الفئات بسرعة ودقة إذا عرفنا منتصف الفئة الأولى ومدى الفئة . ومنتصف الفئة الأولى في هذه الحالة هو ١٢ ومدى الفئة يساوى ٣ . إذن فمنتصف الفئة الثانية هو ١٨ + ٣ = ٢١ وهكذا تستمر هذه العملية حتى نصل إلى الفئـــة الأخيرة في جدول التوزيع التكرارى .

تهذيب التوزيع التكرارى

يدل التوزيع التكرارى المبين بالجدول رقم ١٣ على أن مجموع التكرار يساوى ٤٢ أى أن عدد درجات هذا التوزيع يساوى ٤٢ . فإذا كان كل عدد من هذه الأعداد يدل على درجة أى فرد ما في اختبار ما ، فإن مجموع عدد الأفراد يساوى ٤٢ . وعندما يزداد عدد الأفراد فإن تكرار الفئات يميل إلى الاستواء ويقترب في تسلسله من الانتظام ويسهل علينا أن نمثله بمنحنى تكرارى .

هذا وفى مقدورنا أن نهذب هذا التوزيع حتى يقترب فى شكله النهائى من شكل التوزيع الذى يقوم على عدد كبير من الأفراد .

وتقوم فكرة تهذيب التوزيع على تسوية تكرار الفئات بحيث يتأثر كل تكرار بالتكرار الذى يسبقه والذى يليه، وتتلخص طريقة تهذيب التكرار فى حساب متوسط تكرار الفئة والفئة التى تسبقها ، وحساب متوسط تكرار نفس الفئة والتى تليها ، ثم حساب متوسط المتوسطين . وتدل النتيجة النهائية لهذه العملية على التكرار المهذب للفئة .

فمثلا تتلخص خطوات حساب التكرار المهذب للفئة الثانية فى التوزيع التكرارى لجدول ١٣ السابق فيما يلى :

ا ــ متوسط تكرار الفئة الأولى والثانية $= \frac{١+٣}{٢} = ٢$

ب ــ متوسط تكرار الفئة الثانية والثالثة $= \frac{٣+٢}{٢} = ٢,٥$

حـ ــ متوسط المتوسطين $= \frac{٢+٢,٥}{٢} = ٢,٢٥$

هذا ويمكن إجراء جميع هذه الخطوات فى خطوة واحدة بالصورة التالية :

المتوسط المهذب للفئة الثانية $= \frac{١+٣+٣+٢}{٤} = \frac{٩}{٤} = ٢,٢٥$

وقد نجد صعوبة فى تهذيب تكرار الفئة الأولى لأنها تمثل نقطة البدء التى لا يسبقها تكرار آخر ، ولهذا نفرض أن هناك فئة أخرى تسبقها وتمتد أطرافها من ٨ إلى ١٠ وتكرارها صفر وهكذا يحسب التكرار المهذب للفئة الأولى بالطريقة التالية :

$$\text{التكرار المهذب للفئة الأولى} = \frac{٠+١+١+٣}{٤} = \frac{٥}{٤} = ١,٢٥$$

ويحسب التكرار المهذب لتكرار الفئة التي تسبق الأولى بالطريقة التالية :

$$\text{التكرار المهذب للفئة التي قبل الأولى} = \frac{٠+٠+٠+١}{٤} ٠,٢٥$$

وبنفس هذه الطريقة يمكن حساب التكرار المهذب للفئة الأخيرة وذلك بافتراض وجود فئة أخرى تليها ، وتمتد أطرافها من ٥٠ إلى ٥٢ وتكرارها صفر . وهكذا يحسب التكرار المهذب للفئة الأخيرة بالطريقة التالية :

$$\text{التكرار المهذب للفئة الأخيرة} = \frac{٠+١+١+٠}{٤} = ٠,٥$$

والتكرار المهذب للفئة التي تلي الأخيرة يحسب بالطريقة التالية :

$$\text{التكرار المهذب للفئة التي بعد الأخيرة} = \frac{١+٠+٠+٠}{٤} ٠,٢٥$$

والجدول التالي يوضح التكرار المهذب للتوزيع التكراري لفئات درجات الجدول رقم ١٣ :

الفئـــة	التكرار	التكرار المهذب
٥ — ٧	٠	٠٠٠
٨ — ١٠	٠	٠,٢٥
١١ — ١٣	١	١,٢٥
١٤ — ١٦	٣	٢,٢٥
١٧ — ١٩	٢	٣,٠٠
٢٠ — ٢٢	٥	٤,٢٥
٢٣ — ٢٥	٥	٤,٧٥
٢٦ — ٢٧	٤	٥,٠٠
٢٩ — ٣١	٧	٥,٧٥
٣٢ — ٣٤	٥	٥,٧٥
٣٥ — ٣٧	٦	٤,٧٥
٣٨ — ٤٠	٢	٢,٧٥
٤١ — ٤٣	١	١,٠٠
٤٤ — ٤٦	٠	٠,٥٠
٤٧ — ٤٩	١	,٥٠
٥٠ — ٥٢	٠	٠,٢٥
٥٣ — ٥٥	٠	٠,٠٠
المجموع	٤٢	٤٢

(جدول ١٤)

التكرار المهذب

وبما أن مجموع التكرار الأصلي يساوي مجموع التكرار المهذب ، إذن فالعمليات الحسابية التي أجريت لحساب هذا التكرار المهذب صحيحة .

وهكذا نستعين بتساوى المجموع فى الحالتين كوسيلة من وسائل مراجعة صحة العمليات الحسابية .

ونستطيع أن نستمر فى تهذيب التكرار مرة أخرى ، فنهذب التكرار المهذب ثانية ، كما هذبنا التكرار الأصلى ، لكن المغالاة فى هذا التهذيب تبعدنا إلى حد ما عن الصورة الأصلية للتكرار ولهذا قد نقتصر أحياناً على التهذيب الأول وقد نمتد أحياناً إلى التهذيب الثانى .

التوزيع التكرارى المتجمع للدرجات الخام

ويهدف التكرار المتجمع إلى معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن درجة ما معينة أو تزيد عليها . فإذا أردنا مثلا أن نعرف مجموع الأفراد الذين حصلوا فى امتحان ما على درجات تقل عن ٥ أو مجموع الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٥ فإننا نستعين فى كلتا الحالتين بالتكرار المتجمع .

فإذا فرضنا مثلا أن الجدول التالى يدل على تكرار درجات ١٠ أفراد فى اختبار ما كاختبار الحساب .

الدرجة	التكرار
٣	١
٤	٢
٥	٤
٦	٢
٧	١
المجموع	١٠

(جدول ١٥)
تكرار الأرقام الخام

فإننا نلاحظ أن عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن ٤ هم ١ وعدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن ٥ هم ٢ + ١ = ٣ وعدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن ٦ هم ٤ + ٢ + ١ = ٧ وهكذا بالنسبة لبقية المستويات .

ويمكن أن نوضح هذه الفكرة فى التوزيع التكرارى المتجمع التالى :

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى
٣	١	١
٤	٢	٣
٥	٤	٧
٦	٢	٩
٧	١	١٠
المجموع	١٠	

(جدول ١٦)
التكرار المتجمع التصاعدى للدرجات الخام

وتتلخص الخطوات التى اتبعت فى حساب هذا التكرار المتجمع فيمايلى :

ا — يكتب تكرار الدرجة الأولى وهو ١ أمامها .

ب — يجمع هذا التكرار على تكرار الدرجة الثانية وهو ٢ ويصبح الناتج ١ + ٢ = ٣ ويكتب هذا المجموع أمام الدرجة الثانية .

حـ — يجمع هذا الناتج وهو ٣ على تكرار الدرجة الثالثة وهو ٤ ويصبح الناتج ٣ + ٤ = ٧ ويكتب هذا المجموع أمام الدرجة الثالثة

وهكذا تستمر عمليات الجمع حتى نصل إلى نهاية الدرجات .

وتتلخص المراجعة الحسابية لهذه العمليات فى مقارنة مجموع التكرار الأصلى بالتكرار المتجمع الأخير الذى كتب أمام الدرجة الأخيرة ، فإذا تساوى المجموعان دل ذلك على أن العمليات الحسابية صحيحة .

وإذا أردنا أن نعلم عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد عن درجة ما فإننا نحسب التوزيع التكرارى المتجمع من أسفل إلى أعلى .

ويمكن أن نوضح هذه الفكرة فى التوزيع التكرارى المتجمع التالى :

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التنازلى
٣	١	١٠
٤	٢	٩
٥	٤	٧
٦	٢	٣
٧	١	١
المجموع	١٠	

(جدول ١٧)

التكرار المتجمع التنازلى للدرجات الخام

وهكذا نرى أن عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٦ هم ١ وعدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٥ هم ٣ ، وبنفس هذه الطريقة يمكن أن نستمر فى تفسير نتائج الجدول السابق .

التوزيع التكراري المتجمع لفئات الدرجات

أ — التكرار المتجمع التصاعدي

عندما نحسب التكرار المتجمع لفئات الدرجات ونهدف من حسابنا هذا لمعرفة عدد الذين حصلوا على درجات أقل من مستوى معين فإننا نتبع نفس الخطوات السابقة التي بيناها في الطريقة السابقة لحساب التكرار المتجمع للدرجات الخام مع اختلاف بسيط في تفسير النتائج ؛ والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

الفئة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي
١١—١٣	١	١
١٤—١٦	٣	٤
١٧—١٩	٣	٧
.. — ..	..	..

(جدول ١٨)

التكرار المتجمع التصاعدي للفئات

وهكذا نستمر هذه العملية إلى أن ينتهي الجدول . وعندما نريد أن نعلم عدد كل الأفراد الذين لم يصلوا مثلا إلى مستوى الفئة الثالثة التي تبدأ بالدرجة ١٧ وتنتهي بالدرجة ١٩ فإننا نستعين بالتكرار المتجمع الذي يكشف لنا عن أن هذا المجموع يساوي ٤ أفراد . لكن أطراف الفئة ١٧ — ١٩ تبدأ بـ ١٧ أي أن عدد الأفراد الذين لم يحصلوا على درجات تقل عن ١٧ درجة يساوي ٤ أفراد .

هذ والحد الأدنى الحقيقي لهذه الفئة هو ١٦,٥ وليس ١٧ . وهذا الحد الأدنى للفئة الثالثة هو نفسه الحد الأعلى للفئة الثانية التي تمتد من ١٣,٥ إلى ١٦,٥ . إذن فالتكرار المتجمع المقابل للفئة ١٣,٥ - ١٦,٥ وهو ٤ يدل على أن عدد الأفراد الذين لم يصلوا إلى مستوى ١٦,٥ هم ٤ وهكذا يدل التكرار المتجمع لأية فئة على مجموع تكرار هذه الفئة وتكرار الفئات التي تسبقها .

والجدول التالي يدل على الفئات وحدودها الحقيقية العليا والتكرار الأصلي والتكرار المتجمع التصاعدي والتكرار المتجمع النسبي والتكرار المتجمع المئوي .

الفئة	الحد الأعلى للفئة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التصاعدي النسبي	التكرار المتجمع التصاعدي المئوي
١١ - ١٣	١٣,٥	١	١	٠,٠٢	٢
١٤ - ١٦	١٦,٥	٣	٤	٠,١٠	١٠
١٧ - ١٩	١٩,٥	٢	٦	٠,١٤	١٤
٢٠ - ٢٢	٢٢,٥	٥	١١	٠,٢٦	٢٦
٢٣ - ٢٥	٢٥,٥	٥	١٦	٠,٣٨	٣٨
٢٦ - ٢٨	٢٨,٥	٤	٢٠	٠,٤٨	٤٨
٢٩ - ٣١	٣١,٥	٧	٢٧	٠,٦٤	٦٤
٣٢ - ٣٤	٣٤,٥	٥	٣٢	٠,٧٦	٧٦
٣٥ - ٣٧	٣٧,٥	٦	٣٨	٠,٩٠	٩٠
٣٨ - ٤٠	٤٠,٥	٢	٤٠	٠,٩٥	٩٥
٤١ - ٤٣	٤٣,٥	١	٤١	٠,٩٨	٩٨
٤٤ - ٤٦	٤٦,٥	٠	٤١	٠,٩٨	٩٨
٤٧ - ٤٩	٤٩,٥	١	٤٢	١,٠٠	١٠٠
المجموع		٤٢			......

(جدول ١٩)

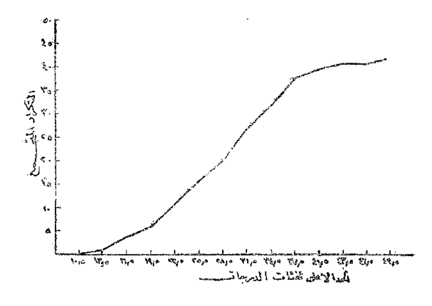
التكرار المتجمع التصاعدي والحدود العليا للفئات

والتكرار المتجمع التصاعدى النسبى يبين نسبة الذين لم يصلوا إلى مستوى محدد إلى العدد الكلى للأفراد. ويحسب بقسمة التكرار المتجمع لكل فئة على مجموع التكرار، وبذلك يصبح التكرار المتجمع النسبى للفئة الأولى مساوياً $\frac{١}{٤٢}$ = ٠,٠٢ تقريباً والتكرار المتجمع النسبى للفئة الثانية يساوى $\frac{٤}{٤٢}$ = ٠,١٠ تقريباً . وهكذا تستمر هذه العملية حتى ينتهى الجدول .

والتكرار المتجمع التصاعدى المئوى يدل على النسبة المئوية للتكرار المتجمع لكل فئة ويحسب بضرب التكرار النسبى فى ١٠٠ وبذلك يصبح التكرار المتجمع المئوى للفئة الأولى $\frac{١}{٤٢}$ × ١٠٠ = ٢ تقريباً ، والتكرار المتجمع المئوى للفئة الثانية يساوى $\frac{٤}{٤٢}$ × ١٠٠ = ١٠ تقريباً ، والتكرار المتجمع المئوى للفئة الثالثة يساوى $\frac{٦}{٤٢}$ × ١٠٠ = ١٤ تقريباً ، وهكذا تستمر هـــذه العملية حتى ينتهى الجدول .

وهكذا نستدل من التكرار المتجمع التصاعدى المئوى على أن نسبة ٢ فى المائة من الأفراد حصلوا على درجات تقل عن ١٣,٥ وأن ١٠ فى المائة حصلوا على درجات تقل عن ١٦,٥ وأن ٩٥ فى المائة حصلوا على درجات تقل عن ٤٠,٥

ويمكن أن نمثل مثل هذا التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى فى الشكل التالى بحيث يدل المحور الأفقى على الحدود العليا لفئات الدرجات ويدل المحور الرأسى على التكرار المتجمع . ويسمى الشكل الناتج من رسم هذا التوزيع بالمضلع التكرارى المتجمع التصاعـــدى . وحينما يُهذّب مثل هذا التوزيع وتتحول أضـــلاعه إلى منحنى متصل فإنه يسمى بالمنحنى التكرارى المتجمع .



(شكل ٩)
المضلع التكراري المتجمع التصاعدي

ب ـ التكرار المتجمع التنازلي

عندما نريد أن نحسب عدد الذين حصلوا على درجات أكبر من مستوى معين فإننا نلجأ أيضاً إلى التكرار المتجمع ولكننا نجمّعه من أسفل الجدول ثم نرقى به إلى أن يصل إلى أعلاه ، ونستعين على تقدير المستوى الذى يحدد عدد الأفراد بالحد الحقيقي الأدنى للفئة .

والجدول التالى يدل على فئات درجات الجدول السابق والحد الأدنى لكل فئة والتكرار الأصلي ، والتكرار المتجمع التنازلي ، والتكرار المتجمع التنازلي النسبي ، والتكرار المتجمع التنازلي المئوي.

الفئة	الحد الأدنى للفئة	التكرار	التكرار المتجمع التنازلي	التكرار المتجمع التنازلي النسبي	التكرار المتجمع التنازلي المئوي
١١ — ١٣	١٠,٥	١	٤٢	١,٠٠	١٠٠
١٤ — ١٦	١٣,٥	٣	٤١	٠,٩٨	٩٨
١٧ — ١٩	١٦,٥	٢	٣٨	٠,٩٠	٩٠
٢٠ — ٢٢	١٩,٥	٥	٣٦	٠,٨٦	٨٦
٢٣ — ٢٥	٢٢,٥	٥	٣١	٠,٧٤	٧٤
٢٦ — ٢٨	٢٥,٥	٤	٢٦	٠,٦٢	٦٢
٢٩ — ٣١	٢٨,٥	٧	٢٢	٠,٥٢	٥٢
٣٢ — ٣٤	٣١,٥	٥	١٥	٠,٣٦	٣٦
٣٥ — ٣٧	٣٤,٥	٦	١٠	٠,٢٤	٢٤
٣٨ — ٤٠	٣٧,٥	٢	٤	٠,١٠	١٠
٤١ — ٤٣	٤٠,٥	١	٢	٠,٠٥	٥
٤٤ — ٤٦	٤٣,٥	٠	١	٠,٠٢	٢
٤٧ — ٤٩	٤٦,٥	١	١	٠,٠٢	٢
المجموع		٤٢			

(جدول ٢٠)

التكرار المتجمع التنازلي والحدود الدنيا للفئات

ونستدل من هذا الجدول على أن عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ١٠,٥ يساوى ٤٢ فرداً ونسبتهم إلى المجموع الكلى ١,٠٠ ونسبتهم المئوية ١٠٠ وأن عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ١٣,٥ يساوى ٤١ فرداً ونسبتهم إلى المجموع الكلى ٠,٩٨ ونسبتهم المئوية ٩٨ وهكذا يستطرد بنا التحليل حتى نصل فى النهاية إلى عدد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٤٦,٥ يساوى فرداً واحداً ونسبته إلى المجموع الكلى ٠,٠٢ ونسبته المئوية ٢

تمـــارين

١ ـــ احسب التوزيع التكرارى البسيط للدرجات التالية :

١٧ ٢٢ ١٨ ١٧ ١٩ ٢٣ ٣٠ ١٧ ٢٤ ١٦
١٨ ٢٠ ١٧ ١٨ ١٩ ١٨ ١٧ ٢٣ ١٨ ٢١
١٦ ٢٥ ١٩ ١٧ ٢٠ ١٧ ٢٦ ٢٠ ١٩ ١٨
١٩ ٢١ ٢٢ ١٩ ١٨ ١٨ ١٨ ٢٠ ١٩ ٢٣
٢٠ ١٩ ١٦ ٢٠ ٢٤ ١٩ ١٨ ١٨ ١٨ ١٧

٢ ـــ احسب التوزيع التكرارى لفئات الدرجات التالية بحيث يصبح عدد هذه الفئات عشرة .

٢٦ ١٤ ١٨ ٢٦ ٤٠ ٢٧ ٢٢ ٢١ ٢٢ ٣٣
٢٩ ٢٣ ١٩ ٢٨ ٣٦ ٣٠ ٣٦ ٢٠ ٢٩ ٢٦
٢٣ ٢٩ ٢٤ ٢١ ٢٠ ٣١ ٢٤ ٢٥ ٣٤ ٣٢
٣٥ ٤٣ ٢٧ ٢٩ ٢١ ٣٧ ٢٥ ٢٣ ٢٧ ٣٤
٣٨ ١٧ ٣٠ ٣٣ ٢٨ ٢٥ ٣٧ ٢٤ ٢٨ ٢٣

٣ ـــ احسب الحدود الحقيقة لفئات الدرجات السابقة ، وبين منتصف كل فئة .

٤ ـــ هذب التوزيع التكرارى لفئات درجات التمرين الثانى

٥ ـــ احسب التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى والتوزيع التكرارى المتجمع التنازلى للدرجات الخام المبينة بالتمرين الأول .

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية

مقدمة

بيّنا أن التوزيع التكراري بأنواعه المختلفة يهدف إلى تبويب البيانات الرقمية فى صورة مناسبة موجزة توضح أهم معالمها الرئيسية . لكن الدراسة الإحصائية لا تكتفى بمثل هذا الإيجاز بل تمضى إلى ما هو أعمق من هذا الأمر، وذلك حينما تحاول أن تلخص أهم صفات تلك البيانات الرقمية فى عدد واحد يرمز لها ويدل عليها ، وقد يوضح هذا العدد نزعتها للتجمع أو نزعتها للتشتت .

وسنتناول فى هذا الفصل المقاييس الإحصائية المختلفة التى نعتمد عليها فى معرفتنا لتركز تلك البيانات وسنرجىء دراسة التشتت للفصل المقبل .

وتتلخص أهم مقاييس النزعة المركزية فى المتوسط بأنواعه المختلفة ، الحسابى والهندسى ، والتوافقى ، وفى الوسيط ، والمنوال .

وسيقتصر تحليلنا الإحصائى فى هذا الفصل على المتوسط الحسابى ، والوسيط والمنوال ، وذلك لأنها أكثر تلك المقاييس فائدة وشيوعاً .

١ — المتوسط الحسابى

المتوسط أكثر المقاييس الإحصائية انتشاراً وذيوعاً بين الناس لسهولته وفائدته التى تضفى عليه أهمية كبرى فى حياتنا اليومية . فكثيراً ما يتحدث

الناس عن متوسطات الأسعار فى الشهر أو العام ، ومتوسطات الأعمار واختلافها من جيل إلى جيل ومن بلد إلى آخر ، ومتوسطات الدخل الشهرى والسنوى ، وغير ذلك من الأمور العملية التى تتصل من قريب بحياتنا اليومية .

والناس فى حسابهم لهذه المتوسطات وفى حديثهم عنها لا يستعينون إلا بالمتوسط الحسابى رغم أن هناك متوسطين آخرين كما سبق أن أشرنا إلى ذلك .

هذا وتختلف طرق حساب المتوسط الحسابى تبعاً لمدى تبويب البيانات العددية التى تبدأ بها عمليات حساب المقاييس الإحصائية المختلفة .

وسنتناول فى تحليلنا لطرق حساب المتوسط الحسابى ، طريقة الدرجات الخام وطريقة التكرار وطريقة الفئات والطريقة المختصرة السريعة فى حساب هذا المتوسط ثم تنتهى من هذا إلى حساب متوسط المتوسطات أو ما يسمى بالمتوسط الوزنى .

حساب المتوسط من الدرجات الخام

المتوسط الحسابى للدرجتين ٣ ، ٥ هو ٤ وقد حصلنا على هذه النتيجة بأن جمعنا هاتين الدرجتين أى ٣ + ٥ = ٨ ثم قسمنا حاصل الجمع على عدد الدرجات وهو ٢ فأصبحت النتيجة مساوية $\frac{٨}{٢}$ = ٤ أو $\frac{٣+٥}{٢}$ = ٤

وهكذا بالنسبة لأى عـــدد من الدرجات ، فالمتوسط الحسابى للدرجات التالية .

١٢ ، ١٤ ، ٢٥ ، ١٦ ، ١٥ ، ١٣ ، ١٧ ، ١١ ، ١٨ ، ١٩

بحسب مجمع هذه الدرجات ثم بقسمة الناتج على عددها ، وبما أن مجموعها هو

١٢+١٤+٢٥+١٦+١٥+١٣+١٧+١١+١٨+١٩ = ١٦٠

وعددها هو ١٠

إذن فالمتوسط الحسابي لهذه الدرجات = $\frac{١٦٠}{١٠}$ = ١٦

ويمكن أن نلخص هذه العمليات الحسابية في الصورة التالية :

المتوسط = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}}$

أي أن :

المتوسط = $\frac{\text{مج س}}{\text{ن}}$

حيث أن مج = المجموع

س = الدرجة

ن = عدد الدرجات

هذا ومن أهم مزايا هذه الطريقة دقتها الحسابية لخلوها من العمليات المختصرة التقريبية ، ومن أهم عيوبها أنها تستغرق وقتاً طويلا وخاصة عندما يزداد عدد الدرجات .

حساب المتوسط من تكرار الدرجات

عندما يزداد عدد الدرجات زيادة تبطيء من حساب المتوسط بالطريقة السابقة فإننا نلجأ إلى حساب تكرار هذه الدرجات تمهيداً لحساب المتوسط .
والجدول التالي يوضح هذه الطريقة :

الدرجة	التكرار	التكرار × الدرجة
س	ت	ت × س
٢	١	١ × ٢ = ٢
٣	٢	٢ × ٣ = ٦
٤	٢	٢ × ٤ = ٨
٥	١١	١١ × ٥ = ٥٥
٦	١٧	١٧ × ٦ = ١٠٢
٧	١٢	١٢ × ٧ = ٨٤
٨	٣	٣ × ٨ = ٢٤
٩	٢	٢ × ٩ = ١٨
المجموع	مجـ ت = ن = ٥٠	مجـ(ت × س) = ٢٩٩

(جدول ٢١)
حساب المتوسط من تكرار الدرجات

وتتلخص خطوات حساب المتوسط فى معرفة مجموع الدرجات وهذا يساوى مجموع تكرار كل درجة فى قيمتها وهو فى مثالنا هذا ٢٩٩ ؛ وبما أن عدد الدجات يساوى ٥٠ إذن فالمتوسط يساوى $\frac{٢٩٩}{٥٠}$ = ٥,٩٨

ويمكن أن نلخص هذه العمليات فى الصورة التالية :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع نواتج ضرب تكرار كل درجة فى قيمتها}}{\text{عدد الدرجات}}$$

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجـ}(ت \times س)}{ن}$$

حيث يدل الرمز ت على التكرار .

وحيث تدل الرموز الأخرى على نفس ما دلت عليه فى المعادلة السابقة

هذا ومن أهم مزايا هذه الطريقة دقتها الحسابية وسرعة إجرائها وخاصة بالنسبة لطريقة الدرجات الخام ، لكنها مع كل ذلك قد تستغرق من الفرد وقتاً طويلا إذا كان المدى بين أكبر درجة وأصغر درجة كبيراً ، كأن تكون مثلا أكبر درجة ١٠٠ وأصغر درجة ٥

حساب المتوسطات من فئات الدرجات

تعتمد طريقة حساب المتوسط من فئات الدرجات على منتصف الفئة لأنه يدل عليها ويلخصها كما بينا ذلك فى الفصل السابق .

وهكذا تصبح القيمة العددية لمنتصف الفئة ممثلة للدرجة التى تدل عليها كل فئة . فإذا كان منتصف الفئة الأولى هو ١٣ وامتدت حدودها من ١٠ إلى ١٤ وكان تكرارها ٢ فإننا نلجأ فى حسابنا لمجموع درجات هذه الفئة الأولى إلى ضرب تكرارها فى منتصفها أى ٢ × ١٢ = ٢٤ ، ونكتفى بهذا الناتج على أنه يساوى تقريباً المجموع الذى نبحث عنه . وهكذا نستمر فى حسابنا لمجموع درجات كل فئة بنفس الطريقة حتى ننتهى من جدول التوزيع التكرارى لفئات الدرجات ، ثم نجمع هذه النواتج لنحصل بذلك على المجموع الكلى للدرجات . وعندما نقسم هذا المجموع على عدد الدرجات فإننا نحصل على المتوسط .

والجدول التالى يوضح هذه الطريقة .

فئات الدرجات	منتصف الفئة	التكرار	التكرار × منتصف الفئة
	ص	ت	ت × ص
١٠—١٤	١٢	٢	٢ × ١٢ = ٢٤
١٥—١٩	١٧	٨	٨ × ١٧ = ١٣٦
٢٠—٢٤	٢٢	٦	٦ × ٢٢ = ١٣٢
٢٥—٢٩	٢٧	١٢	١٢ × ٢٧ = ٣٢٤
٣٠—٣٤	٣٢	٢٧	٢٧ × ٣٢ = ٨٦٤
٣٥—٣٩	٣٧	١٦	١٦ × ٣٧ = ٥٩٢
٤٠—٤٤	٤٢	١٤	١٤ × ٤٢ = ٥٨٨
٤٥—٤٩	٤٧	٨	٨ × ٤٧ = ٣٧٦
٥٠—٥٤	٥٢	٥	٥ × ٥٢ = ٢٦٠
٥٥—٥٩	٥٧	٢	٢ × ٥٧ = ١١٤
		مجـ ت = ١٠٠ = ن	مجـ (ت × ص) = ٣٤١٠

(جدول ٢٢)

حساب المتوسط من فئات الدرجات

وهكذا نرى أن متوسط درجات هذا الجدول يساوي $\frac{٣٤١٠}{١٠٠}$ = ٣٤,١

ويمكن أن نلخص هذه العملية في الصورة التالية :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع نواتج ضرب تكرار كل فئة في منتصفها}}{\text{عدد الدرجات}}$$

أي أن :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجـ ت ص}}{\text{ن}}$$

حيث يدل الرمز ص على منتصف الفئة

هذا وبالرغم من السرعة التى تتميز بها هـذه الطريقة عن الطريقتين السابقتين إلا أنها تتأثر بالتقريب الذى ينشأ من تلخيص جميع درجات كل فئة فى منتصفها .

حساب المتوسط بالطريقة المختصرة

تهدف هذه الطريقة إلى اختصار وتبسيط العمليات الحسابية الطويلة التى ظهرت بوضوح فى الطريقة السابقة .

وهى تعتمد فى حسابها للمتوسط على فرض أن منتصفات الفئات تتزايد تزايداً يساوى واحداً صحيحاً . أى أن المنتصفات يتلو بعضها بعضاً بالطريقة التالية :

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ...

بدلا من الطريقة السابقة التى كانت تتزايد بها منتصفات الفئات تزايداً يساوى مدى كل فئة ، أى بمعدل ٥ درجات . أى أنها كانت تتزايد بالطريقة التالية :

١٢ ، ١٧ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٢ ، ٣٧ ، ...

هذا وتمضى هذه الطريقة فى تبسيطها للعمليات الحسابية فتفرض مركزاً لهذه المنتصفات يساوى صفراً ويقع بالقرب من منتصف التوزيع التكرارى حيث تبدأ منه منتصفات الفئات الفرضية تزيد فى كل خطوة واحداً صحيحاً فى اقترابها من النهاية الكبرى للتوزيع ، وتنقص فى كل خطوة واحدة واحداً صحيحاً فى اقترابها من النهاية الصغرى للتوزيع .

أى أننا نتخذ بدء التدريج فى منتصف التوزيع بدلا من أوله ، والمقارنة التالية توضح هذه الفكرة :

التدريج الذى يبدأ من أوله	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
التدريج الذى يبدأ من منتصفه	-٣	-٢	-١	٠	+١	+٢	+٣

(جدول ٢٣)
مقارنة بين نوعين من أنواع التدريج

ونستطيع أن نلاحظ فى وضوح مدى تناقص القيمة العددية للتدريج الثانى عن التدريج الأول فى المثال السابق .

هذا وسنستعين بهذه الوسائل المختصرة فى حسابنا للمتوسط من فئات الدرجات فى الجدول التالى .

الفئات	المنتصف الفرضى للفئة	التكرار	التكرار × المنتصف الفرضى	
	ض	ت	ت × ض	
١٠ - ١٤	-٥	٢	-١٠	
١٥ - ١٩	-٤	٨	-٣٢	
٢٠ - ٢٤	-٣	٦	-١٨	
٢٥ - ٢٩	-٢	١٢	-٢٤	
٣٠ - ٣٤	-١	٢٧	-٢٧	
				-١١١
٣٥ - ٣٩	٠	١٦	٠	
٤٠ - ٤٤	+١	١٤	+١٤	
٤٥ - ٤٩	+٢	٨	+١٦	
٥٠ - ٥٤	+٣	٥	+١٥	
٥٥ - ٥٩	+٤	٢	+٨	
				+٥٣
المجموع		١٠٠		-٥٨

(جدول ٢٤)
حساب المتوسط من فئات الدرجات بالطريقة المختصرة

ويدل العمود الأول فى الجدول السابق على فئات الدرجات ، وقد وضعنا خطاً فوق الفئة التى تمتد أطرافها من ٣٥ إلى ٣٩ وخطاً تحتها لأننا فرضنا أنها تقع فى نصف التوزيع ثم فرضنا أن منتصف هذه الفئة يساوى صفراً كما هو مبين بالعمود الثانى وحسبنا تدريج منتصفات الفئات التى تسبقها وتمتد منها إلى النهاية الصغرى للتوزيع على أساس تناقصها التدريجى الذى يساوى — ١ لكل خطوة ، وهكذا يمتد التدريج بالطريقة التالية :

—١ ، —٢ ، —٣ ، —٤ ، —٥

وحسبنا منتصفات الفئات التى تليها وتمتد منها إلى النهاية الكبرى للتوزيع على أساس تزايدها التدريجى الذى يساوى + ١ لكل خطوة ، وهكذا يمتد تدريجها بالطريقة التالية :

+١ ، +٢ ، +٣ ، +٤

هذا ويدل العمود الثالث على تكرار فئات الدرجات ، أما العمود الرابع فيدل على نواتج ضرب التكرار فى المنتصفات الفرضية للفئات . وقد سجلنا مجموع الأعداد السالبة فى أسفلها وإلى يسارها ، وسجلنا أيضاً مجموع الأعداد الموجبة فى أسفلها وإلى يسارها ليسهل علينا حساب المجموع الكلى لنواتج ضرب التكرار فى المنتصفات الفرضية للفئات .

وهكذا يصبح المتوسط الفرضى مساوياً لناتج قسمة المجموع الفرضى لنواتج ضرب التكرار فى المنتصفات الفرضية لكل فئة على عدد الدرجات .

وهذا يساوى $\frac{-٥٨}{١٠٠} = -٠{,}٥٨$

أى أن :

المتوسط الفرضى $= \frac{مج (ت \times ض)}{ن}$

حيث تدل ض على المتصفات الفرضية للفئات .

لكن مدى الفئة لا يساوي واحداً صحيحاً كما فرضنا ، ولكنه يساوى ٥ إذن فعلينا أن نضرب هذا الناتج فى ٥ لتصحيح هذا التقدير الفرضى .

أى ٥ × — ٠,٥٨ = — ٢,٩

هذا وقد افترضنا أن منتصف الفئة ٣٥ - ٣٩ التى بدأ منها التدريج الفرضى مساوياً للصفر وحقيقته ٣٧ ، إذن فعلينا أن نبدأ حسابنا من ٣٧ حتى نصحح هذا الفرض الأخير ، وذلك بإضافته إلى النتيجة السابقة .

أى أن المتوسط الحقيقى يحسب بالطريقة التالية :

المتوسط الحقيقى = ٥ (— ٠,٥٨) + ٣٧

= — ٢,٩ + ٣٧

= ٣٤,١١

وهذا هو نفس المتوسط الذى حصلنا عليه فى الطريقة السابقة التى كانت تعتمد على المتصفات الحقيقية للفئات وعلى تكرار كل فئة .

وهكذا يمكن أن نلخص هذه الخطوات فى المعادلة التالية :

المتوسط الحقيقى = مدى الفئة × المتوسط الفرضى + منتصف الفئة التى بدأ منها التدريج المتصفات .

= مدى الفئة (مجموع نواتج ضرب التكرار فى المتصفات الفرضية للفئات / عدد الدرجات) + منتصف الفئة التى بدأ منها التدريج .

$$= ف \times \left(\frac{مج ت ض}{ن} \right) + ص$$

حيث تدل

ف على مدى الفئة

ص على منتصف الفئة التي بدأ منها التدريج .

متوسط المتوسطات أو المتوسط الوزني

إذا كان متوسط مجموعة ما من الدرجات مساوياً ٤ وكان متوسط مجموعة أخرى مساوياً ٦ فقد يتبادر إلى الذهن أن متوسط المجموعتين يحسب بالطريقة التالية .

$$\frac{٤ + ٦}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$$

ولن تكون هذه الإجابة صحيحة إلا إذا كان عدد درجات المجموعة الأولى مساوياً لعدد درجات المجموعة الثانية ، ولنضرب لذلك المثال التالي :

المجموعة الأولى تتكون من ٣ ، ٤ ، ٥

ومتوسطها $= \frac{٣ + ٤ + ٥}{٣} = \frac{١٢}{٣} = ٤$

المجموعة الثانية تتكون ٥ ، ٦ ، ٧

ومتوسطها $= \frac{٥ + ٦ + ٧}{٣} = \frac{١٨}{٣} = ٦$

ومتوسط المتوسطين أو المتوسط العام للمجموعتين يحسب بالطريقة المألوفة وذلك بجمع درجات المجموعتين ثم بقسمة الناتج على عدد درجات المجموعتين .

أي أن المتوسط العام $= \frac{(٣ + ٤ + ٥) + (٥ + ٦ + ٧)}{٣ + ٣}$

$$= \frac{١٨ + ١٢}{٦} = ٥$$

أى أنه فى هذه الحالة فقط $= \frac{٤ + ٦}{٢} = ٥$

حيث يدل الرقم ٤ على متوسط المجموعة الأولى ويدل الرقم ٦ على متوسط المجموعة الثانية ، ويدل الرقم ٢ على عدد المتوسطات وهو فى هذه الحالة ٢ فقط .

وعندما لا يكون عدد درجات المجموعة الأولى مساوياً لعدد درجات المجموعة الثانية فإن متوسط المتوسطات يحسب بالطريقة التالية :

المجموعة الأولى تتكون من ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦

ومتوسطها $= \frac{٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦}{٥} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$

والمجموعة الثانية تتكون من ٥ ، ٦ ، ٧

ومتوسطها $= \frac{٥ + ٦ + ٧}{٣} = \frac{١٨}{٣} = ٦$

وقد يتبادر إلى الذهن أن متوسط الاثنين $= \frac{٤ + ٦}{٢} = ٥$

وعندما تحسب متوسط المتوسطين بالطريقة التى اتبعت فى حساب المتوسط العام نحصل على :

المتوسط العام $= \frac{(٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦) + (٥ + ٦ + ٧)}{٥ + ٣}$

$= \frac{٢٠ + ١٨}{٨}$

$= \frac{٣٨}{٨}$

$= ٤٫٧٥$

والاختلاف بين هذا المتوسط الأخير ٤٫٧٤ والمتوسط الذى حسبناه أولا

وهو ناتج عن اختلاف عدد درجات المجموعة الأولى عن المجموعة الثانية ويمكن أن نلخص هذه الطريقة فى المعادلة التالية :

متوسط المتوسطات

$$= \frac{\text{مجموع درجات المجموعة الأولى} + \text{مجموع درجات المجموعة الثانية}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولى} + \text{عدد درجات المجموعة الثانية}}$$

وبما أن المتوسط $= \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}}$

إذن مجموع الدرجات $=$ المتوسط $\times$ عدد الدرجات

وهكذا يمكن أن نكتب معادلة متوسط المتوسطات فى صورة أبسط من الصورة السابقة إذا عوضنا عن مجموع الدرجات بما يساويه .

∴ متوسط المتوسطات

$$= \frac{\text{متوسط المجموعة الأولى} \times \text{عدد درجاتها} + \text{متوسط المجموعة الثانية} \times \text{عدد درجاتها}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولى} + \text{عدد درجات المجموعة الثانية}}$$

أى أن متوسط المتوسطات $= \frac{م_{١} \times ن_{١} + م_{٢} \times ن_{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}}$

حيث أن $م_{١} =$ متوسط المجموعة الأولى

$ن_{١} =$ عدد درجات المجموعة الأولى وهو يساوى أيضاً عدد أفراد المجموعة الأولى

$م_{٢} =$ متوسط المجموعة الثانية

$ن_{٢} =$ عدد درجات المجموعة الثانية وهو يساوى أيضاً عدد أفراد المجموعة الثانية .

وباستخدام هذه المعادلة الأخيرة يمكن أن نستخرج متوسط المتوسطات ، وذلك بمعرفة .

م١ = ٤ ، ن١ = ٥

م٢ = ٦ ، ن٢ = ٣

∴ متوسط المتوسطات = (٤ × ٥ + ٦ × ٣) / (٥ + ٣)

= (٢٠ + ١٨) / ٨

= ٣٨ / ٨

= ٤٫٧٥

وهذه النتيجة هي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بالطريقة المطولة السابقة .

ويسمى أحياناً متوسط المتوسطات بالمتوسط الوزني وذلك لأننا نضرب المتوسط الأول في عدد درجاته ، أي أننا نزيد وزنه ، وكذلك نضرب المتوسط الثاني في عدد درجاته أي أننا أيضاً نزيد وزنه .

وليست هذه الطريقة قاصرة على حساب متوسط متوسطين بل يمكن أن تمتد لأي عدد من المتوسطات ، ونضرب لذلك المثل التالي الذي يهدف إلى حساب متوسط المتوسطات الأربعة التالية :

م١ = ٧ ، ن١ = ٧

م٢ = ٨ ، ن٢ = ٢٥

م٣ = ٦ ، ن٣ = ٣٥

م٤ = ١١ ، ن٤ = ٣٣

$$\therefore \text{المتوسط الوزنى} = \frac{(٣٣\times ١١)+(٣٥\times ٦)+(٢٥\times ٨)+(٧\times ٧)}{٣٣+٣٥+٢٥+٧}$$

$$= \frac{٣٦٣ + ٢١٠ + ٢٠٠ + ٤٩}{١٠٠}$$

$$= ٨,٢٢$$

الخواص الإحصائية للمتوسط

تتلخص أهم الخواص الإحصائية للمتوسط الحسابى فيما يلى :

١ – مجموع الانحرافات

مجموع الانحرافات عن المتوسط يساوى صفراً × . والانحراف هو مدى بعد أو قرب أية درجة ما عن المتوسط .

فمتوسط الدرجات التالية :

١ ، ٤ ، ٧ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩

يحسب بجمعها وقسمة المجموع على عددها أى $\frac{٧}{٧٠}$ = ١٠

ويحسب انحراف كل درجة عن المتوسط بطرح المتوسط منها أى أن :

الانحراف = الدرجة – المتوسط

وهكذا نرى أن انحراف الدرجة ١ = ١ – ١٠ = – ٩

وانحراف الدرجـــــــــة ٤ = ٤ – ١٠ = – ٦،

وعندما نستمر فى حسابنا لهذه الانحرافات نصل إلى الدرجة الأخيرة حيث نرى أن :

انحراف الدرجة ١٩ = ١٩ − ١٠ = ٩

والجدول التالى يوضح الدرجات وانحرافاتها عن المتوسط.

الدرجة	الانحراف (الدرجة ـ المتوسط)
١	− ٩
٤	− ٦
٧	− ٣
٩	− ١
	− ١٩
١٣	+ ٣
١٧	+ ٧
١٩	+ ٩
	+ ١٩
مج = ٧٠	مج = ٠

(جدول ٢٥)

انحرافات الدرجات عن متوسطها

وهكذا نرى أن مجموع الانحرافات السالبة يساوى − ١٩ ومجموع الانحرافات الموجبة يساوى + ١٩ والمجموع الكلى للانحرافات يساوى صفراً .

ولهذه الخاصية أهمية كبرى فى حساب المتوسط بالطريقة المختصرة كما سبق أن بينّا ذلك فى تحليلنا لتلك الطريقة ، وذلك عندما فرضنا متوسطاً تخمينياً

وحسبنا مجموع الانحرافات بالنسبة لذلك المتوسط التخميني، ثم صححنا هذا المجموع ليصبح مساوياً للصفر في حسابنا للمتوسط الحقيقي.

وتعتمد الطريقة العامة لحساب المتوسط على هذه الخاصية أيضاً، فلو فرضنا أن م متوسط الدرجات س_1، س_2، س_3، س_4

وفرضنا أن س_1، س_2 ينحرفان انحرافاً سالباً عن هذا المتوسط

وأن س_3، س_4 ينحرفان انحرافاً موجباً عن هذا المتوسط

فإن مجموع الانحرافات السالبة = مجموع الانحرافات الموجبة

أي أن $(\text{م}-\text{س}_1) + (\text{م}-\text{س}_2) = (\text{س}_3-\text{م}) + (\text{س}_4-\text{م})$

$$\therefore \text{م} + \text{م} + \text{م} + \text{م} = \text{س}_1 + \text{س}_2 + \text{س}_3 + \text{س}_4$$

$$\therefore ٤\,\text{م} = \text{س}_1 + \text{س}_2 + \text{س}_3 + \text{س}_4$$

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{س}_1 + \text{س}_2 + \text{س}_3 + \text{س}_4}{٤}$$

$$\therefore \text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عددها}}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{مج س}}{\text{ن}}$$

وهذه هي المعادلة العامة التي تستخدم في حساب المتوسط من الأرقام الخام والمتوسط بهذا المعنى هو مركز الثقل أو مركز الاتزان الذي تتعادل بالنسبة له جميع القوى أو جميع فروق هذه القوى أو الانحرافات.

ب — الدرجات المتطرفة

يتأثر المتوسط بالدرجات القريبة منه تأثراً قليلاً، ويتأثر بالدرجات البعيدة عنه تأثراً كبيراً.

فمتوسط الدرجات التالية :

٦ ٥ ٤ ٣ ٢

يحسب بجمعها وقسمة الناتج على عددها ، أي أن

$$\text{المتوسط} = \frac{٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦}{٥}$$

$$= \frac{٢٠}{٥}$$

$$= ٤$$

وإذا أضفنا إلى هذه الدرجات درجة قريبة من المتوسط ولتكن ٥ ثم حسبنا المتوسط بعد ذلك ، لوجدنا أن

$$\text{المتوسط} = \frac{٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٥ + ٦}{٦}$$

$$= \frac{٢٥}{٦}$$

$$= ٤ \frac{١}{٦}$$

أي أن زيادة المتوسط الجديد عن المتوسط القديم تساوي $\frac{١}{٦}$

وإذا أضفنا إلى تلك الدرجات ١٠ بدلا من إضافة ٥ ثم حسبنا المتوسط بعد تلك الإضافة لوجدنا أن

$$\text{المتوسط} = \frac{٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ١٠}{٦}$$

$$= \frac{٣٠}{٦}$$

$$= ٥$$

أي أن زيادة المتوسط الجديد عن المتوسط القديم تساوي واحدا صحيحا .
وهذا الفرق الأخير أكبر من الفرق السابق لأن ١٠ تبعد عن المتوسط ٤ أكثر مما تبعد ٦ عن نفس ذلك المتوسط .

وهذه الخاصة توضح أهم عيوب المتوسط الحسابي ، أي أن القيم المتطرفة في

التوزيع تؤثر تأثيراً قوياً على المتوسط ، وقد تجعله أحياناً غير صالح كمقياس من مقاييس النزعة المركزية ، لأنه فى تلك الحالة يعطينا صورة خاطئة عن حقيقة تجمع البيانات العددية .

حـ — عدد الدرجات

يتأثر المتوسط بعدد الدرجات ، ويميل إلى الاستقرار كلما كان هذا العدد كبيراً فعندما يكون العدد ١٠٠ مثلا فإن تأثر المتوسط بأية درجة يحسب على أنه أجزاء من مائة لأن هذه المائة تمثل مقام الكسر الذى نحسب منه المتوسط . وعندما يكون العدد ١٠٠٠ مثلا فإن تأثر المتوسط بأية درجة يحسب على أنه أجزاء من ألف ، وهكذا نرى أنه كلما زاد عدد الدرجات ، زاد تبعاً لذلك ميل المتوسط إلى الإستقرار وقل ميله للتغير والتذبذب .

ء — جمع المتوسطات

تجمع المتوسطات عندما يتساوى عدد درجات المجموعات أى عدد أفراد كل جماعة لأن كل فرد يحصل على درجة . والجدول التالى يوضح هذه الفكرة .

المجموعة الأولى للدرجات	المجموعة الثانية للدرجات	مجموع درجات المجموعة الأولى والثانية
٦	٤	٦ + ٤ = ١٠
٩	٨	٩ + ٨ = ١٧
١١	٩	١١ + ٩ = ٢٠
١٦	١٢	١٦ + ١٢ = ٢٨
٢٣	٢٢	٢٣ + ٢٢ = ٤٥
مج = ٦٥	مج = ٥٥	مج = ١٢٠
المتوسط = ١٣	المتوسط = ١١	المتوسط = ٢٤

(جدول ٢٦)
جمع المتوسطات

ومن هذا نرى أن

١٣ + ١١ = ٢٤

أى أن

متوسط المجموعة الأولى + متوسط المجموعة الثانية = متوسط مجموع درجات المجموعتين .

هـ - طرح المتوسطات

تطرح المتوسطات عندما يتساوى عدد درجات المجموعات ، والجدول التالى يوضح هذه الفكرة .

المجموعة الأولى للدرجات	المجموعة الثانية للدرجات	فرق الدرجات
٦	٤	٦ — ٤ = ٢
٩	٨	٩ — ٨ = ١
١١	٩	١١ — ٩ = ٢
١٦	١٢	١٦ — ١٢ = ٤
٢٣	٢٢	٢٣ — ٢٢ = ١
مج =٦٥	مج =٥٥	مج = ١٠
المتوسط=١٣	المتوسط=١١	المتوسط = ٢

(جدول ٢٧)

طرح المتوسطات

ومن هذا نرى أن

١٣ — ١١ = ٢

أى أن

متوسط المجموعة الأولى — متوسط المجموعة الثانية = متوسط فرق درجات المجموعتين .

فوائد المتوسط

تتلخص أهم الفوائد العملية التطبيقية للمتوسط فيما يلى :

ا — المعايير .

تعتمد المعايير الحيوية المختلفة على المتوسط . ولهذا يقاس ذكاء الفرد بالنسبة لمتوسط ذكاء جيله وأقرانه ، ومدى انحرافه عن هذا المعيار زيادة ونقصاناً . وينسب وزنه وطوله وحجمه إلى معايير أقرانه أيضاً ولهذا تصنع الملابس المختلفة لتناسب متوسطات أطوال وأحجام كل عمر من أعمار الإنسان . وبما أن هذه المعايير تختلف فى بعض نواحيها من بيئة لأخرى ، لذلك نرى أن لكل بيئة معاييرها الخاصة بها . ومن هذا نرى خطأ نسبة الفرد إلى معايير غير معايير بيئته .

ب — المقارنة

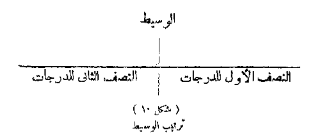
تستخدم المتوسطات أحياناً لمقارنة مجموعة من الأفراد بمجموعة أخرى . كمثل مقارنة متوسط درجات فصل دراسى ما فى امتحان للحساب بمتوسط

درجات فصل آخر بالنسبة لنفس ذلك الامتحان . هذا ولا تصح هذه المقارنة إلا إذا كانت المجموعات متجانسة وتقبل خواصها مثل تلك المقارنات . ومن أمثلة المقارنات الخاطئة ما يقوم منها على مقارنة متوسط أعمار الناس فى بيئة صناعية أغلبها من الشبان ، بمتوسط أعمار الناس فى بيئة زراعية قد يكون أغلبها من الأطفال والشيوخ ولهذا تعتمد شركات التأمين على دراسة متوسطات الأعمار بالنسبة لكل مهنة ، وكل عمر ، حتى تصبح نتائجها صحيحة .

ب ـ الوسيط

الوسيط هو النقطة التى تقع تماماً فى منتصف توزيع الدرجات بحيث يسبقها نصف عدد الدرجات ويتلوها النصف الآخر .

وإذا تصورنا مثلا أننا مثلنا للدرجات بخط أفقى ، فإن الوسيط يقع على النقطة التى تقسم هذا الخط إلى نصفين والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



(شكل ١٠)
ترتيب الوسيط

حساب الوسيط من الدرجات الخام

يعتمد حساب الوسيط اعتماداً كبيراً على عدد الدرجات ونوعها فردياً كان أم زوجياً . ولهذا تختلف طريقة حساب الوسيط تبعاً لاختلاف هذا العدد من حيث كونه فردياً أو زوجياً .

ا — حساب الوسيط عندما يكون عدد الدرجات فردياً

عندما نحسب الوسيط للدرجات التالية :

٨ ، ٩ ، ١٠ ، ٧ ، ٥ ، ٢ ، ١٧

فإننا نرتبها أولا ترتيباً تصاعدياً كما يلي :

١٧ ، ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٥ ، ٢

ثم نبحث بعد ذلك عن النقطة التي تنصف هذه الدرجات ، فنرى أنها تقع تماماً عند الدرجة ٨ لأن عدد الدرجات التي تسبقها ٣ وهي ٢ ، ٥ ، ٧ وعدد الدرجات التي تليها ٣ أيضاً وهي ٩ ، ١٠ ، ١٧ .

ويمكن أن نصل إلى معرفة ترتيب هذه النقطة وذلك بقسمة عدد الدرجات على ٢ أي $\frac{٧}{٢}$ = ٣,٥ وعندما نقرب هذا الناتج إلى أقرب عدد صحيح نصل إلى أنه يساوي ٤ .

وهكذا نستطيع أن نحسب ترتيب الدرجات لنصل إلى الدرجة التي ترتيبها الرابع بالنسبة لتدريج تلك الدرجات ،فنرى أن العدد ٢ ترتيبه الأول، والعدد ٥ ترتيبه الثاني ، والعدد ٧ ترتيبه الثالث ، والعدد ٨ ترتيبه الرابع . أي أن الوسيط هو ٨ .

ونستطيع أيضاً أن نحسب ترتيب الدرجات من الطرف الآخر لتدريجها فنرى أن العدد ١٧ ترتيبه الأول ، والعدد ١٠ ترتيبه الثاني ، والعدد ٩ ترتيبه الثالث ، والعدد ٨ ترتيبه الرابع . أي أن الوسيط هو ٨

وتتلخص طريقة حساب وسيط الدرجات عندما يكون عددها فردياً في قسمة عدد الدرجات على ٢ لتنصيفها ، ثم يقرب الناتج إلى أقرب عدد صحيح

لمعرفة ترتيب الوسيط، ثم يبحث عن الدرجة التى تقابل هذا الترتيب . وبما أننا فى هذه الحالة نقرب الناتج دائماً لأقرب عدد صحيح، إذن فى مقدورنا أن نستغنى عن هذا التقريب بإضافة واحد صحيح إلى عدد الدرجات حتى يصبح زوجياً . ويصبح الناتج بذلك عدداً صحيحاً .

أى أن ترتيب الوسيط $= \frac{\text{عدد الدرجات} + ١}{٢}$

$= \frac{ن + ١}{٢}$

حيث يدل الرمز ن على عدد الدرجات ، بحيث يكون هذا العدد فردياً .
وعندما نحسب الوسيط للدرجات التالية :

١ ، ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٣

نتبع الخطوات التالية :

١ — عدد الدرجات = ٩

٢ — ترتيب الوسيط $= \frac{٩ + ١}{٢} = ٥$

٣ — إذن الدرجة الوسطى لتدريج هذه الدرجات هى ٧

ب — حساب الوسيط عندما يكون عدد الدرجات زوجياً

عندما نحسب الوسيط للدرجات التالية :

٧ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٣ ، ١٦

فإننا نقسم عدد الدرجات الذى يساوى فى مثالنا هذا ٦ على ٢ أى $\frac{٦}{٢} = ٣$ لنعرف بذلك ترتيب الوسيط .

فإذا بدأنا نحسب ترتيب الدرجات من الطرف الأول لتدريج الدرجات

أى من ٧ لنصل إلى الدرجة التى ترتيبها الثالث فإننا نرى أن هذه الدرجة هى ١٠، وإذا بدأنا نحسب ترتيب الدرجات من الطرف الأخير أى من ١٦ لنصل إلى الدرجة التى ترتيبها الثالث نرى أن هذه الدرجة هى ١١ .

وهكذا نرى أن الوسيط يقع بين ١٠ ، ١١ أى ١٠,٥ وهذا يساوى متوسط ١٠ ، ١١ أى $\frac{١٠+١١}{٢} = \frac{٢١}{٢} = ١٠,٥$

وهكذا تتلخص خطوات حساب الوسيط لتلك الدرجات فى

١ — عدد الدرجات = ٦

٢ — ترتيب الوسيط $= \frac{ن}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$

٣ — الدرجة التى ترتيبها الثالث من الطرف الأول لتدريج الدرجات هى ١٠

٤ — الدرجة التى ترتيبها الثالث من الطرف الثانى لتدريج الدرجات هى ١١

الوسيط $= \frac{١٠+١١}{٢} = ١٠,٥$

وبنفس هذه الطريقة يمكن حساب الوسيط للدرجات التالية :

١٣ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٧ ، ٣٠

وذلك بمعرفة ترتيب الوسيط $\frac{ن}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$

∴ الوسيط $= \frac{٢٠+٢٤}{٢} = ٢٢$

حساب الوسيط من تكرار الدرجات

لحساب الوسيط للتوزيع التكرارى التالى

الدرجة	التكرار
١٢	٤
١٣	٣
١٤	١
١٥	٢
المجموع	١٠

(جدول ٢٨)

حساب الوسيط من تكرار الدرجات الخام

نتبع الخطوات التالية :

١ — بما أن عدد الدرجات = ١٠

٢ — إذن فترتيب الوسيط = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥

٣ — وبما أن الدرجة الأولى فى التوزيع ١٢ وتكرارها ٤ إذن فالوسيط يتلوها ولا يقع فى إطارها ، والدرجة الثانية فى هذا التوزيع ١٣ وتكرارها ٣ إذن فالوسيط يقع فى نطاق هذه الدرجة لأن ترتيبه الخامس .

٤ — وبما أن ترتيب الوسيط ٥ وهذا يزيد على تكرار الدرجة الأولى الذى يساوى ٤ بواحد صحيح ، إذن فامتداد الوسيط فى الدرجة الثانية يساوى الثلث الأول من نطاقها لأن تكرار الدرجة الثانية ٣ ، والوسيط يمتد درجة واحدة من الطرف العلوى لهذه الثلاثة أى $\frac{١}{٣}$ نطاقها .

٥ — وبما أننا نستطيع أن نعلم الحدود الحقيقية للدرجة ١٣ أى أن نعلم تماماً حدها الحقيقى الأول، لذلك يسهل علينا حساب الوسيط . وحدود هذه الدرجة هى ١٢,٥ — ١٣,٥ كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للحدود الحقيقية للفئات . وقد عاملنا هنا هذه الدرجة أى ١٣ على أنها فئة مداها واحد صحيح .

٦ — إذن فترتيب الوسيط يمتد بعد الحد الحقيقى الأول للدرجة ١٣ بقيمة عددية مقدارها ⅓ .

٧ — أى أن الوسيط = ١٢,٥ + ⅓

= ١٢,٥ + ٠,٣٣

= ١٢,٨٣

= ١٢,٨ تقريباً

ويمكن أن نحسب الوسيط من الطرف الأخير للتوزيع أى من الدرجة ١٥ كمراجعة لنتيجة الطريقة السابقة ، ونتبع لذلك الخطوات التالية :

١ — عدد الدرجات = ١٠

٢ — ترتيب الوسيط = ١٠/٢ = ٥

٣ — وبما أن تكرار الدرجة الأخيرة ١٥ هو ٢ ، وتكرار الدرجة التى تسبقها هو ١ ، فالتكرار المتجمع حتى الدرجة ١٤ هو ٣ ؛ وهذا ينقص ٢ عن ترتيب الوسيط إذن فالوسيط يقع فى ⅔ تكرار الدرجة .

٤ — وبما أن الحد الحقيقى الأعلى للدرجة ١٣ هو ١٣,٥ ؛ وترتيب الوسيط ينقص عن هذا الحد بقيمة عددية مقدارها ⅔ .

أى أن الوسيط = ١٣,٥ — ⅔

= ١٣,٥ — ٠,٦٧

= ١٢,٨٣

= ١٢,٨ تقريباً

وهذه هى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بالطريقة الأولى .

حساب الوسيط من فئات الدرجات

لحساب الوسيط من فئات الدرجات نحسب التكرار المتجمع التصاعدى ، والتكرار المتجمع التنازلى والحدود الحقيقية لفئات الدرجات .

وسنبين أولا طريقة حساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدى ونرجىء حساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلى إلى عملية المراجعة .

والجدول التالى يبين فئات الدرجات وحدودها الحقيقية وتكرارها الأصلى وتكرارها المتجمع التصاعدى ، والمتجمع التنازلى .

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التنازلى
١٧ — ١٨	١٦,٥ — ٨,٥	١	١	٣٧
١٩ — ٢٠	١٨,٥ — ٢٠,٥	٥	٦	٣٦
٢١ — ٢٢	٢٠,٥ — ٢٢,٥	٨	١٤	٣١
٢٣ — ٢٤	٢٢,٥ — ٢٤,٥	٨	٢٢	٢٣
٢٥ — ٢٦	٢٤,٥ — ٢٦,٥	٥	٢٧	١٥
٢٧ — ٢٨	٢٦,٥ — ٢٧,٥	٦	٣٣	١٠
٢٩ — ٣٠	٢٨,٥ — ٣٠,٥	٠	٣٣	٤
٣١ — ٣٢	٣٠,٥ — ٣٢,٥	١	٣٤	٤
٣٣ — ٣٤	٣٢,٥ — ٣٤,٥	٠	٣٤	٣
٣٥ — ٣٦	٣٤,٥ — ٣٦,٥	٢	٣٦	٣
٣٧ — ٣٨	٣٦,٥ — ٣٨,٥	١	٣٧	١
		مج = ٣٧		

(جدول ٢٩)

حساب الوسيط من الحدود الحقيقية للفئات التكرارية

١ – حساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدى

لحساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدى تتبع الخطوات التالية :

١ – بما أن عدد الدرجات = ٣٧

٢ – إذن ترتيب الوسيط = $\frac{٣٧}{٢}$ = ١٨,٥

٣ – أى أنه يقع فى الفئة التى تمتد أطرافها من ٢٣ إلى ٢٤ لأن التكرار المتجمع التصاعدى للفئة التى تسبقه يساوى ١٤ .

٤ – أى أنه يمتد فى الفئة ٢٣ – ٢٤ بقيمة مقدارها فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة السابقة التى تمتد من ٢١ إلى ٢٢ .

أى أن فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة التى تسبق فئته

= ١٨,٥ – ١٤ = ٤,٥

٥ – وبما أن تكرار الفئة التى يقع فيها الوسيط يساوى ٨

إذا فنسبة امتداد الوسيط لهذا التكرار تساوى $\frac{٤,٥}{٨}$ = ٠,٥٦

٦ – لكن مدى هذه الفئة يساوى ٢

إذن فمقدار هذا الامتداد يساوى ٠,٥٦ × ٢ = ١,١٢

٧ – وبما أن الحد الحقيقى الأول لفئة الوسيط يساوى ٢٢,٥

٨ – إذن فالوسيط = ٢٢,٥ + ١,١٢

= ٢٣,٦٢

= ٢٣,٦ بالتقريب

ويمكن أن نلخص هذه الخطوات فى المعادلة التالية :

الوسيط = الحد الأول الحقيقى لفئة الوسيط +

$$\left(\frac{\frac{\text{عدد الدرجات}}{2} - \text{التكرار المتجمع التصاعدى للفئة السابقة لفئة الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}} \right) \times \text{مدى فئة الوسيط}$$

أى أن :

$$\text{الوسيط} = ل + \left(\frac{\frac{ن}{2} - ت_ن}{ت} \right) \times ف$$

حيث ل = الحد الأول الحقيقى لفئة الوسيط

ن = عدد الدرجات

$ت_ن$ = التكرار المتجمع للفئة السابقة لفئة الوسيط

ت = تكرار فئة الوسيط

ف = مدى فئة الوسيط

وبتطبيق هذه المعادلة نحصل على :

ل = ٢٢,٥ ن = ٣٧ $ت_ن$ = ١٤ ت = ٨ ف = ٢

أى أن

$$\text{الوسيط} = ٢٢,٥ + \left(\frac{\frac{٣٧}{٢} - ١٤}{٨} \right) \times ٢$$

$= ٢٢,٥ + \frac{٤,٥}{٨} \times ٢$

$= ٢٢,٥ + ١,١٢$

$= ٢٣,٦٢$

$=$ ٢٣,٦ بالتقريب

(ب) حساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلى

لحساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلى نتبع الخطوات التالية :

١ — عدد الدرجات = ٣٧

٢ — ترتيب الوسيط = $\frac{٣٧}{٢}$ = ١٨,٥

٣ — أطراف فئة الوسيط هى ٢٣ — ٢٤

٤ — أطراف الفئة التى تقع قبل فئة الوسيط (من أسفل إلى أعلى) هى ٢٥ — ٢٦ وتكرارها المتجمع ١٥

٥ — زيادة ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة ٢٥—٢٦ يحسبه بالطريقة التالية :

فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة التى تلى فئته

$= ١٨,٥ - ١٥ = ٣,٥$

٦ — تكرار فئة الوسيط = ٨

إذن نسبة امتداد الوسيط فى هذا التكرار $= \frac{٣,٥}{٨}$

= ٠,٤٤ تقريباً

٧ — لكن مدى فئة الوسيط = ٢

إذن مقدار هذا الامتداد = ٢ × ٠,٤٤ = ٠,٨٨

٨ — وبما أن الحد الحقيقي الأخير لهذه الفئة هو ٢٤,٥٠

٩ — إذن فالوسيط = ٢٤,٥ — ٠,٨٨

= ٢٣,٦٢

= ٢٣,٦ بالتقريب

وهذه هي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بالطريقة السابقة التي اعتمدت على التكرار المتجمع التصاعدي . ويمكن أن نلخص هذه الخطوات في المعادلة التالية :

الوسيط = الحد الثاني الحقيقي لفئة الوسيط

$$- \left(\frac{\frac{\text{عدد الدرجات}}{٢} - \text{التكرار المتجمع للفئة التالية لفئة الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}} \right)$$

× مدى فئة الوسيط .

أي أن :

$$\text{الوسيط} = \text{ث} - \frac{\frac{\text{ﻫ}}{٢} - \text{ت}_\text{ب}}{\text{ت}} \times \text{ف}$$

حيث ث = الحد الثاني الحقيقي لفئة الوسيط .

ﻫ = عدد الدرجات

ت ب = التكرار المتجمع للفئة التالية لفئة الوسيط.

ت = تكرار فئة الوسيط.

ف = مدى فئة الوسيط.

وبتطبيق هذه المعادلة نحصل على

ث = ٢٤٫٥ ﻫ = ٣٧ تب = ١٥ ت = ٨ ف = ٢

$$\text{أى أن الوسيط} = ٢٤٫٥ - \left(\frac{\frac{٣٧}{٢} - ١٥}{٨} \right) \times ٢$$

$$= ٢٤٫٥ - \left(\frac{١٨٫٥ - ١٥}{٨} \right) \times ٢$$

$$= ٢٤٫٥ - \frac{٣٫٥}{٨} \times ٢$$

$$= ٢٤٫٥ - ٠٫٨٨$$

$$= ٢٣٫٦٢$$

$$= ٢٣٫٦ \quad \text{بالتقريب}$$

ح — حساب الوسيط الذى يقع ترتيبه على حدود الفئات

فى بعض الحالات يصعب على الباحث حساب الوسيط بالطرق السابقة التى أشرنا إليها . وذلك عندما يقع ترتيب الوسيط على الحد الحقيقى القائم بين فئتين متتاليتين .

والجدول التالى يوضح هذه الفكرة :

---

1 — Guilford, J. P. Fundamental Statistics in Psychology and Education. 1956, P. 61.

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التنازلى
٢٠ — ٢٤	١٩,٥ — ٢٤,٥	٢	٢	٦٨
٢٥ — ٢٩	٢٤,٥ — ٢٩,٥	٧	٩	٦٦
٣٠ — ٣٤	٢٩,٥ — ٣٤,٥	١٠	١٩	٥٩
٣٥ — ٣٩	٣٤,٥ — ٣٩,٥	١٥	٣٤	٤٩
٤٠ — ٤٤	٣٩,٥ — ٤٤,٥	١٨	٥٢	٣٤
٤٥ — ٤٩	٤٤,٥ — ٤٩,٥	٨	٦٠	١٦
٥٠ — ٥٤	٤٩,٥ — ٥٤,٥	٣	٦٣	٨
٥٥ — ٥٩	٥٤,٥ — ٥٩,٥	٥	٦٨	٥
		مج = ٦٨		

(جدول ٣٠)

حساب الوسيط الذى يقع ترتيبه على حدود الفئات

ولحساب الوسيط فى هذه الحالة نتبع الخطوات التالية :

١ — ترتيب الوسيط = $\frac{٦٨}{٢}$ = ٣٤

٢ — التكرار المتجمع التصاعدى يدل على أن الوسيط يقع فى الفئة التى تمتد أطرافها من ٣٥ إلى ٣٩,٥ .

٣ — وبما أن التكرار المتجمع لهذه الفئة يساوى ترتيب الوسيط .

٤ — إذن فالوسيط يساوى الحد الأعلى لهذه الفئة أى ٣٩,٥ .

وإذا حسبنا الوسيط من التكرار المتجمع التنازلى نجد أن :

١ — التكرار المتجمع التنازلى يدل على أن الوسيط يقع فى الفئة التى تمتد أطرافها من ٤٠ إلى ٤٤ .

٢ — وبما أن التكرار المتجمع لهذه الفئة يساوى ترتيب الوسيط

٣ — إذن فالوسيط يساوى الحد الأدنى لهذه الفئة أى ٣٩,٥

وهكذا نرى أن الوسيط فى كلا الحالتين يساوى ٣٩,٥ أى أن عملية حسابه صحيحة .

ء — حساب الوسيط الذى يقع فى فئة لا تكرار لها

عندما يقع ترتيب الوسيط فى فئة تكرارها يساوى صفراً ، فإننا نجد صعوبة فى الاستعانة بالطرق السابقة لحساب الوسيط .

والجدول التالى يوضح هذه الفكرة ويمهد السبيل لحساب الوسيط .

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع الصاعدى	التكرار المتجمع النازلى
٥ — ٧	٤,٥ — ٧,٥	١	١	٣٤
٨ — ١٠	٧,٥ — ١٠,٥	٧	٨	٣٣
١١ — ١٣	١٠,٥ — ١٣,٥	٩	١٧	٢٦
١٤ — ١٦	١٣,٥ — ١٦,٥	٠	١٧	١٧
١٧ — ١٩	١٦,٥ — ١٩,٥	٦	٢٣	١٧
٢٠ — ٢٢	١٩,٥ — ٢٢,٥	٧	٣٠	١١
٢٣ — ٢٥	٢٢,٥ — ٢٥,٥	٢	٣٢	٤
٢٦ — ٢٨	٢٥,٥ — ٢٨,٥	٢	٣٤	٢
		مج = ٣٤		

(جدول ٣١)

حساب الوسيط الذى يقع فى فئة تكرارها يساوى صفراً

(1) Loc. Cit. P. P. 61-62

ولحساب الوسيط فى هذه الحالة تتبع الخطوات التالية :

١ — ترتيب الوسيط = $\frac{٣٤}{٢}$ = ١٧

٢ — وبما أن التكرار المتجمع التصاعدى يصل إلى ١٧ عند الفئة التى تمتد أطرافها من ١١ إلى ١٣ ثم يظل كما هو فى الفئة التى تليها لأن تكرارها يساوى صفراً .

إذن فالوسيط يقع فى نهاية الفئة التى تمتد من ١١ إلى ١٣ أى عند ١٣,٥

٣ — وبما أن التكرار المتجمع التنازلى يصل فى تطوره من أسفل إلى أعلى إلى ١٧ عند الفئة التى تمتد أطرافها من ١٧ إلى ١٩ ثم يظل ثابتاً فى الفئة التى تليها لأن تكرارها يساوى صفراً .

إذن فالوسيط يقع فى بدء الفئة التى تمتد حدودها من ١٧ إلى ١٩ أى عند ١٦,٥ .

٤ — أى أن ترتيب الوسيط بهذا المعنى يقع بين ١٣,٥ ، ١٦,٥ . وهذه هى الحدود الحقيقية للفئة التى تمتد من ١٤ إلى ١٦ والتى تكرارها يساوى صفراً .

٥ — إذن فمنتصف الفئة يدل على ترتيب الوسيط .

أى أن الوسيط = $\frac{١٦,٥ + ١٣,٥}{٢}$

= $\frac{٣٠}{٢}$

= ١٥

الخواص الإحصائية للوسيط

١ – مجموع الانحرافات المطلقة

بينا فى تحليلنا للخواص الإحصائية للمتوسط أن مجموع انحرافات الدرجات عن متوسطها يساوى صفراً بشرط أن يكون هذا الجمع جمعاً جبرياً يحتفظ كل انحراف فيه بإشارته الجبرية ، موجبة كانت أم سالبة .

وعندما نجمع الانحرافات المطلقة التى لا تراعى تلك الإشارات بل تعاملها جميعاً على أنها موجبة نجد أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط .

والجدول التالى يبين هذه الخاصية للدرجات التالية حيث يساوى متوسطها ١٢ ووسيطها ١٣ .

الدرجة	الانحرافات المطلقة	
	الانحراف عن المتوسط	الانحراف عن الوسيط
٤	٨	٩
٨	٤	٥
١٣	١	٠
١٥	٣	٢
٢٠	٨	٧
مج = ٦٠		
المتوسط = ١٢	مج = ٢٤	مج = ٢٣
الوسيط = ١٣		

(جدول ٣٢)

مقارنة مجموع الانحرافات المطلقة بالنسبة للمتوسط والوسيط .

ومن هذا نرى أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط يساوى ٢٣ وهذه القيمة أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط الذى يساوى ٢٤ .

ومعنى هذا أن الوسيط يتوسط توزيع الدرجات أكثر مما يتوسطها المتوسط ولذا فإن الوسيط فى أى توزيع تكرارى عادى يقع بين المتوسط والمنوال .

ب — الدرجات المتطرفة والوسطى

يتأثر الوسيط بالدرجات الوسطى أكثر مما يتأثر بالدرجات المتطرفة فى التوزيع التكرارى . وهو يصبح بهذه الصفة على نقيض المتوسط الذى يتأثر بالدرجات المتطرفة أكثر من تأثره بالدرجات الوسطى .

ولذا يصلح الوسيط كمقياس للنزعة المركزية أكثر من المتوسط عندما تكون أطراف التوزيع متراكمة متجمعة غير مستوية . كأن يلتوى التوزيع التكرارى فتكثر فيه الأصفار والأعداد الصغيرة التى تقوم عند طرفه الأول أو تكثر فيه الأعداد الكبيرة التى تقوم عند طرفه الثانى .

ولتوضيح هذه الخاصية نحسب الوسيط والمتوسط للدرجات التالية .

٤ ٨ ١٣ ١٥ ٢٠

فنجد أن الوسيط = ١٣

والمتوسط = ١٢

ثم نعلو بالطرف الأخير علواً كبيراً فنجعل الـ ٢٠ تصبح ٦٠ ثم نحسب بعد ذلك الوسيط والمتوسط للدرجات فى صورتها الجديدة .

٤ ٨ ١٣ ١٥ ٦٠

فنجد أن الوسيط = ١٣

والمتوسط = ٢٠

وهكذا نرى أن الوسيط لم يتغير فى كلا الحالتين ؛ أى أنه لم يتأثر بما حدث فى الطرف الأخير من تغير . وأن المتوسط تغير من ١٢ إلى ٢٠ نتيجة التغير الطرفى الأخير للدرجات السابقة .

فالوسيط بهذا المعنى أكثر ثبوتاً واستقراراً من المتوسط بالنسبة للأطراف ؛ أو أن المتوسط أكثر حساسية من الوسيط بالنسبة لأطراف التوزيع .

وهذه الخاصية تحدد الأهمية النسبية لكل من المتوسط والوسيط ، والميادين والحالات التى يستخدم فيها كل منهما .

وعندما نغير الدرجة أو الدرجات الوسطى فإننا بذلك نغير قيمة الوسيط تغييراً كبيراً ، ولا يكاد يصيب المتوسط من هذا التغير إلا اختلافاً بسيطاً . ولتوضيح هذه الفكرة بتغيير الدرجة الوسطى فى المثال السابق من ١٣ إلى ٩ فتصبح :

٢٠ ١٥ ٩ ٨ ٤

ونجد أن الوسيط = ٩

والمتوسط = ١١,٢

وإذا غيرنا الدرجة الوسطى ٩ إلى ١٤ فإننا نرى تغير الوسيط أكثر من تغير المتوسط ، كما يبدو ذلك فى المثال التالى :

٢٠ ١٥ ١٤ ٨ ٤

الوسيط = ١٤

المتوسط = ١٢,٢

وهكذا نرى أن

١ — المتوسط أكثر تأثراً من الوسيط بالدرجات المتطرفة .
٢ — الوسيط أكثر تأثراً من المتوسط بالدرجات الوسطى .

فوائد الوسيط

يصلح الوسيط لنفس الميادين التى صلح فيها المتوسط ، أى فى المعايير والمقارنة وخاصة عندما يكون التوزيع التكرارى للدرجات ملتوياً أى مرتفعاً من أحد طرفيه كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للخواص الإحصائية للوسيط .

والالتواء قد يكون موجباً أو سالباً . فإذا زاد تجمع تكرار الدرجات نحو الطرف الأول للتوزيع سمى الالتواء موجباً . وإذا زاد تجمع تكرار الدرجات نحو الطرف الثانى للتوزيع سمى الالتواء سالباً . وإذا اعتدل التوزيع التكرارى سمى التوزيع معتدلا . والجداول التالية تبين هذه الأنواع المختلفة للتوزيع التكرارى . حيث يصلح الوسيط كمقياس للنزعة المركزية فى النوعين الأول والثانى أى فى الالتواء الموجب والسالب ، وحيث يصلح المتوسط كمقياس للنزعة المركزية فى النوع الثالث .

الدرجة	التكرار
٢	٧
٣	١٣
٤	٢٠
٥	١٠
٦	٩
٧	٤
٨	١
المجموع	٦٤

(جدول ٢٣)

توزيع تكرارى ملتوى التواء موجباً

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٤
٤	٩
٥	١٠
٦	٢٠
٧	٣٠
٨	٧
المجموع	٦٤

(جدول ٢٤)

توزيع تكرارى ملتوى التواء سالباً

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٦
٤	١٥
٥	٣٠
٦	١٥
٧	٦
٨	١
المجموع	٦٤

(جدول ٢٥)

توزيع تكرارى اعتدالى

والوسيط يصلح فى الحالات التى تهدف إلى قسمة التوزيع التكرارى إلى قسمين متساويين من وسطه . فيصبح بذلك التوزيع ثنائياً أى أعلى من الوسيط وأقل من الوسيط . ولهذه الناحية أهميتها القصوى فى حساب معاملات الارتباط التى تعتمد على مثل هذا التقسيم الثنائى ، مثل معاملات الارتباط الرباعية . وسيأتى بيان ذلك فى تحليلنا لمعاملات الارتباط . وسنوضح هذا التقسيم الثنائى بالمثال التالى :

١٦ ٢٠ ٢٥ ٣٢ ٤٠

الوسيط = ٢٥

والدرجات التالية : ١٦ ، ٢٠ أقل من الوسيط

والدرجات التالية : ٣٢ ، ٤٠ أعلى من الوسيط

والتقسيم الثانى يقوم على معاملة الدرجات التى تقل عن الوسيط على أنها سالبة ، والدرجات التى تزيد عن الوسيط على أنها موجبة . وبذلك تنقسم الدرجات السابقة إلى الصورة التالية :

+ + . − −

أى أنها تنقسم إلى قسمين : سالب وموجب بالنسبة للوسيط .

المنوال

يدل المنوال على أكثر الدرجات شيوعاً ، أو بمعنى أدق هو النقطة التى تدل على أكثر درجات التوزيع تكراراً .

١ — حساب المنوال من تكرار الدرجات

يمكن معرفة المنوال بسهولة عندما نقارن تكرار الدرجات لنبحث عن أكبرها ، والجدول التالى يوضح سهولة معرفة المنوال :

الدرجة	التكرار
١٢	٣
١٣	٧
١٤	١٠
١٥	٨
١٦	٦
١٧	٢
المجموع	٣٦

(جدول ٣٦)
حساب المنوال من تكرار الدرجات

وهكذا نرى أن أكبر الدرجات تكراراً هي الدرجة ١٤ لأن تكرارها يساوي ١٠ وهذه العشرة هي أكبر تكرارات هذا الجدول .

∴ المنوال = ١٤

٢ — حساب المنوال من فئات الدرجات

لحساب المنوال من فئات الدرجات نبحث أيضاً عن أكبر تكرار ثم نحدد الفئة التي تقابله . وبهذا نستطيع الكشف عن الفئة التي يوجد فيها المنوال . وبما أن الفئات تمتد إلى أكثر من درجة فهي لا تدل على نقطة المنوال دلالة دقيقة ، ولذلك نستعين بمنتصف الفئة للدلالة على منوال التوزيع . والجدول التالي يوضح خطوات هذه العملية ، ولذلك يحتوي على فئات الدرجات ، ومنتصفات تلك الفئات ، وعلى تكرار كل فئة

فئات الدرجات	منتصفات الفئات	التكرار
١١ – ١٣	١٢	١
١٤ – ١٦	١٥	٣
١٧ – ١٩	١٨	٩
٢٠ – ٢٢	٢١	١٣
٢٣ – ٢٥	٢٤	١١
٢٦ – ٢٨	٢٧	٣
المجموع		٤٠

(جدول ٢٧)
حساب المنوال من فئات الدرجات

وهكذا نرى أن أكبر تكرار بهذا التوزيع هو ١٣ وهو تكرار الفئة التى تمتد حدودها من ٢٠ إلى ٢٢ وبما أن منتصف هذه الفئة يساوى ٢١ إذن فالدرجة التى تدل على المنوال هى ٢١ .

٣ — حساب المنوال من الوسيط والمتوسط

تواجه الباحث أحياناً صعوبات شتى فى حساب المنوال ، وخاصة عندما يكثر عدد الفئات التى تحتوى على أكبر تكرار ، كأن يدل الجدول السابق على فئة أخرى تكرارها ١٣ مثل تكرار الفئة ٢٠ - ٢٢ التى دل منتصفها المساوى لـ ٢١ على المنوال .

والطريقة الإحصائية لحساب المنوال تعتمد على الوسيط والمتوسط ، والمعادلة التالية توضح علاقة هذه المقاييس الثلاثة .

المنوال = ثلاثة أمثال الوسيط — ضعف المتوسط .

أى أن

المنوال = ٣ × الوسيط — ٢ × المتوسط

و = ٣ط — ٢م

حيث يدل الرمز و على المنوال

والرمز ط على الوسيط

والرمز م على المتوسط

وعندما نستخدم هذه المعادلة فى حساب المنوال للجدول السابق ، علينا أن نستخرج أولا المتوسط والوسيط بالطريقة التالية :

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية للفئات	منتصفات الفئات	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى
١١ — ١٣	١٠,٥ — ١٣,٥	١٢	١	١
١٤ — ١٦	١٣,٥ — ١٦,٥	١٥	٣	٤
١٧ — ١٩	١٦,٥ — ١٩,٥	١٨	٩	١٣
٢٠ — ٢٢	١٩,٥ — ٢٢,٥	٢١	١٣	٢٦
٢٣ — ٢٥	٢٢,٥ — ٢٥,٥	٢٤	١١	٣٧
٢٦ — ٢٨	٢٥,٥ — ٢٨,٥	٢٧	٣	٤٠
المجموع			٤٠	

(جدول ٣٨)

حساب المنوال من الوسيط والمتوسط

المتوسط = $\frac{\text{(منتصف الفئة × التكرار)}}{\text{عدد الدرجات}}$

$= \frac{٨٣٧}{٤٠}$

$= ٢٠,٩٢٥$

$= ل + \left(\frac{\frac{ن}{٢} - ك}{ت} \right) \times ف$

$= ١٩,٥ + \frac{\frac{٤٠}{٢} - ١٣}{١٣} \times ٣$

= ١٩,٥ + ٢١/١٣

= ١٩,٥ + ١,٦١٥

= ٢١,١١٥

المنوال = ٣ ط − ٢ سَ

= ٣ × ٢١,١١٥ − ٢ × ٢٠,٩٢٥

= ٦٣,٣٤٥ − ٤١,٨٥٠

= ٢١,٤٩٥ أى ٢١,٥ بالتقريب .

٤ — حساب المنوال من تكرار الفئات المتجاورة

يمكن حساب المنوال بالاستعانة بتكرار الفئة المنوالية . وبتكرار الفئة السابقة لها والتالية لها أيضاً . وتقوم هذه الفكرة على الإفادة من الارتفاع التكرارى الذى يسبق الفئة المنوالية ويؤدى إليها ، والانخفاض التكرارى الذى يعقبها ويتأثر بها .

فلو لاحظنا تكرار الفئة ١٧ — ١٩ التى تسبق الفئة المنوالية لوجدناه مساوياً ٩ وهذا ارتفاع فى التكرار يؤدى إلى الفئة المنوالية ٢٠ — ٢٢ حيث يصل تكرارها إلى ١٣ . ولو لاحظنا تكرار الفئة ٢٣ — ٢٥ التى تلى الفئة المنوالية لوجدنا أنه يساوى ١١ وهذا يمثل انخفاضاً فى التكرار بعد ما ارتفع فى الفئة المنوالية .

وتتلخص طريقة حساب المنوال فى الخطوات التالية :

المنوال = الحد الأول الحقيق للفئة المنوالية

$$+ \frac{\text{تكرار الفئة المنوالية} - \text{تكرار الفئة السابقة للمنوالية}}{(\text{تكرار الفئة المنوالية} - \text{تكرار الفئة السابقة لها}) + (\text{تكرار الفئة المنوالية} - \text{تكرار الفئة التالية لها})}$$

× مدى الفئة .

$$= ل + \frac{ت_م - ت_ق}{(ت_م - ت_ق) + (ت_م - ت_ب)} \times ف$$

حيث ل = الحد الأول الحقيق للفئة المنوالية

$ت_م$ = تكرار الفئة المنوالية

$ت_ق$ = تكرار الفئة السابقة المنوالية

$ت_ب$ = تكرار الفئة التالية للمنوالية

ف = مدى الفئة .

وهكذا يمكن أن نحسب المنوال للتوزيع التكرارى للجدول السابق رقم ٣٨ بالطريقة التالية :

ل = ١٩,٥ $ت_م$ = ١٣ $ت_ق$ = ٩ $ت_ب$ = ١١ ف = ٣

$$\therefore \text{المنوال} = ١٩,٥ + \frac{١٣ - ٩}{(١٣ - ٩) + (١٣ - ١١)} \times ٣$$

$$= ١٩,٥ + \frac{٤}{٤ + ٢} \times ٣$$

$$= ١٩,٥ + \frac{٤}{٦} \times ٣$$

$$= ١٩,٥ + ٢$$

$$= ٢١,٥$$

وهذه هى نفس القيمة التى حصلنا عليها بالطريقة السابقة التى اعتمدت على الوسيط والمتوسط فى حسابها للمنوال .

ومن أهم مميزات طريقة تكرار الفئات المتجاورة دقتها وعدم اعتمادها على الوسيط والمتوسط . ولهذه الخاصية الأخيرة أهميتها فى حساب الالتواء كما سنبين ذلك فى دراستنا لالتواء المنحنيات التكرارية .

الخواص الإحصائية للمنوال

ا — الدرجات المتطرفة والوسطى

لا يتأثر المنوال بالدرجات المتطرفة ولا بالدرجات الوسطى فى التوزيع التكرارى ، وإنما يتأثر بالتكرار نفسه عندما يبلغ نهايته العظمى بالنسبة لدرجة ما أو لفئة ما من الدرجات . فهو من هذه الناحية أكثر ثباتاً واستقراراً من المتوسط والوسيط .

ب — عدد الفئات ومداها

يتأثر المنوال بعدد فئات التوزيع وبمدى الفئة . فكلما قل هذا العدد زاد تبعاً لذلك مدى الفئـــة وارتفع تكرارها . وكلما كثر هذا العدد بالنسبة لنفس التوزيع السابق قل تبعاً لذلك مدى الفئة وانخفض تكرارها . وهكذا نرى أن المنوال يخضع فى جوهره لاختيار عدد الفئات ومداها .

حـ — تعدد القمم

عندما تتعدد قمم التوزيع التكرارى تتعدد أيضاً قيم المنوال ، فإذا كان للتوزيع قمتان كان لكل قمة من هذه القمم منوال . والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٤
٤	٨
٥	٥
٦	٣
٧	٣
٨	٦
٩	٨
١٠	٣
١١	١
المجموع	٤٢

(جدول ٣٩)

توزيع تكرارى ذو قمتين

ويبلغ التكرار فى هذا التوزيع نهايته العظمى ٨ عند الدرجة ٤ ثم يعود ليصل إلى هذه النهاية ثانية عند الدرجة ٩ . أى أن له منوالاً عند الدرجة ٤ ومنوالاً آخر عند الدرجة ٩ .

فوائد المنوال

يصلح المنوال لنفس الميادين التى صلح لها المتوسط والوسيط. أى فى المعايير والمقارنة .

وله أهميته فى النواحى التربوية والنفسية وخاصة عندما يراد معرفة العمر المنوالى لمراحل التعليم المختلفة . فمثلا العمر المنوالى لتلاميذ السنة الأولى الابتدائية هو ٦ سنوات . ونسبة الذكاء المنوالية هى ١٠٠ أو ما يقرب منها مثل ٩٩، ١٠١ .

وبما أن عملية حساب المنوال سهلة وسريعة ، لذلك يمكن أحياناً تقدير قيمة المنوال بمجرد النظر لشكل التوزيع التكرارى ، وبذلك تيسر على الباحث تقدير النزعة المركزية تقديراً مبدئياً .

والمنوال كما سبق أن بينا يدل على الدرجة الأكثر شيوعاً ، فهو لذلك يصلح لمعالجة المشاكل التى تهدف إلى معرفة درجة تركز الظاهرة وموقعها ، وخاصة فى النواحى الصناعية والتجارية . فتاجر الملابس والأحذية يعتمد فى رواج بضاعته على المقاييس الأكثر شيوعاً أى على المقاييس المنوالية .

ى — العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية

١ — تنطبق جميع مقاييس النزعة المركزية على بعضها وتتساوى جميعاً فى التوزيع التكرارى الاعتدالى . وتبدو هذه الظاهرة بوضوح عند حساب مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المبين بالجدول رقم ٣٥ حيث نرى أن

المتوسط = ٥

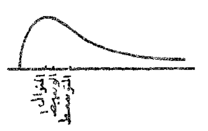
الوسيط = ٥

المنوال = ٥

٢ — عندما يكون التوزيع التكرارى ملتوياً التواء موجباً يمتد الطرف الطويل للمنحنى إلى الجهة اليمنى ويصبح ترتيب مقاييس النزعة المركزية كما يلى : —

المتوسط — الوسيط — المنوال

كما يدل على ذلك الشكل رقم (١١) حيث تبين النقط الصغيرة الموجودة على قاعدة المنحنى ترتيب المتوسط والوسيط والمنوال .



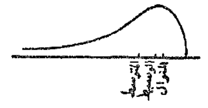
(شكل ١١)
يبين هذا الشكل الالتواء الموجب

ويمكن للقارىء أن يتأكد من هذه الظاهرة بحساب جميع مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكرارى الموجب الالتواء والمبين بالجدول رقم ٣٣ .

٣ – عندما يكون التوزيع التكرارى ملتوياً التواء سالباً يمتد الطرف الطويل إلى الجهة اليسرى ويصبح ، ترتيب مقاييس النزعة المركزية كما يلى :

المنوال – الوسيط – المتوسط

كما يدل على ذلك الشكل رقم (١٢) حيث تبين النقط الصغيرة الموجودة على قاعدة المنحنى ترتيب المنوال ، والوسيط والمتوسط .



(شكل ١٢)
يبين هذا الشكل الالتواء السالب

وتبدو هذه الظاهرة بوضوح عند حساب مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكرارى السالب الالتواء والمبين بالجدول رقم ٣٤ .

تمارين على الفصل الثالث

١ — إحسب متوسط درجات التوزيع التكرارى بالجدول رقم ٣٩ .

٢ — إحسب المتوسط بالطريقة المطولة للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٢١ .

٣ — إحسب المتوسط بالطريقة المختصرة للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٣٠ .

٤ — إحسب المتوسط الوزنى للمتوسطات التالية :

$$س_١ = ١٠ \qquad ن_١ = ٢٥$$
$$س_٢ = ١٢ \qquad ن_٢ = ٢٥$$
$$س_٣ = ١٣ \qquad ن_٣ = ٥٠$$

٥ — ناقش أهم الخواص الإحصائية والفوائد العملية التطبيقية للمتوسط

٦ — إحسب الوسيط للتوزيع التكرارى بالجدول رقم ٢١ .

٧ — إحسب الوسيط للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٢٢ .

٨ — ناقش أهم الخواص الإحصائية والفوائد العملية التطبيقية للوسيط .

٩ — إحسب المنوال للتوزيع التكرارى بالجدول رقم ٢١ .

١٠ — إحسب المنوال بطريقة تكرار الفئات المتجاورة للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٢٢ .

١١ — ناقش أهم الخواص الإحصائية والفوائد العملية التطبيقية للمنوال

١٢ — أذكر العلاقات الإحصائية بين مقاييس النزعة المركزية ، ووضح فكرتك برسم أشكال تدل على المنحنيات التكرارية المختلفة ، وبين على كل رسم موقع تلك المقاييس .

الفصل الرابع

مقاييس التشتت

تدلنا مقاييس النزعة المركزية على القيم المتوسطة للبيانات العددية أو على تجمعها . وهذه المقاييس لا تكفى وحدها لمعرفة الصفات الإحصائية اللازمة لوصف الظاهرة ، فقد تكون الفروق بين الدرجات بسيطة أو قد تكون واسعة كبيرة رغم تساوى قيم المتوسطات فى كلتا الحالتين . فمتوسط الدرجات التالية :

٦ ٩ ١٢

يحسب بالطريقة التالية $\frac{٦+٩+١٢}{٣} = ٩$

ومتوسط الدرجات التالية .

١ ٢ ٢٤

يحسب بالطريقة التالية $\frac{١+٢+٢٤}{٣} = ٩$

أى أن متوسط مجموعة الدرجات الأولى يساوى تماماً متوسط مجموع الدرجات الثانية رغم ما بين المجموعتين من اختلاف واضح .

لهذا يعتمد الوصف الإحصائى لهذه البيانات العددية على قياس تشتت الدرجات واختلافها وتباينها ، كما اعتمد قبل ذلك على قياس متوسطاتها فى نزعتها المركزية .

وتتلخص أهم مقاييس التشتت فى المدى الكلى ، والإرباعيات ، والمئينيات ، والإعشاريات ، والانحراف المعيارى ، والتباين .

١ — المدى الكلى

يحسب المدى بإيجاد الفرق بين أكبر درجة وأصغر درجة، ثم إضافة واحد صحيح إلى الناتج كما سبق أن بينا ذلك فى حساب مدى الفئة وفى حساب المدى الكلى لمعرفة عدد الفئات . فإذا كانت مثلا أكبر درجة فى التوزيع هى ٨٩ وأقل درجة هى ١٣ فالمدى يحسب بالطريقة التالية :

المدى الكلى = (٨٩ — ١٣) + ١ = ٧٧ .

ولهذا المدى أهميته فى مقارنة التوزيعات المختلفة لمعرفة مدى تشتت الدرجات بشرط أن يكون عدد الدرجات فى هذه التوزيعات متساوياً . وعندما يختلف عدد الدرجات من توزيع لآخر تبطل فائدة هذا المدى فى مقارنة تشتت تلك التوزيعات .

والمدى لا يصلح علمياً للمقارنة لأنه يعتمد فقط على درجتين من درجات التوزيع . الدرجة الكبرى ، والدرجة الصغرى .

ب — الإرباعيات

الإرباعيات هى النقط التى تقسم التوزيع التكرارى إلى أربعة أقسام متساوية ، بحيث تكون درجات التوزيع مرتبة ترتيباً تصاعدياً . (١)

فالإرباعى الأول هو النقطة التى تسبقها ربع الدرجات وتليها ثلاثة أرباع الدرجات ؛ وبذلك تصبح رتبة الإرباعى الأول مساوية لـ $\frac{ن}{٤}$ حيث تدل ن على عدد الدرجات .

---

(١) عندما تكون الدرجات مرتبة ترتيباً تنازلياً ، أو عندما تحسب الإرباعيات من التكرار المتجمع التنازلى ، يتحول الإرباعى الأول إلى الإرباعى الثالث ويبقى الإرباعى الثانى كما هو ويتحول الإرباعى الثالث إلى الإرباعى الأول . وسنقتصر هنا على الترتيب المتجمع التصاعدى للدرجات حتى لا يختلط الأمر على القارئ .

والإرباعي الثانى هو النقطة التى تسبقها $\frac{٢}{٤}$ الدرجات وتليها $\frac{٢}{٤}$ الدرجات ، وبذلك تصبح رتبة الإرباعي الثانى مساوية ؛ — $\frac{٢ن}{٤} = \frac{ن}{٢}$ أى أن الإرباعي الثانى هو الوسيط .

والإرباعي الثالث هو النقطة التى تسبقها $\frac{٣}{٤}$ الدرجات وتليها $\frac{١}{٤}$ الدرجات ، وبذلك تصبح رتبة الإرباعي الثالث مساوية لـ $\frac{٣ن}{٤}$.

وتحسب هذه الإرباعيات بنفس الطريقة التى حسب بها الوسيط مع اختلاف بسيط فى الخطوة الأولى التى تحدد ترتيب كل إرباعي .

والجدول التـــالى يبين خطوات حساب الإرباعيات من التكرار المتجمع التصاعدى .

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية للفئـات	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى
٠ — ٢	-٠,٥ — ٢,٥	٧	٧
٣ — ٥	٢,٥ — ٥,٥	١٠	١٧
٦ — ٨	٥,٥ — ٨,٥	٢٨	٤٥
٩ — ١١	٨,٥ — ١١,٥	٤٨	٩٣
١٢ — ١٤	١١,٥ — ١٤,٥	٦٢	١٥٥
١٥ — ١٧	١٤,٥ — ١٧,٥	٦٧	٢٢٢
١٨ — ٢٠	١٧,٥ — ٢٠,٥	٦١	٢٨٣
٢١ — ٢٣	٢٠,٥ — ٢٣,٥	٤١	٣٢٤
٢٤ — ٢٦	٢٣,٥ — ٢٦,٥	١٩	٣٤٣
٢٧ — ٢٩	٢٦,٥ — ٢٩,٥	٥	٣٤٨
٣٠ — ٣٢	٢٩,٥ — ٣٢,٥	٢	٣٥٠
المجموع		٣٥٠	

(جدول ٤٠)

حساب الإرباعيات من التكرار المتجمع التصاعدى

١ - طرق حساب الإرباعيات

١ — طريقة حساب الإرباعى الأول :

بما أن ترتيب الإرباعى الأول $= \frac{ن}{٤}$

$= \frac{٣٥٠}{٤}$

$= ٨٧,٥$

وبما أن هذا الترتيب أكبر من التكرار المتجمع التصاعدى ٤٥ وأقل من التكرار المتجمع التصاعدى التالى له ٩٣.

∴ فالإرباعى الأول يمتد فى الفئة التكرارية المقابلة للتكرار المتجمع ٩٣ أى فى الفئة ٨,٥ — ١١,٥ بقيمة مقدارها ٨٧,٥ — ٤٥ = ٤٢,٥ .

وبما أن تكرار هذه الفئة يساوى ٤٨ ومداها ٣ .

$$\therefore \text{الإرباعى الأول} = ٨,٥ + \frac{٨٧,٥ - ٤٥}{٤٨} \times ٣$$

$$= ٨,٥ + \frac{٤٢,٥}{٤٨} \times ٣$$

$$= ٨,٥ + ٢,٦٥٦٣$$

$$= ١١,٠٦٦٣$$

$$= ١١,١ \text{ تقريباً}$$

٣ — حساب طريقة الأرباعي الثاني :

بما أن ترتيب الإرباعي الثاني = $\frac{٢}{٤}$ ن

$= \frac{ن}{٢}$

$= \frac{٣٥٠}{٢}$

$= ١٧٥$

وبما أن هذا الترتيب أكبر من التكرار المتجمع التصاعدي ١٥٥ وأقل من المتجمع التصاعدي التالي له ٢٢٢ .

∴ فالإرباعي الثاني يمتد في الفئة التكرارية المقابلة للتكرار المتجمع ٢٢٢ أي في الفئة ١٤,٥ — ١٧,٥ بقيمة مقدارها ١٧٥ — ١٥٥ = ٢٠

وبما أن تكرار هذه الفئة يساوي ٦٧ ومداها ٣ .

∴ الإرباعي الثاني $= ١٤,٥ + \frac{١٧٥ - ١٥٥}{٦٧} \times ٣$

$= ١٤,٥ + \frac{٢٠ \times ٣}{٦٧}$

$= ١٤,٥ + ٠,٨٩٥٥$

$= ١٥,٣٩٥٥$

$=$ ١٥,٤ تقريباً

٣ – طريقة حساب الإرباعى الثالث :

بما أن ترتيب الإرباعى الثالث = $\frac{٣}{٤}$ ن

= $\frac{٣}{٤}$ × ٢٥٠

= ٢٦٢,٥

وبما أن هذا الترتيب أكبر من التكرار المتجمع التصاعدى ٢٢٢ وأقل من التكرار المتجمع التصاعدى التالى له ٢٨٣ .

∴ فالإرباعى الثالث يمتد فى الفئة التكرارية المقابلة للتكرار المتجمع ٢٨٣ أى فى الفئة ١٧,٥ – ٢٠,٥ بقيمة مقدارها ٢٦٢,٥ – ٢٢٢ = ٤٠,٥ .

وبما أن تكرار هذه الفئة يساوى ٦١ ومداها ٣

∴ الإرباعى الثالث = ١٧,٥ + $\frac{٢٦٢,٥ - ٢٢٢}{٦١}$ × ٣

= ١٧,٥ + $\frac{٤٠,٥}{٦١}$ × ٣

= ١٧,٥ + ١,٩٩١٨

= ١٩,٤٩١٨

= ١٩,٥ تقريباً

ب – نصف مدى الانحراف الإرباعى

يقاس مدى الانحراف الإرباعى بطرح الإرباعى الأول من الإرباعى الثالث .

وبذلك نستبعد الربعين المتطرفين في التوزيع، ونستخلص من ذلك المنطقة الوسطى للتوزيع، التي تشتمل على نصف الدرجات التكرارية.

أي أن مدى الإنحراف الإرباعي = الإرباعي الثالث - الإرباعي الأول.

$$= ب_٣ - ب_١$$

حيث يدل الرمز $ب_٣$ على الإرباعي الثالث

ويدل الرمز $ب_١$ على الإرباعي الأول

وعندما نطبق هذه الفكرة على مثالنا السابق نجد أن

$ب_٣ = ١٩,٥$ ، $ب_١ = ١١,١$

∴ مدى الإنحراف الإرباعي $= ب_٣ - ب_١$

$$= ١٩,٥ - ١١,١$$

$$= ٨,٤$$

وقد أصطلح إحصائياً على قياس التشتت بنصف مدى الانحراف الإرباعي

أي أن نصف مدى الانحراف الإرباعي $= \frac{ب_٣ - ب_١}{٢}$

$$= \frac{٨,٤}{٢}$$

$$= ٤,٢$$

وهذا المقياس لا يتأثر بالقيم المتطرفة في التوزيع التكراري، لأننا أستبعدنا هذه القيم في حسابنا هذا.

ح — الخواص الإحصائية للإرباعيات

لا تختلف أهم الخواص الإحصائية للإرباعيات عن الخواص الإحصائية للوسيط إذ أن الإرباعيات لا تخرج فى جوهرها عن فكرة الوسيط. كما يبدو ذلك فى حسابنا لها ؛ بل أن إحداها وهى الإرباعى الثانى هو نفسه الوسيط.

والإرباعى الأول هو النقطة التى تحدد الربع الأول للتوزيع التكرارى ، أى أن ربع هذا التوزيع أقل فى ترتيبه من ترتيب الإرباعى الأول .

والإرباعى الثالث هو النقطة التى تحدد الربع الأخير للتوزيع ، أى أن ربع التوزيع أكبر فى ترتيبه من ترتيب الإرباعى الثالث .

وبذلك يقع ربع التوزيع التكرارى بين الإرباعى الأول والإرباعى الثانى أو الوسيط ، ويقع أيضاً ربع التوزيع التكرارى بين الإرباعى الثانى أو الوسيط والإرباعى الثالث .

هذا ويختلف فرق الإرباعى الثانى من الإرباعى الثالث عن فرق الإرباعى الأول من الإرباعى الثانى إلا إذا كان التوزيع التكرارى معتدلا ، فإن هذا الاختلاف يتلاشى ويصبح الفرق الأول مساوياً للفرق الثانى :

وعندما نحسب هذه الفروق فى مثالنا السابق نرى أن :

الإرباعى الثالث — الإرباعى الثانى $=$ ب$_٣$ — ب$_٢$

$=$ ١٩,٥ — ١٥,٤

$=$ ٤,١

والإرباعي الثاني − الإرباعي الأول = $ب_٣ - ب_١$

$= ١٥,٤ - ١١,١$

$= ٤,٣$

أي أن $ب_٣ - ب_٢$ أصغر من $ب_٢ - ب_١$

∴ $ب_٣ - ب_٢ < ب_٢ - ب_١$

حيث يدل الرمز $<$ على أصغر من

أي أن المنحنى التكراري لهذا التوزيع يتفرطح وينبسط في الناحية اليسرى أكثر مما ينبسط في الناحية اليمنى. أي أنه يعلو في ناحيته اليمنى أكثر مما يعلو في ناحيته اليسرى. أي أن المنوال يقع في الناحية اليمنى. أي أن المنحنى يلتوى التواء سالباً بقدر يسير لا يكاد يتجاوز ٢,٠

وعندما تصبح $ب_٣ - ب_٢ > ب_٢ - ب_١$

حيث يدل الرمز $>$ على أكبر من

يصبح المنحنى التكراري ملتوياً التواء موجباً لتفرطح الناحية اليسرى، وعلو الناحية اليمنى، وبذلك يقع المنوال في الناحية اليسرى.

وعندما تصبح $ب_٣ - ب_٢ = ب_٢ - ب_١$

يصبح المنحنى التكراري اعتدالياً، حيث يقع منواله في منتصفه تماماً وينطبق الوسيط والمتوسط.

ويمكن أن نلخص هذه النواحي المختلفة فيما يلي:

١ − $ب_٣ - ب_٢ < ب_٢ - ب_١$ التواء سالب

٢ − $ب_٣ - ب_٢ > ب_٢ - ب_١$ التواء موجب

٣ — $ب_٣ - ب_٢ = ب_٢ - ب_١$ منحنى اعتدالى غير ملتوى

والمثال التالى يوضح فكرة تساوى الفروق الإرباعية بالنسبة للمنحنى الاعتدالى . والجدول التالى يبين توزيعاً تكرارياً معتدلا لتكرار ٦٤ درجة.

الدرجة	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى
٠	-٠,٥ — ٠,٥	١	١
١	٠,٥ — ١,٥	٦	٧
٢	١,٥ — ٢,٥	١٥	٢٢
٣	٢,٥ — ٣,٥	٢٠	٤٢
٤	٣,٥ — ٤,٥	١٥	٥٧
٥	٤,٥ — ٥,٥	٦	٧٣
٦	٥,٥ — ٦,٥	١	٦٤
المجموع		٦٤	

جدول (٤١)

حساب الإرباعيات للتوزيع التكرارى الاعتدالى

$$\text{الإرباعى الأول } ب_١ = ١,٥ + \frac{٧ - \frac{٦٤}{٤}}{١٥} \times ١$$

$$= ١,٥ + \frac{٩}{١٥}$$

$$= ٢,١$$

$$\text{الإرباعى الثانى } ب_٢ = ٢,٥ + \frac{٢٢ - \frac{٦٤}{٢}}{٢٠} \times ١$$

$$= ٢,٥ + \frac{١}{٢}$$

$$= ٣$$

$$\text{الإرباعي الثالث } ب_٣ = ٣,٥ + \frac{\frac{٣ \times ٦٤}{٤} - ٤٢}{١٥} \times ١$$

$$= ٣,٥ + \frac{٦}{١٥}$$

$$= ٣,٩$$

ومن هذا نرى أن :

$$ب_٣ - ب_٢ = ٣,٩ - ٣$$

$$= ٠,٩$$

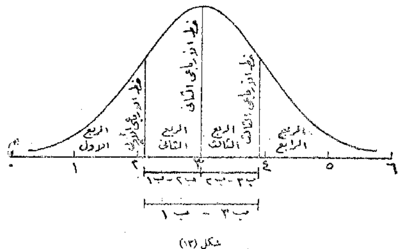
$$ب_٢ - ب_١ = ٣ - ٢,١$$

$$= ٠,٩$$

أى أن $ب_٣ - ب_٢ = ب_٢ - ب_١$

أى أن هذا المنحنى منحنى اعتدالى لا التواء فيه..

والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



شكل (١٣)

تساوى فروق الإرباعيات فى المنحنى الاعتدالى التكرارى

ويمكن أن نستنتج من هـذا أيضاً مدى الانحراف الإرباعى كما يبدو فى الرسم بالطريقة التالية :

$$\text{ب}_{٣} - \text{ب}_{١} = \text{٣,٩} - \text{٢,١}$$

$$= \text{١,٨}$$

وبذلك يصبح نصف مدى الانحراف الإرباعى لهذا التوزيع كما يبدو فى الرسم مساوياً لـ

$$\frac{\text{ب}_{٣} - \text{ب}_{١}}{٢} = \frac{\text{١,٨}}{٢}$$

$$= \text{٠,٩}$$

أى أن نصف مدى الانحراف الإرباعى يساوى فى هذه الحالة الاعتدالية الفرق بين الإرباعى الثالث والثانى . ويساوى أيضاً الفرق بين الإرباعى الثانى والأول .

أى أن :

$$\frac{\text{ب}_{٣} - \text{ب}_{١}}{٢} = \text{ب}_{٣} - \text{ب}_{٢} = \text{ب}_{٢} - \text{ب}_{١}$$

وذلك عندما يكون التوزيع التكرارى اعتدالياً

٥ — الفوائد العملية التطبيقية للإرباعيات

١ — قياس التشتت

تصلح الإرباعيات لقياس التشتت وخاصة نصف مدى الانحراف الإرباعى كما بينا ذلك فى تحليلنا السابق . ويمتاز هذا المقياس الأخير عن المقاييس الأخرى للتشتت وخاصة الانحراف المعيارى بأنه أسهل منه فى حسابه وأسرع وأبسط

في معناه وأوضح . لكنه لا يخضع للمعالجة الجبرية التي يخضع لها الانحراف المعياري. لذلك كان استخدامه قاصراً على الحالات التي يراد فيها حساب مقياس سريع للتشتت .

٢ — المعايير والمستويات

للإرباعيات أهمية قصوى في معرفة نقط التوزيع التكراري التي تحدد المستويات العليا والوسطى والدنيا للدرجات . فالإرباعي الأول مثلا يحدد النسبة المئوية المساوية لـ ٢٥ والإرباعي الثاني يحدد النسبة المئوية المساوية لـ ٥٠ والإرباعي الثالث يحدد النسبة المئوية المساوية لـ ٧٥ أي أن الإرباعيات بهذا المعنى تحدد المستويات المختلفة للضعيف والمتوسط والممتاز ، فهي تصلح لتقنين الاختبارات والمقاييس المختلفة والكشف عن معاييرها ومستوياتها وتحديدها تحديداً دقيقاً .

حـ — المئينيات والإعشاريات

المئينيات هي النقط التي تقسم التوزيع التكراري إلى أجزاء مئوية ، والإعشاريات هي النقط التي تقسم التوزيع التكراري إلى أجزاء عشرية ، كما قسمته الإرباعيات إلى أربعة أقسام : كل قسم يحدد ربع التوزيع التكراري.

١ — طرق حساب المئينيات والإعشاريات

لا تختلف طريقة حساب المئينيات أو الإعشاريات عن طريقة حساب الإرباعيات إلا في الخطوة الأولى التي تقرر ترتيب الإرباعي وترتيب المئيني أو الإعشاري ، كما اختلفت الإرباعيات عن الوسيط في نفس تلك الخطوة . فعند حساب ترتيب الوسيط يقسم عدد الدرجات على ٢ أي ترتيب الوسيط يساوي $\frac{ن}{٢}$ لأنه يقسم التوزيع التكراري إلى نصفين ، وهو بذلك يقع في

منتصف التوزيع . وعند حساب ترتيب الإرباعيات نقسم عدد الدرجات على أربعة ، وبذلك يصبح ترتيب الإرباعي الأول مساوياً لـ $\frac{ن}{٤}$ وترتيب الإرباعي الثاني مساوياً لـ $\frac{٢ن}{٤}$ أي $\frac{ن}{٢}$ ، وترتيب الإرباعي الثالث مساوياً لـ $\frac{٣ن}{٤}$.

وهكذا يمكن أن نستنتج طريقة حساب المئينيات والإعشاريات ، فترتيب المئيني الأول يساوي $\frac{ن}{١٠٠}$ وترتيب المئيني الثاني يساوي $\frac{٢ن}{١٠٠}$ وترتيب المئيني رقم ٩٩ يساوي $\frac{٩٩ن}{١٠٠}$ وهكذا بالنسبة لبقية المئينيات .

وتسمى المئينيات ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ... ، ٩٠ بالإعشاريات . وهكذا يصبح ترتيب الإعشاري الأول مساوياً لـ $\frac{١٠ن}{١٠٠}$ أي لـ $\frac{ن}{١٠}$ وترتيب الإعشاري الثاني مساوياً لـ $\frac{٢٠ن}{١٠٠}$ أي لـ $\frac{٢ن}{١٠}$ وهكذا بالنسبة لبقية الإعشاريات ومن هنا جاءت تسمية هذه المئينيات بالإعشاريات .

وبنفس هذه الطريقة يمكن أن نقسم التوزيع التكراري إلى تساعيات أو سباعيات أو غير ذلك من الأقسام المختلفة تبعاً لرغبة الباحث وهدف البحث . ويعتمد كل تقسيم من هذه التقسيمات على تحديد ترتيب القسم .

والجدول التالي يبين خطوات حساب المئينيات والإعشاريات من التكرار المتجمع التصاعدي .

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي
٠ — ٤	-٠,٥ — ٤,٥	٢	٢
٥ — ٩	٤,٥ — ٩,٥	٣	٥
١٠ — ١٤	٩,٥ — ١٤,٥	٨	١٣
١٥ — ١٩	١٤,٥ — ١٩,٥	٢٩	٤٢
٢٠ — ٢٤	١٩,٥ — ٢٤,٥	٥١	٩٣
٢٥ — ٢٩	٢٤,٥ — ٢٩,٥	٧٢	١٦٥
٣٠ — ٣٤	٢٩,٥ — ٣٤,٥	٩٧	٢٦٢
٣٥ — ٣٩	٣٤,٥ — ٣٩,٥	٤٨	٣١٠
٤٠ — ٤٤	٣٩,٥ — ٤٤,٥	٢٤	٣٣٤
٤٥ — ٤٩	٤٤,٥ — ٤٩,٥	١٥	٣٤٩
٥٠ — ٥٤	٤٩,٥ — ٥٤,٥	١	٣٥٠
المجموع		٣٠٥	

(جدول ٤٢)

حساب المئينيات والإعشاريات من التكرار المتجمع التصاعدي

ولحساب المئيني الأول نتبع الخطوات التالية :

ترتيب المئيني الأول $= \frac{٣٥٠}{١٠٠} \times ١ = ٣,٥$

∴ المئيني الأول $= ٤,٥ + \frac{٣,٥ - ٢}{٣} \times ٥$

$$= ٤,٥ + ٢,٥$$

$$= ٧$$

وبنفس هذه الطريقة يمكن حساب المئينيات الأخرى .

ولحساب الإعشارى الأول نتبع الخطوات التالية .

$$\text{ترتيب الإعشارى الأول} = \frac{٣٥٠}{١٠} \times ١ = ٣٥$$

$$\text{الإعشارى الأول} = ٤,٥ + \frac{٣٥ - ١٣}{٢٩} \times ٥$$

$$= ١٤,٥ + \frac{٢٢}{٢٩} \times ٥$$

$$= ١٤,٥ + \frac{١١٠}{٢٩}$$

$$= ١٤,٥ + ٣,٧٩٣١$$

$$= ١٨,٢٩٣١$$

$$= ١٨,٣$$

هذا ويمكن تنظيم حساب المئينيات أو الإعشاريات فى الجدول التالى الذى يشتمل على جميع الخطوات الأساسية لإجراء تلك العمليات المختلفة .

الرتب المئينية	الترتيب المئيني	التكرار المتجمع السابق للترتيب المئيني	الفرق	تكرار الفئة المئينية	الحد الأول الحقيقي الفئة المئينية	النقط المئينية
١٠	٣٥	١٣	٢٢	٢٩	١٤,٥	$١٨,٣ = ٥ \times \frac{٢٢}{٢٩} + ١٤,٥$
٢٠	٧٠	٤٢	٢٨	٥١	١٩,٥	$٢٢,٢ = ٥ \times \frac{٢٨}{٥١} + ١٩,٥$
٣٠	١٠٥	٩٣	١٢	٧٢	٢٤,٥	$٢٥,٣ = ٥ \times \frac{١٢}{٧٢} + ٢٤,٥$
٤٠	١٤٠	٩٣	٤٧	٧٢	٢٤,٥	$٢٧,٨ = ٥ \times \frac{٤٧}{٧٢} + ٢٤,٥$
٥٠	١٧٥	١٦٥	١٠	٩٧	٢٩,٥	$٣٠,٠ = ٥ \times \frac{١٠}{٩٧} + ٢٩,٥$
٦٠	٢١٠	١٦٥	٤٥	٩٧	٢٩,٥	$٣١,٨ = ٥ \times \frac{٤٥}{٩٧} + ٢٩,٥$
٧٠	٢٤٥	١٦٥	٨٠	٩٧	٢٩,٥	$٣٣,٦ = ٥ \times \frac{٨٠}{٩٧} + ٢٩,٥$
٨٠	٢٨٠	٢٦٢	١٨	٤٨	٣٤,٥	$٣٦,٤ = ٥ \times \frac{١٨}{٤٨} + ٣٤,٥$
٩٠	٣١٥	٣١٠	٥	٢٤	٢٩,٥	$٤٠,٥ = ٥ \times \frac{٥}{٢٤} + ٣٩,٥$

(جدول ٤٣)

الخطوات الأساسية لحساب المئينيات أو الاعشاريات

هذا ويدل العمود الأول على الرتب المثينية ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ... ويدل العمود الثاني على ترتيب تلك الرتب فمثلا ترتيب المثيني العاشر يساوي $\frac{٣٥٠}{١٠٠}$ × ١٠ = ٣٥ وترتيب المثيني الـ ٢٠ يساوى $\frac{٣٥٠}{١٠٠}$ × ٢٠ = ٧٠ وهكذا بالنسبة لبقية المثينيات الأخرى . ويدل العمود الثالث على التكرار المتجمع السابق لترتيب المثيني وترصد قيم هذا العمود من الجدول السابق رقم ٤٢ ، فمثلا التكرار المتجمع السابق للرتبة المثينية العاشرة التي ترتيبها ٣٥ يساوى ١٣ والتكرار المتجمع السابق للرتبة المثينية الـ ٢٠ التي ترتيبها ٧٠ هو ٤٢ . ويدل العمود الرابع على امتداد الترتيب المثيني في الفئة المثينية ويحسب بطرح أعداد العمود الثالث من مقابلاتها في العمود الثاني ويساوي هذا الفرق ٣٥ — ١٣ = ٢٢ بالنسبة للمثيني العاشر . ويدل العمود الخامس على تكرار الفئة المثينية ، ويدل العمود السادس على الحد الحقيقي الأول للفئة المثينية . ويدل العمود السابع على الحساب النهائي للنقط المثينية كما سبق أن بينا ذلك في حساب المثيني العاشر أو الإعشاري الأول للجدول رقم ٤٣ .

ب — الخواص الإحصائية للمثينيات والإعشاريات

لا تكاد تختلف الخواص الإحصائية للمثينيات والإعشاريات عن خواص الإرباعيات إلا في نواح يسيرة تقوم في جوهرها على كثرة عدد المثينيات والإعشاريات عن عدد الإرباعيات . ولهذه الكثرة أثرها في تغيير الصورة العامة النهائية للتقسيم المثيني أو الإعشاري .

وتؤدي بنا دراسة النقط المثينية بالجدول السابق رقم ٤٤ إلى أن ندرك أنها تتباعد عن بعضها في الأطراف وتتقارب في الوسط . فالفرق بين قيمة المثيني الـ٢٠ وقيمة المثيني العاشر يساوى ٢٢,٢ — ١٨,٣ = ٣,٩ والفرق بين قيمة المثيني الـ ٦٠ وقيمة المثيني الـ٥٠ يساوى ٣١,٨ — ٣٠,٠ = ١,٨ والفرق

بين قيمة المئيني الـ ٩٠ وقيمة المئيني الـ ٨٠ = ٤٠,٥ — ٣٦,٤ = ٤,١

وهكذا نرى أن هذه الفروق تقل فى المتصف وتزداد فى الأطراف والجدول التالى يوضح هذه الفكرة .

الرتب المئينية	النقط المئينية	فروق النقط المئينية
١٠	١٨,٣	٣,٩
٢٠	٢٢,٢	٣,١
٣٠	٢٥,٣	٢,٥
٤٠	٢٧,٨	٢,٢
٥٠	٣٠,٠	١,٨
٦٠	٣١,٨	١,٨
٧٠	٣٣,٦	٢,٨
٨٠	٣٦,٤	٤,١
٩٠	٤٠,٥	

جدول (٤٤)

التباعد الطرفى والتقارب المركزى لفروق النقط المئينية

ومن هنا نرى أن فروق النقط المئينية تقل بالقرب من مناطق تركيز التوزيع التكرارى وتزداد بالقرب من المناطق التى يتخفف فيها هذا التوزيع من أغلب تكراره . أى أن الفروق الفردية تزداد حساسيتها بالقرب من المناطق الوسطى وتضعف هذه الحساسية بالقرب من المناطق المتطرفة ، وذلك لأن التغيرات الضيقة الصغيرة فى الدرجات تؤثر تأثيراً كبيراً فى مراتب النقط المئينية الوسطى ، والتغيرات الواسعة الكبيرة فى الدرجات تؤثر تأثيراً قليلا فى مراتب النقط المئينية المتطرفة

وبما أن هذه المئينيات تستخدم فى تحديد مستويات الأفراد بالنسبة للدرجات

القياس القائم اختباراً كان أم امتحاناً أم غير ذلك من الوسائل الأخرى ، إذن فتلك النقط المئينية تبالغ فى قياس فروق تلك المستويات عند منتصف التوزيع ، وتخفف كثيراً فى قياسها لتلك الفروق عند الأطراف الدنيا والعليا .

ولذا يستحسن تجزئة المناطق المتطرفة إلى نقط مئينية متعددة متقاربة ، وبذلك تنتظم هذه النقط فى الصورة المعدلة التالية :

١ ، ٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، .... ، ٩٠ ، ٩٥ ، ٩٩

حتى تساوى بين الانبساط الطرفى والانقباض المركزى إلى حد كبير ، وتصلح من أمر هذه المئينيات لتصبح قادرة فى تنظيمها الجديد على توضيح البيانات الرقمية توضيحاً أقرب إلى الدقة العلمية من التنظيم السابق .

حـ — الفوائد العلمية والتطبيقية للمئينيات والاعشاريات

بما أن المئينيات والإعشاريات تقسم التوزيع التكرارى إلى ما هو أكبر من ، وما هو أقل من حد فاصل معين ، إذن فهى بذلك تحدد مستويات متدرجة للبيانات الرقمية التى يشتمل عليها التوزيع فالمئينى العاشر مثلا يبين بوضوح جميع قيم الدرجات التى تقل عن مستواه . وبدراسة مثالنا السابق المبين بالجدول رقم ٤٤ نرى أن أى درجة تقل عن ١٨,٣ تقل عن المئينى العاشر أو الإعشارى الأول . أى أن مستوى جميع الأفراد الذين حصلوا على درجات تمتد من صفر إلى ١٨ هو أضعف المستويات بالنسبة لتدريجنا القياسى لمستويات الدرجات ، وأن أى درجة تقل عن ٣٠ تقل بذلك عن المئينى الـ ٥٠ أو الإعشارى الخامس . أى أن النقطة المئينية التى تقع عند ٣٠ تحدد تماماً هذا المستوى المتوسط فى التدريج .

وهكذا تصلح هذه الطريقة إلى حد كبير فى تحديد مستويات ومعايير الأفراد .

فى أى اختبار . وتبدو أهمية هذه المعايير فى فهمنا للدرجات الخام التى يحصل عليها الفرد . وذلك لأن هذه الدرجات تكتسب معنى واضحاً عندما تنسب إلى مستويات الجماعة التى أجرى عليها الاختبار . وعندما تكون هذه الجماعة كبيرة وممثلة تماماً لجميع الأفراد الذين يحتمل انتماؤهم إليها وعندما يهذب التوزيع التكرارى للدرجات بحيث يقترب من التوزيع الاعتدالى فإن هذه المئينيات تصبح مقاييس ومعايير صالحة للمقارنة والمقابلة بين درجات أى فرد فى ذلك الاختبار والمستويات التى حددتها درجات تلك الجماعة .

فإذا أجرى اختبار للذكاء على آلاف الأفراد الذين تمتد أعمارهم مثلا من ٦ سنوات إلى ٧ سنوات ثم حسبت النقط المئينية لدرجات هؤلاء الأفراد ، أمكن اتخاذ هذه النقط معايير لتحديد مستويات ذكاء أى فرد يمتد عمره الزمنى من ٦ سنوات إلى ٧ سنوات .

هذا ونستطيع أن نمتد بتلك المعايير إلى جميع الأعمار بحيث نحدد لكل عمر زمنى نقطه المئينية المتدرجة .

وبما أن هذه النقط المئينية تحدد منتصف درجات كل اختبار عند المئينى الـ ٥٠ أو الإعشارى الخامس ، إذن فهى بذلك تنسب جميع التوزيعات التكرارية إلى منتصف واحد ثابت وهكذا نستطيع أن نقارن نتائج الاختبارات المختلفة بمقارنة نقطها المئينية ، أو أن نقارن نتائج الجماعات المختلفة بالنسبة لاختبار واحد وذلك بمقارنة نقطها المئينية أيضاً . كما قارنا نتائج الفرد بالنسبة للمعايير التى تحددها نتائج الجماعة .

د — تقريب النقط المئينية

يختلف تقريب النقط المئينية اختلافاً واضحاً عن القواعد العادية للتقريب التى عالجناها فى الفصل الأول من هذا الكتاب . فالرتبة المئينية العاشرة التى

تساوى قيمتها ١٨,٣ تقرب إلى ١٩ بالرغم من أن ٠,٣ أقل من ٠,٥ والرتبة المئينية الـ ٢٠ التى تساوى قيمتها ٢٢,٢ تقرب قيمتها إلى ٢٣ والجدول التالى يوضح فكرة تقريب النقط المئينية المبينة بالجدول السابق رقم ٤٤ .

الرتب المئينية	النقط المئينية	النقط المئينية المقربة
١٠	١٨,٣	١٩
٢٠	٢٢,٢	٢٣
٣٠	٢٥,٣	٢٦
٤٠	٢٧,٨	٢٨
٥٠	٣٠,٠	٣٠
٦٠	٣١,٨	٣٢
٧٠	٣٣,٦	٣٤
٨٠	٣٦,٤	٣٧
٩٠	٤٠,٥	٤١

جدول (٤٥)

النقط المئينية المقربة

والسبب الذى من أجله رفعت قيمة هذه النقط المئينية إلى الرقم الصحيح التالى لها عند التقريب يبدو واضحاً عندما ندرك أن الدرجة ١٨ تلخص المدى الذى يمتد من ١٧,٥ إلى ١٨,٥ وأن الدرجة ٢٢ تلخص المدى الذى يمتد من ٢١,٥ إلى ٢٢,٥ ، فأى كسر يقترن بالدرجة يجاوز بها حدها الأعلى ويقترب بها من الرقم الصحيح التالى لها . وبذلك يصبح معنى النقطة المئينية العاشرة بعد تقريبها ورفعها إلى ١٩ أن هذه الدرجة أكبر مما حصل عليه ١٠ ٪ من مجموع أفراد هذه الجماعة ويصبح معنى النقطة المئينية الـ ٩٠ بعد تقريبها ورفعها إلى ٤١ أن هذه الدرجة أكبر مما حصل عليه ٩٠ ٪ من مجموع أفراد هذه الجماعة .

هـ - الانحراف المعيارى

الانحراف المعيارى أهم مقاييس التشتت . وهو يقوم فى جوهره على حساب انحرافات الدرجات عن متوسطها كما تدل تسميته عليه . فإذا حسبنا متوسط الدرجات التالية :

٢ ٣ ٤ ٥ ٦

وجدنا أنه يساوى ٤ وعند ما نحسب انحرافات الدرجات عن متوسطها بالطريقة التالية :

انحراف الدرجة ٢ عن المتوسط = ٢ - ٤ = - ٢

انحراف الدرجة ٣ عن المتوسط = ٣ - ٤ = - ١

انحراف الدرجة ٤ عن المتوسط = ٤ - ٤ = ٠

انحراف الدرجة ٥ عن المتوسط = ٥ - ٤ = + ١

انحراف الدرجة ٦ عن المتوسط = ٦ - ٤ = + ٢

ثم نجمع هذه الانحرافات ، نرى أن

مجموع الانحرافات عن المتوسط = - ٢ - ١ + ٠ + ١ + ٢ = صفر

وعند ما نريد أن نقيس التشتت بحساب متوسط هذه الانحرافات وذلك بقسمة مجموعها على عددها تتحول المشكلة إلى الصورة التالية :

$$\text{متوسطات الانحرافات} = \frac{-٢ - ١ + ٠ + ١ + ٢}{٥}$$

$$= \frac{\text{صفر}}{٥}$$

وهكذا لا نستطيع قياس التشتت بهذه الطريقة التى تعتمد على حساب متوسط الانحرافات . وقد استعان كارل بيرسون Karl Pearson سنة ١٨٩٣ على حل تلك المشكلة بتربيع الانحرافات ليتخلص من تلك العلامات السالبة ،

ثم بحساب متوسط مربعات الانحرافات ، وبذلك يتحول مثالنا السابق إلى الصورة التالية .

$$\text{مجموع مربعات الانحرافات} = (-٢ \times -٢) + (-١ \times -١) + (٠ \times ٠) + (١ \times ١) + (٢ \times ٢)$$

$$= ٤ + ١ + ٠ + ١ + ٤$$

$$= ١٠$$

$$\text{متوسط مربعات الانحرافات} = \frac{١٠}{٥}$$

$$= ٢$$

وقد عاد بيرسون ليستخرج الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات ، وسمى ناتج هذه العملية بالانحراف المعياري . وبذلك يصبح الانحراف المعياري لمثالنا هذا هو الانحراف المعياري $= \sqrt{٢}$

$$= ١,٤١$$

أي أن الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات .

$$\therefore \text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات}}{\text{عدد الدرجات}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجموع (الدرجة − المتوسط)}^٢}{\text{عدد الدرجات}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مج}\,(\text{س} - \text{م})^٢}{\text{ن}}}$$

حيث يدل الرمز س على الدرجة

والرمز م على المتوسط

والرمز ن على عدد الدرجات

وإذا رمزنا إلى الانحراف بالرمز ع ، تصبح

$$ع = س - م$$

$$\therefore \text{الانحراف المعيارى} = \sqrt{\frac{\text{مج ع}^2}{ن}}$$

ا – طرق حساب الانحراف المعيارى

١ – حساب الانحراف المعيارى للدرجات الخام

تعتمد طريقة حساب الانحراف المعيارى للدرجات الخام اعتماداً مباشراً على المعادلة السابقة التى تقوم فى جوهرها على حساب مربعات الانحرافات . والجدول التالى يوضح هذه الفكرة .

الدرجات	الانحرافات عن المتوسط	مربعات الانحرافات
٢	٨–	٦٤
٦	٤–	١٦
٨	٢–	٤
١٠	٠	٠
١٢	٢+	٤
١٥	٥+	٢٥
١٧	٧+	٤٩
مج = ٧٠	مج = ٠	مج = ١٦٢

جدول (٤٦)

حساب الانحراف المعيارى للدرجات الخام

وتتلخص خطوات حساب الانحراف المعيارى لدرجات الجدول السابق فيما يلى

مجموع الدرجات = ٧٠
وعدد الدرجات = ٧
∴ متوسط الدرجات = $\frac{٧٠}{٧}$
= ١٠

ثم تحسب الانحرافات عن المتوسط، ويربع كل انحراف من هذه الانحرافات، فمثلا انحراف الدرجة الأولى ٢ عن المتوسط = ٢ − ١٠ = −٨
ومربع هذا الانحراف = −٨ × −٨ = ٦٤

ومجموع مربعات الانحرافات = ١٦٢
ومتوسط مجموع مربعات الانحرافات = $\frac{١٦٢}{٧}$
= ٢٣,١٤

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{٢٣,١٤}$
= ٤,٨١

ويمكن أن نستعين بمعادلة الانحراف المعيارى فى الوصول لتلك النتيجة وذلك بمعرفة أن .

مجـ ح^٢ = ١٦٢ ، ن = ٧

وبما أن الانحراف المعيارى = $\sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^2}{\text{ن}}}$

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{\frac{١٦١}{٧}}$

= ٤,٨١

٢ – حساب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية

تعتمد الانحرافات فى جوهرها على المتوسط . ولذا يجب أن نحسب قيمة هذا المتوسط قبل أن نستطيع حساب الانحرافات كما بينا ذلك فى مثالنا السابق . والجدول التالى يبين حساب المتوسط للدرجات التكرارية

الدرجة	التكرار	التكرار × الدرجة
٤	٢	٢ × ٤ = ٨
٥	٣	٣ × ٥ = ١٥
٦	٣	٣ × ٦ = ١٨
٩	١	١ × ٩ = ٩
١٠	١	١ × ١٠ = ١٠
المجموع	١٠	٦٠
المتوسط		$\frac{٦٠}{١٠}$ = ٦

(جدول ٤٧)
حساب المتوسط تمهيداً لحساب الانحرافات

ثم نحسب بعد ذلك انحرافات الدرجات وذلك بطرح المتوسط من كل درجة من درجات الجدول السابق . فانحراف الدرجة الأولى ٤ هو ٤ — ٦ = — ٢ .
ونحسب بعد ذلك مربعات الانحرافات تمهيداً لحساب الانحراف المعيارى .
ومربع الانحراف السابق يساوى — ٢ × — ٢ = ٤ ، لكن لكل درجة من درجات ذلك الجدول تكراراً خاصاً بها . إذن فمربعات انحرافات الدرجات تخضع لهذا التكرار الذى تخضع له الدرجة ، لذلك نحسب مجموع مربعات انحرافات كل درجة وذلك بضرب المربع الانحرافى فى تكراره . وهو فى مثالنا هذا يساوى ٤ × ٢ = ٨ ثم نجمع هذه النواتج فى عدد نهائى واحد لنستخرج متوسطها وذلك بقسمة مجموعها على عدد الدرجات أو على مجموع التكرار .
ونحسب بعد ذلك الجذر التربيعى لذلك الناتج لنحصل على الانحراف المعيارى .

والجدول التالى يبين خطوات حساب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية السابقة المبينة بالجدول رقم ٤٧ .

الدرجة س	التكرار ت	الانحراف ع	مربع الانحراف ع٢	التكرار — مربع الانحراف ت × ع٢
٤	٢	— ٢	٤	٢ × ٤ = ٨
٥	٣	— ١	١	٣ × ١ = ٣
٦	٣	٠	٠	٣ × ٠ = ٠
٩	١	+ ٣	٩	١ × ٩ = ٩
١٠	١	+ ٤	١٦	١ × ١٦ = ١٦
المجموع	١٠			٣٦

(جدول ٤٨)
حساب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية

أى أن المجموع النهائى لمربعات الانحرافات التكرارية يساوى ٣٦ ، وبما أن عدد هذه الانحرافات يساوى ١٠ لأنه يساوى عدد الدرجات ويساوى أيضاً مجموع التكرار إذن فمتوسط مربعات الانحرافات التكرارية يحسب بالطريقة التالية :

متوسط مربعات الانحرافات التكرارية $= \frac{٣٦}{١٠} =$ ٣,٦

لكن الانحراف المعيارى $= \sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات التكرارية}}$

∴ الانحراف المعيارى $= \sqrt{٣,٦}$

$=$ ١,٩ تقريباً

هذا ويمكن أن نستعين برموز الجدول السابق رقم ٤٨ فى حساب الانحراف المعيارى بالطريقة التالية :

$$\text{الانحراف المعيارى} = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(\text{ت} \times \text{ع}^2)}{\text{ن}}}$$

وإذا علمنا أن

مجـ (ت × ع^2) = ٣٦ ، ن = ١٠

∴ الانحراف المعيارى $= \sqrt{\frac{٣٦}{١٠}}$

$= \sqrt{٣,٦}$

$=$ ١,٩ تقريباً

٣ — حساب الانحراف المعيارى لفئات الدرجات بالطريقة المختصرة

كان لزاماً علينا أن نعالج أولا الطريقة المطولة لحساب الانحراف المعيارى لفئات الدرجات التكرارية كما سبق أن اتبعنا هذا المنهج فى تحليلنا لطرق حساب المتوسط. لكن يحول بيننا وبين تحليل الطريقة المطولة كثرة كسورها العشرية للانحرافات المختلفة إلى الحد الذى قد يعوق القارىء عن فهم جوهر الطريقة.

وخير لنا أن نصل إلى الهدف الذى نسعى إليه بتحليلنا للطريقة المختصرة التى سيعتمد عليها القارىء بعد ذلك فى حسابه للانحراف المعيارى، بدلا من أن نقدم لهذا الهدف بوسائل قد تعوق الفهم الصحيح للغاية التى نسعى لها، وقد تحجبها وراء ستار من الكسور العشرية الطويلة.

هذا وتعتمد الطريقة المختصرة لحساب الانحراف المعيارى على ما اعتمدت عليه الطريقة المختصرة لحساب المتوسط. فهى لذلك تفرض أن مدى الفئة يساوى ١ بدلا من المدى الحقيقى لها، وتفرض متوسطاً تخمينياً فى أى فئـــة ما تقترب من وسط التوزيع التكرارى، وتجعل قيمة هذا المتوسط مساوية للصفر. ثم تحسب الانحرافات عن هذا الصفر، بحيث تصبح انحرافات الفئات الأقل منه متسلسلة بالطريقة التالية:

— ١، — ٢، — ٣، ...

وتصبح انحرافات الفئات الأكبر منه متسلسلة بالطريقة التالية:

+ ١، + ٢، + ٣، ...

فى انتشارها بعيداً عن ذلك المتوسط الفرضى نحو أطراف التوزيع.

ثم يحسب متوسط الانحرافات التكرارية ومتوسط مربعات الانحرافات التكرارية بنفس الطريقة التى بيناها فى حسابنا للانحراف المعيارى للدرجات التكرارية.

ثم يصحح التقدير الفرضى للفئة والمتوسط والانحراف بالمعادلة التالية التى تعطينا النتيجة النهائية للانحراف المعيارى .

الانحراف المعيارى = مدى الفئة √ (متوسط مربعات الانحرافات — مربع متوسط الانحرافات)

والجدول التالى يبين الخطوات الحسابية الأساسية لهذه العملية .

فئات الدرجات	التكرار ت	الانحراف ح	التكرار × الانحراف ت × ح	مربع الانحراف ح^2	التكرار × مربع الانحراف ت × ح^2
٠ — ٤	٢	−٥	٢ × −٥ = −١٠	٢٥	٢ × ٢٥ = ٥٠
٥ — ٩	٣	−٤	٣ × −٤ = −١٢	١٦	٣ × ١٦ = ٤٨
١٠ — ١٤	٨	−٣	٨ × −٣ = −٢٤	٩	٨ × ٩ = ٧٢
١٥ — ١٩	٢٩	−٢	٢٩ × −٢ = −٥٨	٤	٢٩ × ٤ = ١١٦
٢٠ — ٢٤	٥١	−١	٥١ × −١ = −٥١	١	٥١ × ١ = ٥١
٢٥ — ٢٩	٧٢	صفر	٧٢ × صفر = صفر	صفر	٧٢ × صفر = صفر
٣٠ — ٣٤	٩٧	+١	٩٧ × ١ = ٩٧	١	٩٧ × ١ = ٩٧
٣٥ — ٣٩	٤٨	+٢	٤٨ × ٢ = ٩٦	٤	٤٨ × ٤ = ١٩٢
٤٠ — ٤٤	٢٤	+٣	٢٤ × ٣ = ٧٢	٩	٢٤ × ٩ = ٢١٦
٤٥ — ٤٩	١٥	+٤	١٥ × ٤ = ٦٠	١٦	١٥ × ١٦ = ٢٤٠
٥٠ — ٥٤	١	+٥	١ × ٥ = ٥	٢٥	١ × ٢٥ = ٢٥
المجموع	٣٥٠		١٧٥		١١٠٧

(جدول ٤٩)

حساب الانحراف المعيارى لفئات الدرجات التكرارية بالطريقة المختصرة

ولحساب الانحراف المعيارى لفئات درجات الجدول السابق تتبع الخطوات التالية :

متوسط الانحراف $= \frac{١٧٥}{٣٥٠}$

$= ٠,٥$

متوسط مربعات الانحرافات $= \frac{١١٠٧}{٣٥٠}$

$= ٣,١٦٢٩$

وبما أن الانحراف المعياري =

مدى الفئة $\sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات} - \text{مربع متوسط الانحرافات}}$

$= ٥\sqrt{٣,١٦٢٩ - (٠,٥)^٢}$

$= ٥\sqrt{٣,١٦٢٩ - ٠,٢٥}$

$= ٥\sqrt{٢,٩١٢٩}$

$= ٥ \times ١,٧٠٦٧$

$= ٨,٥$ بالتقريب

هذا ويمكن أن نستعين برموز الجدول السابق فى صياغة معادلة الانحراف المعيارى صياغة رمزية مختصرة بالطريقة التالية .

متوسط مربعات الانحرافات $= \frac{\text{مج}(\text{ت} \times \text{ح}^٢)}{\text{ن}}$

متوسط الانحرافات $= \frac{\text{مج}(\text{ت} \times \text{ح})}{\text{ن}}$

∴ مربع متوسط الانحرافات $= \left[\frac{\text{مج}(\text{ت} \times \text{ح})}{\text{ن}}\right]^٢$

وإذا رمزنا لمدى الفئة بالرمز ف

وللانحراف المعيارى بالرمز ع

تتحول معادلة الانحراف المعيارى إلى الصورة التالية :

$$\text{ع} = \text{ف} \times \sqrt{\frac{\text{مج (ت} \times \text{ح}^{٢})}{\text{ن}} - \left[\frac{\text{مج (ت} \times \text{ح)}}{\text{ن}}\right]^{٢}}$$

وإذا علمنا أن

$$\text{ف} = ٥ \text{ ، } \frac{\text{مج (ت} \times \text{ح}^{٢})}{\text{ن}} = \frac{١١٠٧}{٣٥٠} \text{ ، } \left[\frac{\text{مج ت (ح} -)}{\text{ن}}\right]$$

$$= \left(\frac{١٧٥}{٣٥٠}\right)^{٢}$$

نصل إلى أن

$$\text{ع} = ٥ \times \sqrt{\frac{١١٠٧}{٣٥٠} - \left(\frac{١٧٥}{٣٥٠}\right)^{٢}}$$

$$= ٥ \times \sqrt{٣,١٦٢٩ - ٠,٢٥}$$

$$= ٥ \times \sqrt{٢,٩١٢٩}$$

$$= ٨,٥ \text{ بالتقريب}$$

وتتميز هذه الطريقة بأنها لم تعتمد على المتوسط بطريقة مباشرة ، وإنما اعتمدت على قيمة فرضية له ، ولم تصحح هذه القيمة تصحيحاً جزئياً لتحصل على المتوسط الحقيق بل صححت الناتج النهائى للعملية كلها دون أن تحسب المتوسط الحقيق خلال خطوات هذه العملية ، فهى بذلك تصل مباشرة إلى القيمة

العددية للانحراف المعيارى دون أن تعوقها العملية الحسابية لاستخراج المتوسط الحقيق .

ويعاب على هذه الطريقة تأثرها إلى حد ما بمدى الفئة وقد عالج شبرد W. F Sheppard. هذه الناحية بتحليل رياضى دقيق أدى به إلى حساب القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى بالطريقة التالية التى اشتهرت بعد ذلك باسم تصحيح شبرد .

القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى

$$= \sqrt{\text{مربع الانحراف المعيارى} - \frac{\text{مربع مدى الفئة}}{١٢}}$$

$$= \sqrt{ع^{٢} - \frac{ف^{٢}}{١٢}}$$

وفى مثالنا السابق ، نرى أن

$ع = ٨,٥$ ، $ف = ٥$

∴ القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى $= \sqrt{(٨,٥)^{٢} - \frac{٢٥}{١٢}}$

$$= \sqrt{٧٢,٢٥ - ٢,٠٨٣٣}$$

$= ٨,٤$ تقريباً

هذا ويمكن أن نحسب القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى مباشرة وذلك

بإدماج معادلة الانحراف المعيارى لفئات الدرجات التكرارية فى معادلة التصحيح لشبرد كما يلى (١)

القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى

$$= \text{ف} \sqrt{\frac{\text{مجـ ت ح}^{٢}}{\text{ن}} - \left[\frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{ن}}\right]^{٢} - \frac{١}{١٢}}$$

وبذلك تصبح الصورة النهائية لمعادلة الإنحراف المعيارى الدقيق فى مظهرها اللفظى هى

القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى = مدى الفئة ×

$$\sqrt{\text{متوسط مربع الانحرافات} - \text{مربع متوسط الانحرافات} - ٠,٠٨٣٣}$$

حيث أن $\frac{١}{١٢}$ = ٠,٠٨٣٣ تقريباً

---

(١) يمكن أن نرى فكرة هذه المعادلة من التحليل التالى

$$\therefore \text{ع} = \text{ف} \sqrt{\frac{\text{مجـ ت ح}^{٢}}{\text{ن}} - \left[\frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{ن}}\right]^{٢}}$$

$$\therefore \text{ع}^{٢} = \text{ف}^{٢} \left\{ \frac{\text{مجـ ت ح}^{٢}}{\text{ن}} - \left[\frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{ن}}\right]^{٢} \right\}$$

وبالتعويض عن قيمة ع٢ فى معادلة التصحيح التالية

$$\text{القيمة الحقيقية للانحراف المعيارى} = \sqrt{\text{ع}^{٢} - \frac{\text{ف}^{٢}}{١٢}}$$

$$= \sqrt{\text{ف}^{٢} \left\{ \frac{\text{مجـ ت ح}^{٢}}{\text{ن}} - \left[\frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{ن}}\right]^{٢} \right\} - \frac{\text{ف}^{٢}}{١٢}}$$

$$= \text{ف} \sqrt{\frac{\text{مجـ ت ح}^{٢}}{\text{ن}} - \left[\frac{\text{مجـ ت ح}}{\text{ن}}\right]^{٢} - \frac{١}{١٢}}$$

٤ — حساب الانحراف المعيارى بالطريقة العامة

أدق طريقة معروفة لحساب الانحراف المعيارى هى التى تعتمد على الأرقام الخام دون الاستعانة الصريحة بالانحرافات . وهى لذلك لا تحتاج إلى تصحيح أثر الفئات .

وتتلخص هذه الطريقة فى المعادلة التالية التى تشبه إلى حد كبير معادلة الانحراف المعيارى لفئات الدرجات التكرارية مع تغيير بسيط فى مدى الفئة حيث يصبح مساوياً للواحد الصحيح فهو لذلك لا يظهر فى الصورة العامة للمعادلة وحيث نعتمد على الدرجات الخام بدل أن كنا نعتمد على الانحرافات . وهكذا نرى أن :

$$\text{الانحراف المعيارى} = \sqrt{\text{متوسط مربعات الأعداد} - \text{مربع متوسط الأعداد}}$$

والجدول التالى يوضح خطوات هذه الطريقة

الدرجة	مربع الدرجة
١	١
٢	٤
٦	٣٦
٨	٦٤
١٠	١٠٠
١٢	١٤٤
١٣	١٦٩
١٥	٢٢٥
١٦	٢٥٦
١٧	٢٨٩
مج = ١٠٠	مج = ١٢٨٨
المتوسط = مج / ١٠	المتوسط = ١٢٨٨ / ١٠
= ١٠	= ١٢٨,٨

(جدول ٥)

حساب الانحراف المعيارى للدرجات الخام بالطريقة العامة.

أى أن متوسط مربعات الدرجات = ١٢٨,٨

ومتوسط الدرجات = ١٠

∴ مربع متوسط الدرجات = $(١٠)^2$

= ١٠٠

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{١٢٨,٨ - ١٠٠}$

= $\sqrt{٢٨,٨}$

= ٥,٣٦٦٥

= ٥,٤ تقريباً

وهكذا نرى أن الصورة الرمزية للمعادلة العامة للانحراف المعيارى للدرجات الخام تتلخص فى :

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ س^٢}{ن} - \left[\frac{مجـ س}{ن}\right]^٢}$$

حيث يدل الرمز ع على الانحراف المعيارى

والرمز س على الدرجة .

هذا ويمكن أن نستعين بنفس هذه الفكرة فى حساب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية . والجدول التالى يوضح خطوات هذه الطريقة .

الدرجة س	التكرار ت	التكرار × الدرجة ت × س	مربع الدرجة س٢	التكرار × مربع الدرجة ت × س٢
٤	٢	٢ × ٤ = ٨	١٦	٢ × ١٦ = ٣٢
٥	٣	٣ × ٥ = ١٥	٢٥	٣ × ٢٥ = ٧٥
٦	٣	٣ × ٦ = ١٨	٣٦	٣ × ٣٦ = ١٠٨
٩	١	١ × ٩ = ٩	٨١	١ × ٨١ = ٨١
١٠	١	١ × ١٠ = ١٠	١٠٠	١ × ١٠٠ = ١٠٠
المجموع	١٠	٦٠		٣٩٦
المتوسط		$\frac{٦٠}{١٠}$ = ٦		$\frac{٣٩٦}{١٠}$ = ٣٩٫٦

(جدول ٥١)

حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية بالطريقة العامة

أي أن متوسط مربعات الدرجات = ٣٩٫٦

ومتوسط الدرجات = ٦

∴ مربع متوسط الدرجات = ٣٦

لكن الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{متوسط مربعات الأعداد} - \text{مربع متوسط الأعداد}}$

∴ الانحراف المعياري = $\sqrt{٣٩٫٦ - ٣٦}$

= $\sqrt{٣٫٦}$

= ١٫٩ تقريباً

وهكذا نرى أن الصورة الرمزية للمعادلة العامة للانحراف المعيارى للدرجات التكرارية تتلخص فى :

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجـ ت س}^2}{\text{ن}} - \left[\frac{\text{مجـ ت س}}{\text{ن}}\right]^2}$$

ب ـ الخواص الإحصائية للانحراف المعيارى

١ ـ اعتماد أغلب المقاييس الإحصائية عليه

الانحراف المعيارى أدق وأهم مقاييس التشتت لارتباطه الوثيق بأغلب المقاييس الإحصائية المختلفة كمعاملات الالتواء والتفرطح والارتباط والدرجات المعيارية والدلالة الإحصائية لأغلب هذه المقاييس أو بمعنى آخر مدى احتمال الثقة بالقيمة العددية لها ، كما سنرى ذلك فى تحليلنا للدلالة الإحصائية .

٢ ـ القيم الموجبة والسالبة

يعرف الانحراف المعيارى بأنه الجذر التربيعى لمتوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط . ويرتبط هذا التعريف بالأسس الإحصائية التى اعتمدنا عليها فى حساب قيمته .

وبما أن القيمة العددية للانحراف المعيارى ترتبط بحساب الجذر التربيعى ، إذن فالعلامات الجبرية لهذه القيمة قد تكون سالبة وقد تكون موجبة ؛ وذلك لأن مربعات الأعداد السالبة موجبة ، ومربعات الأعداد الموجبة موجبة أيضاً . لذلك تصبح القيمة الجبرية للانحراف المعيارى سالبة أو موجبة .

والمعنى الإحصائى لتلك القيم الموجبة والسالبة ، أنها تقيس التشتت بالانحرافات التي تمتد على كلتا ناحيتى المتوسط ، والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .

--٣ع --٢ع --١ع م ١ع ٢ع ٣ع

(شكل ١٤)

توضيح لمعنى القيم الموجبة و السالبة للانحراف المعيارى

حيث يدل الرمز م على المتوسط

والرمز ع على الانحراف المعيارى

٣ – علاقة الانحراف المعيارى بالتكرار

يقسم الانحراف المعيارى تسلسل درجات البيانات العددية إلى أقسام متساوية أى أنه يقسم قاعدة منحنى التوزيع التكرارى إلى أقسام متساوية كما بينا ذلك فى شكل ١٤ . وبما أن التوزيع التكرارى يرتفع عادة فى الوسط وينخفض فى الأطراف إلا إذا كان ملتوياً التواء شديداً . أى أن التكرار يزداد فى الوسط ، ويقل فى الأطراف ، إذن فالتقسيمات المتساوية لقاعدة ذلك التوزيع تؤدى إلى تقسيمات غير متساوية لتكرار الدرجات .

وبذلك يصلح الانحراف المعيارى على نقيض المئينيات والإعشاريات والإرباعيات التى تقسم قاعدة التوزيع التكرارى إلى أقسام غير متساوية تضيق

حول الاعشارى الخامس أو المئينى الـ ٥٠ أو الإرباعى الثانى وتتسع فى الأطراف، وهى فى ضيقها واتساعها تحدد دائماً تكرارات متساوية، كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لتلك المقاييس .

٤ — الدرجات المتطرفة

الانحراف المعيارى أكثر مقاييس التشتت تأثراً بالدرجات المتطرفة فى التوزيع لاعتماده المباشر على مربعات فروق هذه الدرجات عن المتوسط . وهو لا يتأثر تأثراً كبيراً بالدرجات القريبة من المتوسط وذلك لأن القيمة العددية لمربعات فروق تلك الدرجات عن المتوسط صغيرة لكنه يتأثر بالمتوسط نفسه لأنه الإطار الذى ينسب إليه فروقه ومربعاتها

٥ — أثر الإضافة والحذف

لا يتأثر الانحراف المعيارى بإضافة عدد ما ثابت لكل درجة من درجات التوزيع التكرارى ، أو بحذف قيمة عددية ثابتة من كل درجة من درجات ذلك التوزيع .

والسبب الذى من أجله يتحرر الانحراف المعيارى من أثر تلك الإضافة أو الحذف يبدو واضحاً عندما ندرك أن انحراف أى عدد عن أى عدد آخر لا يتأثر بالإضافة أو الحذف . وبما أن الانحرافات تحسب إحصائياً بإجراء عملية طرح عادية ، إذن يمكننا أن نوضح هذه الفكرة بالطريقة التالية :

انحراف العدد ٤ عن العدد ٧ = ٧ — ٤

= ٣

وعندما نضيف عدداً ثابتاً مثل ٥ إلى العدد ٧ وإلى العدد ٤ ثم نحسب الانحراف بعد تلك الاضافة نرى أن

الانحراف بعد الاضافة = (٧ + ٥) - (٤ + ٥)

= ١٢ - ٩

= ٣

وعندما نطرح عدداً ثابتاً مثل ٢ من العدد ٧ والعدد ٤ ثم نحسب الانحراف بعد ذلك الحذف نرى أن

الانحراف بعد الحذف = (٧ - ٢) - (٤ - ٢)

= ٥ — ٢

= ٣

وهكذا نرى أن الانحراف لم يتأثر بالإضافة أو بالحذف . والجدول التالى يوضح عدم تأثر الانحراف المعيارى بإضافة أو بحذف عدد ثابت من كل درجة من درجات التوزيع التكرارى .

الدرجة	مربع الدرجة	الدرجة + ٣	مربع (الدرجة + ٣)	الدرجة — ٢	مربع (الدرجة — ٢)
س	س^٢	س + ٣	(س + ٣)^٢	س — ٢	(س — ٢)^٢
٣	٩	٦	٣٦	١	١
٤	١٦	٧	٤٩	٢	٤
٥	٢٥	٨	٦٤	٣	٩
٨	٦٤	١١	١٢١	٦	٣٦
مج = ٢٠	مج = ١١٤	مج = ٣٢	مج = ٢٧٠	مج = ١٢	مج = ٥٠
م = ٥	م = ٢٨,٥	م = ٨	م = ٦٧,٥	م = ٣	م = ١٢,٥

(جدول ٥٢)

عدم تأثر الانحراف المعيارى بالاضافة أو بالحذف

∴ الانحراف المعيارى

= √ (متوسط مربعات الأعداد ـ مربع متوسط الأعداد)

∴ الانحراف المعيارى للدرجات الأصلية = √ (٢٨,٥ − ٥^٢)

= √ (٢٨,٥ − ٢٥)

= √ ٣,٥

= ١,٩ تقريباً

الانحراف المعيارى للدرجات بعد الإضافة = √ (٦٧,٥ − ٨^٢)

= √ (٦٧,٥ − ٦٤)

= √ ٣,٥

= ١,٩ تقريباً

الانحراف المعيارى للدرجات بعد الحذف = √ (١٢,٥ − ٣^٢)

= √ (١٢,٥ − ٩)

= √ ٣,٥

= ١,٩ تقريباً

ومن هذا نرى أن القيمة العددية للانحراف المعيارى لم تتأثر بإضافة أو بحذف عدد ثابت من جميع درجات التوزيع. ولهذه الخاصية أهميتها الكبرى فى فهمنا لمعنى التشتت الذى يعتمد فى جوهره على الفروق القائمة بين الدرجات ومتوسطها، ولا يتأثر بالقيمة العددية المشتركة بين جميع تلك الدرجات. ولذا

يصبح الانحراف المعيارى من أهم مقاييس الفروق الفردية بين الناس ولهذا يعتمد عليه التحليل الإحصائى للاختبارات النفسية ، ولوحدات تلك الاختبارات أو أسئلتها ، ولكل مقياس يهدف إلى الكشف عن تلك الفروق .

ولهذه الخاصية أهميتها الإحصائية العملية ، إذ أنها تساعد الباحث على تبسيط العمليات الحسابية أثناء استخراج الانحراف المعيارى وذلك بطرح عدد ثابت من جميع الدرجات القائمة فى التوزيع قبل البدء بعملية حساب الانحراف المعيارى حتى تصغر القيمة العددية للدرجات الكبيرة .

هذا وتشترك جميع مقاييس التشتت مع الانحراف المعيارى فى هذه الخاصية ، وهى لذلك لا تتأثر بالإضافة أو الحذف . وبما أن الانحراف المعيارى أهمها وأدقها فهو لذلك أنسب مقياس للفروق الفردية .

٦ – علاقته بالمدى الكلى

عندما يكون عدد درجات التوزيع التكرارى كبيراً بحيث يصل إلى ٥٠٠ وعندما يقترب شكل التوزيع التكرارى من المنحنى الاعتدالى : يقسم الانحراف المعيارى المدى الكلى للدرجات إلى ٦ أقسام متساوية . أى أن تشتت الدرجات عن يمين المتوسط يصل إلى ٣ أمثال الانحراف المعيارى ، وتشتتها عن يسار المتوسط يصل أيضاً إلى ٣ أمثال الانحراف المعيارى ، كما سبق أن بينا ذلك فى شكل ١٤ .

ولهذه الخاصية اهميتها فى المراجعة العامة لدقة العمليات الحسابية التى أجريناها لمعرفة القيمة العددية للانحراف المعيارى ، أى أن المدى الكلى للدرجات فى تلك الحالة يساوى ٦ أمثال الانحراف المعيارى .

$$\text{أى أن الانحراف المعيارى} = \frac{\text{المدى الكلى}}{٦} \quad (\text{تقريباً})$$

وعندما نستعين بهذه الظاهرة لمراجعة مدى صحة حسابنا للانحراف المعيارى لدرجات الجدول رقم ٤٩ ، نرى أن

المدى الكلى = (٥٤ − ٠) + ١ = ٥٥

∴ القيمة التقريبية للانحراف المعيارى = $\frac{٥٥}{٦}$

= ٩ $\frac{١}{٦}$

وإذا علمنا ان القيمة العددية التى حسبناها لذلك الانحراف المعيارى تساوى ٨,٥ ندرك أننا لم نخطىء فى تقديرنا لتلك القيمة بالرغم من أننا قدرنا تلك القيمة التقريبية لعينة تختلف فى حجمها عن العينة التى حسبنا منها الانحراف المعيارى .

وهكذا تيسر لنا تلك العلاقة الكشف عن الأخطاء الجسيمة التى قد تقع فيها خلال حسابنا للانحراف المعيارى. هذا وقد قام سنديكور G. W. Snedecor[1] بحساب علاقة الانحراف المعيارى بالمدى الكلى . ويمكن أن نلخص نتائج دراسته فى الجدول التالى .

---

(1) Snedecor, G. W. Statistical Methods, 1940 . P, 85.
Vide, Guilford, J. P. Fundamental Statistics in Psyochogy and Education, 1959 , P.93.

عدد الدرجات	المدى / الانحراف المعيارى	عدد الدرجات	المدى / الانحراف المعيارى	عدد الدرجات	المدى / الانحراف المعيارى
٥	٢,٣	٤٠	٤,٣	٤٠٠	٥,٩
١٠	٣,١	٥٠	٤,٥	٥٠٠	٦,١
١٥	٣,٥	١٠٠	٥,٠	٧٠٠	٦,٣
٢٠	٣,٧	٢٠٠	٥,٥	١٠٠٠	٦,٥

(جدول ٥٣)
التقدير التقريبى للانحراف المعيارى بمعرفة المدى الكلى وعدد الدرجات

فإذا أردنا مثلا أن نعلم القيمة التقريبية للانحراف المعيارى لمجموعة من الدرجات مداها الكلى ٤٠ وعددها ١٠٠ ، نستعين بالجدول السابق فى حسابنا التالى بالنسبة لهذا العدد من الدرجات الذى يساوى ١٠٠ فنرى أن

$$\frac{\text{المدى}}{\text{الانحراف المعيارى}} = ٥ \quad \text{فى هذه الحالة}$$

أى أن

$$\frac{٤٠}{\text{الانحراف المعيارى}} = ٥$$

$$\therefore \text{الانحراف المعيارى} = \frac{٤٠}{٥}$$

$$\therefore \text{القيمة التقريبية للانحراف المعيارى} = ٨$$

حـ - الفوائد العملية التطبيقية

بينا فى تحليلنا لخواص الانحراف المعيارى أهم فوائده الإحصائية ، ومدى علاقته بالمقاييس الأخرى ومدى اعتمادها عليه .

والانحراف المعيارى أهمية عملية مباشرة فى تقنين الاختبارات النفسية تمهيداً لحساب معاييرها المختلفة ، حتى تصبح مقاييس صالحة للمقارنة والحكم على مستويات الأفراد فى أعمارهم المختلفة ومراحلهم الدراسية المتتابعة .

هـ - التباين

التباين هو متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط . أى أنه مربع الانحراف المعيارى . أى أن

$$\text{التباين} = ع^2$$

والتباين بهذا المعنى من أهم مقاييس التشتت لاعتماده المباشر على الانحراف المعيارى ، وهو من ناحية أخرى إحدى المتوسطات لأنه فى جوهره متوسط لمربعات الانحرافات ولذا يصلح لقياس الفروق الجماعية بين الأنواع المختلفة للتوزيعات التكرارية . كحساب الفروق بين مستويات تحصيل الطلبة والطالبات بالنسبة لأى مادة من مواد الدراسة أو بالنسبة لدرجات أى قدرة من القدرات العقلية . ويسمى هذا النوع من التحليل بتحليل التباين .

وللتباين فائدته الإحصائية المباشرة فى قياس الانحراف المعيارى للمجموعات المختلفة أو ما يمكن أن نسميه بالانحراف المعيارى الوزنى ، كما أطلقنا على متوسط المجموعات أو متوسط المتوسطات اسم المتوسط الوزنى .

والمثال التالى يوضح طريقة حساب الانحراف المعيارى لدرجات الطلبة والطالبات وذلك بمعرفة عددالأفراد والمتوسط والانحراف المعيارى ، لكل مجموعة من المجموعتين

المجموعة الأولى :		المجموعة الثانية :	
عددها	$\text{ن}_1 = ٧٠$	عددها	$\text{ن}_2 = ٣٠$
متوسطها	$\text{م}_1 = ٦٠$	متوسطها	$\text{م}_2 = ٥٠$
انحرافها المعيارى	$\text{ع}_1 = ٣$	انحرافها المعيارى	$\text{ع}_2 = ٢$

وسنرمز إلى عدد المجموعة الأولى والثانية بالرمز ن الذى يساوى $\text{ن}_1 + \text{ن}_2$

وسنرمز إلى متوسط المجموعة الأولى والثانية بالرمز م

وسنرمز إلى الانحراف المعيارى ع للمجموعة الأولى والثانية بالرمز ع

ولحساب الانحراف المعيارى ع للمجموعتين معاً نتبع الخطوات التالية

$$\text{المتوسط الوزنى} = \frac{\text{م}_1 \times \text{ن}_1 + \text{م}_2 \times \text{ن}_2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{٥٠ \times ٣٠ + ٦٠ \times ٧٠}{٣٠ + ٧٠}$$

$$= \frac{١٥٠٠ + ٤٢٠٠}{١٠٠}$$

$$= ٥٧$$

وبما أن فكرة التباين تقوم على حساب مربعات فروق الانحرافات . إذن فعلينا أن نحسب مربع (فرق كل متوسط عن المتوسط العام) ،

وسنرمز إلى فرق متوسط المجموعة الأولى عن المتوسط العام بالرمز ف_1 ،
وسنرمز إلى فرق متوسط المجموعة الثانية عن المتوسط العام بالرمز ف_2 .

$$\therefore ن_١^٢ = (س_١ - س)^٢$$
$$= (٦٠ - ٥٧)^٢$$
$$= ٣^٢$$
$$= ٩$$

$$ن_٢^٢ = (س_٢ - س)^٢ \quad ،$$
$$= (٥٠ - ٥٧)^٢$$
$$= ٧^٢$$
$$= ٤٩$$

هذا وتشبه معادلة التباين الوزنى معادلة المتوسط الوزنى ، مع اختلاف بسيط يدور فى جوهره حول فكرة مربعات الفروق . والصورة الرمزية التالية تدل على هذه المعادلة .

$$\text{التباين الوزنى} = \frac{ع_١^٢ \times ن_١ + ع_٢^٢ \times ن_٢ + ن_١^٢ \times ن_١ + ن_٢^٢ \times ن_٢}{ن_١ + ن_٢}$$

وبالتعويض عن القيم العددية لهذه الرموز ، نرى أن

$$\text{التباين الوزنى} = \frac{٣^٢ \times ٧٠ + ٢^٢ \times ٣٠ + ٩ \times ٧٠ + ٤٩ \times ٣٠}{٧٠ + ٣٠}$$

$$= \frac{٦٣٠ + ١٢٠ + ٦٣٠ + ١٤٧٠}{١٠٠}$$

$$= \frac{٢٨٥٠}{١٠٠}$$

$$= ٢٨,٥$$

∴ الانحراف المعيارى للمجموعتين معاً = $\sqrt{28.5}$

= ٥,٣٤

ع = ٥,٣٤

هذا ويمكن أن نستعين بهذه الطريقة لحساب الانحراف المعيارى الوزنى لأى عدد من المجموعات المختلفة وذلك بمعرفة عدد الأفراد والمتوسط والانحراف المعيارى لكل مجموعة من تلك المجموعات .

تمارين على الفصل الرابع

١ — ناقش الأهمية الإحصائية للمدى الكلى و بين نواحى قصوره .

احسب المدى الكلى والإرباعيات للتوزيع التكرارى التالى الذى يمثل درجات ٢٥٠ طالباً فى اختبار القدرة العددية كما تبدو فى الجمع البسيط .

الفئات										
الفئات	من	٦	١١	١٦	٢١	٢٦	٣١	٣٦	٤١	٤٦
	إلى	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠
التكرار		٤	١٣	٣٢	٨٥	٦٣	٥٣	٥٢	٣٤	١٤

٣ — احسب نصف مدى الانحراف الإرباعى للتوزيع التكرارى السابق .

٤ — بين نوع التواء التوزيع التكرارى السابق وذلك بالاستعانة بفروق الإرباعيات .

٥ — ناقش أهم الخواص الإحصائية للإرباعيات وفوائدها العملية التطبيقية .

٦ — احسب الإعشاريات للتوزيع التكرارى السابق .

٧ — ناقش أهم الخواص الإحصائية للمئينيات والإعشاريات وفوائدها العملية التطبيقية .

٨ — احسب الانحراف المعيـــارى للتوزيع التكرارى السابق بالطريقة المختصرة .

٩ — احسب الانحراف المعيـــارى للتوزيع التكرارى السابق بالطريقة العامة .

١٠ — ناقش أهم الخواص الإحصائية للانحراف المعيارى .

١١ — قارن بين الإعشاريات والانحراف المعيارى .

١٢ — احسب الانحراف المعياري الوزني لدرجات الطلبة والطالبات في امتحان الجغرافيا وذلك بمعرفة البيانات التالية .

مجموعة الطلبة	مجموعة الطالبات
ن١ = ٦٠	ن٢ = ٤٠
م١ = ٢٠	م٢ = ١٥
ع١ = ٤	ع٢ = ٣

١٣ — ناقش أهم الفروق الجوهرية القائمة بين مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت .

١٤ — ناقش الأسس العلمية للفكرة التي تقوم عليها عملية حساب التقدير التقريبي للانحراف المعياري .

الفصل الخامس

المعايير الاحصائية النفسية للتوزيعات التكرارية التجريبية

عندما يحصل طالب ما على درجات تساوى ٦٣ فى اختبار ما ، فإننا لا نستطيع أن ندرك تماماً مستوى هذا الطالب فى ذلك الاختبار إلا إذا علمنا إلى أى حد تزيد أو تقل هذه الدرجة عن متوسط درجات هذا الاختبار . فإذا كان متوسط الدرجات يساوى ٤٠ أمكننا أن ندرك أن درجة الطالب تزيد ٢٣ درجة عن المتوسط ، أى ٦٣ — ٤٠ = ٢٣

وهذه المعرفة الجديدة لا تحدد تماماً مستوى هذا الطالب إلا إذا عرفنا متوسط درجات جيل هذا الطالب فى ذلك الاختبار ، أى متوسط درجات الطلبة المساوين له فى العمر الزمنى . أو عرفنا متوسط درجات زملائه فى الدراسة ، أى زملائه فى فرقته .

ولهذا أنشئت معايير الأعمار الزمنية التى تنسب درجة كل طالب إلى متوسط درجات أقرانه فى سنه ، وأنشئت أيضاً معايير الفرق الدراسية التى تنسب درجة كل طالب إلى متوسط درجات أقرانه فى فرقته .

هذا وعندما نعلم زيادة أية درجة أو نقصانها عن متوسط درجات طلبة جيل واحد ، أو فرقة دراسية واحدة ، فإننا أيضاً نجد صعوبة فى معرفة معنى هذه الزيادة إلا إذا علمنا أكبر درجة وأصغر درجة ، أو بمعنى آخر المدى الكلى للدرجات والأقسام الإحصائية التى ينقسم لها هذا المدى وقد سبق أن بينا أن خير تحديد لتلك الأقسام هو الانحراف المعيارى ولذلك ننسب زيادة الدرجة

أو نقصانها عن المتوسط إلى الانحراف المعيارى لتوزيع الدرجات ليصبح تقديرنا أدق وأوضح وتسمى تلك الدرجة بالدرجة المعيارية نسبة إلى الانحراف المعيارى . هذا وقد نعدل تلك الدرجة المعيارية ونضوغها فى صورة مناسبة فتصبح بذلك درجة معيارية معدلة .

ويهدف هذا الفصل إلى تحليل ودراسة تلك المعايير الإحصائية النفسية المختلفة القائمة على التوزيع التكرارى التجريبى للدرجات التى نحصل عليها مباشرة من اختباراتنا المختلفة .

وتتلخص أهم هذه المعايير فى (١) :

ا — معايير الأعمار الزمنية

ب — معايير الفرق الدراسية

حـ — الدرجات المعيارية المعدلة

ا — معايير الأعمار الزمنية

تتلخص طريقة حساب معايير الأعمار الزمنية ومقابلاتها العقلية فى الخطوات التالية :

١ — يطبق الاختبار على أعمار زمنية متتالية . فيجرى مثلا على الأفراد الذين تمتد أعمارهم من ٧ سنوات إلى ٢١ سنة مهما كانت مراحلهم الدراسية وفرقهم وفصولهم المختلفة .

---

١ — معايير الأعمار الزمنية Age Equivalent Norms

٢ — معايير الفرق الدراسية Grade Equivalent Norms

٣ — الدرجات المعيارية Standard Scores

٤ — الدرجات المعيارية المعدلة Derived Standard Scores

تحسب فئات الأعمار التي تمتد إلى سنة زمنية بحيث تبدأ من منتصف السنة السابقة لها وتمتد في مداها إلى ماقبل منتصف سنتها بشهر واحد . وبذلك يحسب العمر الزمني الذي يبلغ ٨ سنوات من ٧ سنوات و ٦ أشهر إلى ٨ سنوات و ٥ أشهر أي من ٩٠ شهراً إلى ١٠١ شهراً . ويحسب العمر الزمني الذي يبلغ ١٢ سنة من ١١ سنة و ٦ أشهر إلى ١٢ سنة و ٥ أشهر أي من ١٥٠ شهراً إلى ١٦١ شهراً وبذلك يصبح مدى كل عمر مساوياً لـ ١٢ شهراً ، ولتيسير عملية تحويل السنوات إلى أشهر أنشأنا جدولا خاصاً لهذا التحويل في ملحق الجداول الإحصائية النفسية ، وهو الجدول رقم (١) الخـــاص بتحويل الأعمار السنوية إلى مقابلاتها الشهرية .

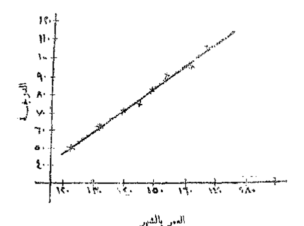
والجدول التالي يوضح فكرة تحويل العمر السنوي إلى فئات العمر الشهري اللازمة لحساب معايير الأعمار الزمنية .

العمر بالسنة	فئات الأشهر	العمر بالسنة	فئات الأشهر
٦	٧٨ — ٨٩	١٤	١٧٤ — ١٨٥
٧	٩٠ — ١٠١	١٥	١٨٦ — ١٩٧
٨	١٠٢ — ١١٣	١٦	١٩٨ — ٢٠٩
٩	١١٤ — ١٢٥	١٧	٢١٠ — ٢٢١
١٠	١٢٦ — ١٣٧	١٨	٢٢٢ — ٢٣٣
١١	١٣٨ — ١٤٩	١٩	٢٣٤ — ٢٤٥
١٢	١٥٠ — ١٦١	٢٠	٢٤٦ — ٢٥٧
١٣	١٦٢ — ١٧٣	٢١	٢٥٨ — ٢٦٩

(جدول ٥٤)
تحويل الأعمار السنوية إلى مقابلاتها الشهرية

٣ — يحسب التوزيع التكرارى لدرجات الطلبة فى كل فئة زمنية ، ويحسب من ذلك التكرار ، المتوسط أو الوسيط .

٤ — برسم منحنى أو خط بيانى ليدل على علاقة متوسطات الدرجات بالأعمار الزمنية بحيث يدل الإحداثى الرأسى على الدرجات والإحداثى الأفقى على الأعمار . ويرسم هذا المنحنى أو الخط ليصل بين نقط الرسم البيانى بحيث يمر بأكبر عدد من نقط الرسم ، وبحيث يصبح عدد النقط التى تعلوه مساوياً لعدد النقط التى تنخفض عنه (١) ، والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



(شكل ١٥)

تحويل الدرجات إلى الأعمار العقلية المقابلة لها

٥ — يستخدم الرسم البيانى السابق لتحديد الأعمار المقابلة للدرجات التى يحصل عليها الطلبة فى ذلك الاختبار . فإذا طبق الاختبار على طالب ما عمره ١٠ سنوات وكان مجموع درجاته مساوياً ١٥ درجة ، فإننا نستطيع أن نقرأ من

(١) تعتمد الطريقة الإحصائية الدقيقة لرسم مثل هذا المنحنى أو الخط على طريقة تصغير المربعات Least square method.

الرسم ، العمر المقابل ل ١٥ درجة . وإذا وجدنا مثلا أن هذا العمر يساوى ١٢ سنة أمكننا أن نحكم بأن العمر العقلى لذلك الطالب بالنسبة للاختبار هو ١٢ سنة . فإذا كان هذا الاختبار يقيس الذكاء . أمكن حساب نسبة ذكاء ذلك الطالب بالطريقة التالية :

$$\therefore \text{نسبة الذكاء} = \frac{\text{العمر العقلى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$$

∴ العمر العقلى فى هذه الحالة = ١٢ سنة

والعمر الزمنى = ١٠ سنة

$$\therefore \text{نسبة الذكاء} = \frac{١٢}{١٠} \times ١٠٠ = ١٢٠$$

وإذا كان الاختبار يقيس القدرة العددية فإن العمر العقلى العددى لذلك الطالب يصبح مساوياً ١٢ سنة . أى أن

$$\text{النسبة العقلية العددية} = \frac{\text{العمر العقلى العددى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{١٢}{١٠} \times ١٠٠$$

$$= ١٢٠$$

وهكذا نرى أهمية هذه الطريقة فى حساب المعايير المختلفة ونسبها العقلية . وهى تتميز بالسهولة والوضوح بحيث يمكن للفرد العادى أن يدرك مفهومها وآثارها . وهى تسهم فى التوجيه التحصيلى والتربوى وفى الكشف عن مظاهر التأخر ، ولذلك يستعين بها الباحث فى تشخيص التخلف الدراسى بأنواعه المختلفة .

وقد أدت هذه المعايير إلى ظهور نسب مختلفة نلخص أهمها فى :(١)

---

(١) نسبة الذكاء Intelligence Quotient ويرمز لها بـ I. Q.

$$\text{نسبة الذكاء} = \frac{\text{العمر العقلي}}{\text{العمر الزمني}} \times ١٠٠$$

$$\text{النسبة التعليمية} = \frac{\text{العمر التحصيلي}}{\text{العمر الزمني}} \times ١٠٠$$

$$\text{النسبة التحصيلية} = \frac{\text{النسبة التعليمية}}{\text{نسبة الذكاء}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{\text{العمر التحصيلي}}{\text{العمر العقلي}} \times ١٠٠$$

هذا ويمكن أن نمتد بالنسبة التعليمية لنحسب منها النسبة التعليمية الحسابية، والنسبة التعليمة الجغرافية وهكذا بالنسبة لجميع المواد الدراسية المختلفة.

ومن أهم ما يعاب على طريقة المعايير الزمنية :ـ

١ ـ أنها لا تعتمد على الفرق الدراسية، بل تعتمد فقط على الأعمار الزمنية ولهذه الناحية آثارها المختلفة على النواحي التحصيلية. فطالب الفرقة الرابعة بالمرحلة الابتدائية البالغ من العمر ١٠ سنوات يفوق طالب الفرقة الثالثة بالمرحلة الابتدائية البالغ من العمر ١٠ سنوات فى نواحيه التحصيلية. أى أن الاختبار يحابى الطالب الأول ويضار به الطالب الثانى وخاصة إذا كان ذلك الاختبار اختباراً تحصيلياً يقوم فى جوهره على ما درسه طالب السنة الرابعة ولم يدرسه طالب السنة الثالثة.

وعندما يتحرر الاختبار من النواحي التحصيلية ويميل إلى قياس النواحي

(٢) النسبة التعليمية Educational Quotient ويرمز لها بـ E. Q

(٣) النسبة التحصيلية Accomplishment Quotient ويرمز لها بـ A. Q

العقلية التي لا تعتمد من قريب على التحصيل تقل هذه التفرقة أو تكاد تزول ويصبح الاختبار صالحاً لتحديد تلك المعايير .

٢ — وأن معايير الفرق الدراسية العليا لا تمثل تماماً عينة الأفراد لأن الذين وصلوا إلى تلك المستويات هم الذين اجتازوا امتحانات القبول للمراحل المختلفة بنجاح . أي أنهم بهذا المعنى خلاصة منتقاة من جميع الأفراد الذين مروا بالمرحلة الأولى للتعليم ، وبذلك تصبح مستوياتهم المختلفة أعلى من مستويات أقرانهم الذين لم يصلوا إلى ذلك المستوى الدراسي .

هذا وقد حاول تومسون (١) G. H. Thomson سنة ١٩٣٢ ومن بعده لولى (٢) D. N. Lawley سنة ١٩٥٠ أن يعالجا هذه المشكلة معالجة إحصائية دقيقة في حسابهما لمعايير الاختبارات الجماعية . ولا يتسع مجال هذا الكتاب لتحليل النواحي التفصيلية الرياضية لتلك الطرق ويستطيع الباحث أن يواجه هذه المشكلة مواجهة عملية إحصائية وذلك بأن يمتد بعينة أفراده حتى تشمل طلبة التعليم الثانوي النظري والفني العملي وغير ذلك من العينات المختلفة التي تكفل سلامة الاختبار . .

٣ — وأن الفترة الزمنية التي تمتد إلى ١٢ شهر أو سنة تعوق ظهور مظاهر النمو الشهري للظاهرة التي يقيسها الاختبار .

هذا وفي مقدور الباحث أن يرصد متوسطات الدرجات بالنسبة لكل شهر بدل رصدها بالنسبة لكل سنة فإن آنس منها وفيها مظاهرها دلالتها العلمية فله

---

(1) Thomson, G. H. Standardization of Group Tests and The Scatter of Intelligence Quotients, B J. Ed. Psy., 1932, esp, p. 91

(2) Lawley, D. N. A Method of Standardizing Group Tests, B. J. Psy. Stat. Sect., 1950. p. p. 86—89.

أن يبقيها كما هي ، وإن لم ير فيها دلالة واضحة فعليه أن يجمعها فى فئات سنوية أو نصف سنوية أو ما يصلح للظاهرة التى يرصد لها معاييرها . وله أن يجمع بين الطريقتين فى تنظيم واحد ويمتد بمدى الفئة عند ما تخضع الدرجات لذلك الامتداد ويضيق بهذا المدى عندما لا تصلح تلك الدرجات لمثل ذلك الامتداد

ب — معايير الفرق الدراسية

تحدد هذه المعايير متوسطات درجات أى اختبار ما بالنسبة للفرق الدراسية المتتابعة . والخطوات التالية توضح طريقة حساب هذه المعايير :

١ — يجرى الاختبار على عينة شاملة ممثلة لطلبة الفرق الدراسية المتتابعة، كأن يجرى مثلا على طلبة الفرق الأولى والثانية والثالثة بالمرحلة الثانوية .

٢ — يحسب متوسط الدرجات لكل فرقة . أى متوسط درجات طلبة السنة الأولى ، ومتوسط درجات طلبة السنة الثانية ، ومتوسط درجات طلبة السنة الثالثة .

٣ — نرسم منحنياً أو خطاً بيانيا لنبين به العلاقة بين الفرق الدراسية ومتوسطات الدرجات بحيث يدل الإحداثى الرأسى على متوسطات الدرجات، ويدل الإحداثى الأفقى على الفرق الدراسية .

٤ — يستخدم الرسم البيانى السابق لقراءة المعايير الدراسية لطلبة المرحلة الثانوية بالنسبة لذلك الاختبار .

وهكذا نرى أن هذه الطريقة لا تختلف عن طريقة المعايير الزمنية إلا فى نسبتها متوسطات الدرجات إلى الفرق الدراسية بدل أن كانت تنسب للأعمار الزمنية .

وقد يعاب على هذه الطريقة عجزها عن تحديد الشهور الدراسية المختلفة للفرقة الواحدة . إذ لا شك أن مستوى طالب السنة الثانية الثانوية فى الشهر الأول للدراسة يقل فى مستواه عنه وهو فى الشهر الرابع للدراسة . ولذلك

تعتمد هذه الطريقة فى صورتها الحقيقية الحديثة على الجمع بين الفرقة الدراسية وشهورها المختلفة. وبما أن العام الدراسى يمتد إلى حوالى ٩ شهور لذلك اصطلح على أن يكتب الشهر الدراسى قبل الفرقة بالطريقة التالية : الشهر الدراسى ، الفرقة

ولذلك يكتب الشهر الدراسى الثانى بالفرقة الثالثة هكذا ٢ ، ٣ ويكتب الشهر الدراسى الخامس بالفرقة الثانية هكذا ٥ ، ٢ . وبذلك نستطيع أن نحدد معايير الفرق الدراسية بالنسبة لكل شهر من شهورها الدراسية .

هذا وتقوم فكرة هذه المعايير الدراسية على أن النمو التعليمى أو التحصيلى يتزايد بانتظام خلال العام الدراسى منذ بدئه إلى نهايته ، مع أن تحصيل أغلب المواد الدراسية يتطور بسرعة فى نهاية العام الدراسى وخاصة ما يعتمد منها على المراجعة والتجويد . والرسم البيانى الذى يدل على تلك المعايير يمتد بانتظام من بدء العام الدراسى إلى نهايته فيخفى بانتظامه هذه الطفرة التى تحدث فى نهاية العام .

ولا يوضح هذا الرسم أيضاً سرعة النمو خلال الإجازة الصيفية ، لأن تحديد مدى فئات الفرق الدراسية يمتد من بدء الفرقة الأولى إلى نهايتها ثم يمتد مباشرة من بدء الفرقة الثانية إلى نهايتها . وهكذا بالنسبة للفرق الدراسية الأخرى .

ومهما يكن من أمر هذه الانتقادات فإنها تبدو هينة يسيرة إذا قورنت بمدى بساطة تلك الطريقة ووضوحها وسهولتها . وقد أدت بها تلك البساطة إلى شيوع استخدامها فى الاختبارات التحصيلية وخاصة فى المرحلة الابتدائية .

حـ – الدرجات المعيارية

تعتمد المعايير الزمنية ومعايير الفرق الدراسية اعتماداً مباشراً على متوسطات الدرجات الخام ولا تتصل بصورتها السابقة من قريب أو بعيد بالانحراف

المعيارى الذى يحدد مدى تشتت درجات التوزيع التكرارى لأى عمر زمنى أو لأية فرقة دراسية .

ولا شك أن انحراف الدرجات عن المتوسط يوضح مستوياتها المختلفة . فالانحراف الموجب يعنى زيادة الدرجة عن المتوسط ، والانحراف السالب يعنى نقصان الدرجة عن المتوسط ، وقد سبق أن بينا أن :

الانحراف = الدرجة — المتوسط

أى أن ح = م — س

فإذا كان متوسط درجات اختبار ما يساوى ١٥ فإن الدرجة ١٧ التى يحصل عليها أى طالب ما تنحرف عن هذا المتوسط انحرافاً موجباً ومقداره ٢ لأن

ح = ١٧ — ١٥

= + ٢

والدرجة ٩ التى يحصل عليها طالب آخر تنحرف عن هذا المتوسط انحرافا سالبا مقداره ٦ لأن

ح = ٩ — ١٥

= — ٦

وهكذا نستطيع أن ننسب درجة أى طالب ما إلى متوسط درجات أقرانه ، وأن نستطرد لتقرر المعايير المختلفة لتلك الانحرافات كما سبق أن فعلنا ذلك بالمعايير الزمنية ومعايير الفرق الدراسية . لكننا سندرك بعد حين أن هذا الانحراف لا يكفى وحده للحكم على مستويات الأفراد فقد تنتشر درجات الاختبار انتشاراً كبيراً بعيداً عن المتوسط بحيث يصبح الانحراف الموجب المساوى لـ ٢ قريباً جداً بالنسبة للتوزيع من المتوسط ولا يؤدى بنا إلى الحكم الصحيح على مستوى ذلك الطالب . ويصبح الانحراف السالب المساوى لـ —٦ قريباً أيضاً من ذلك المتوسط بالنسبة للتوزيع وقد يضيق انتشار

الدرجات ويقل تشتتها بحيث يصبح الانحراف الموجب المساوى لـ ٢ بعيداً عن المتوسط بالنسبة للتوزيع . وهذا يحدد لمثل ذلك التشت مستوياً عالياً من مستويات ذلك الاختبار .

والمثال التالى الذى يدل على درجات طالب مافى أربعة اختبارات مختلفة يوضح تلك الفكرة .

الاختبار	المتوسط	درجة الطالب	الانحراف عن المتوسط
عرفى	١٠	١٢	+ ٢
انجليزى	١٥	١٧	+ ٢
قدرة عددية	٨	٧	— ١
قدرة ميكانيكية	١٢	١١	— ١

(جدول ٥٥)

مقارنة لانحرافات الدرجات عن متوسطاتها

وهكذا نرى أن انحراف درجات الطالب فى كل من الاختبارين الأول والثانى يساوى + ٢ وانحراف درجاته فى كل من الاختبارين الثالث والرابع يساوى — ١ وقد يتبادر إلى الذهن أن تفوق هذا الطالب فى الاختبار الأول يساوى تفوقه فى الاختبار الثانى، وأن ضعفه فى الاختبار الثالث يساوى ضعفه فى الاختبار الرابع ، لكننا عندما ندرك القيم المختلفة لتشتت درجات الاختبارات السابقة ونسبة مستوى هذا التفوق أو ذلك الضعف لها ندرك خطأ حكمنا السابق .

والجدول التالى يوضح هذه الفكرة .

الاختبار	المتوسط	درجة الطالب	الانحراف عن المتوسط	الانحراف المعيارى	الانحراف عن المتوسط / الانحراف المعيارى
عربى	١٠	١٢	٢+	٤	٠,٥ +
انجليزى	١٥	١٧	٢+	٢	١,٠ +
قدرة عددية	٨	٧	١ —	٥	٠,٢ —
قدرة ميكانيكية	١٢	١١	١ —	٢	٠,٥ —

(جدول ٥٦)
الدرجات المعيارية

وعندما نسبنا انحراف درجة الطالب فى الاختبار الأول إلى الانحراف المعيارى لذلك الاختبار وذلك بقسمة + ٢ على ٤ أى بقسمة الانحراف عن المتوسط على الانحراف المعيارى ؛ وجدنا أن مستوى الطالب فى اللغة العربية أصبح مساوياً + ٠,٥ .

وعندما نسبنا انحراف درجات الطالب فى اختبار اللغة الانجليزية إلى الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار وذلك بقسمة + ٢ على ٢ وجدنا أن مستوى الطالب أصبح مساوياً + ١,٠ . وبذلك يصبح مستواه فى الاختبار الثانى أكبر من مستواه فى الاختبار الأول رغم أن انحراف درجته فى الاختبار الأول يساوى انحراف درجته فى الاختبار الثانى . وهكذا بالنسبة للاختبار الثالث والرابع . وقد نشأ هذا الفرق من نسبة الانحراف إلى أهم مقاييس التشتت وهو الانحراف المعيارى .

وبذلك نستطيع أن نحكم حكماً أدق من حكمنا السابق على مستويات ذلك

الطالب بالنسبة للاختبارات المختلفة لأننا أعتمدنا فى حكمنا هذا على المتوسط والانحراف المعيارى.

هذا وقد اصطلح على تسمية ناتج قسمة الانحراف على الانحراف المعيارى بالدرجة المعيارية ، أى أن .

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{الانحراف}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

$$= \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

حيث يدل الرمز س على الدرجة

والرمز م على المتوسط

والرمز ع على الانحراف المعيارى

وبذلك تحسب الدرجة المعيارية المقابلة لدرجة الطالب السابق فى اختبار اللغة العربية بالطريقة التالية :

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

$$= \frac{١٢ - ١٠}{٤}$$

$$= \frac{٢}{٤}$$

$$= + ٠,٥$$

وتحسب الدرجة المعيارية المقابلة لدرجة الطالب فى اختبار القدرة الميكانيكية بنفس الطريقة السابقة ، أى ان .

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

$$= \frac{١١ - ١٢}{٢}$$

$$= \frac{- ١}{٢}$$

$$= - ٠,٥$$

والجدول السابق رقم ٥٦ يبين طريقة حساب هذه الدرجات المعيارية لدرجات الطالب فى الاختبارات المختلفة التى أجريت عليه .

ا ــ أهم الخواص الإحصائية للدرجات المعيارية

١ ــ المتوسط الحسابى للدرجات المعيارية لأى توزيع تكرارى ما يساوى دائما صفراً ، وانحرافها المعيارى يساوى واحداً صحيحاً . والجدول التالى يوضح هذه الفكرة .

الدرجة	الانحراف	مربعات الانحرافات	الدرجات المعيارية	مربعات الدرجات المعيارية
س	ح = س − م	ح²	ح/ع	(ح/ع)²
١	−٩	٨١	−١,٣	١,٦٩
٢	−٨	٦٤	−١,٢	١,٤٤
٤	−٦	٣٦	−٠,٩	٠,٨١
٥	−٥	٢٥	−٠,٧	٠,٤٩
٦	−٤	١٦	−٠,٦	٠,٣٦
١٢	+٢	٤	+٠,٣	٠,٠٩
١٤	+٤	١٦	+٠,٦	٠,٣٦
١٧	+٧	٤٩	+١,٠	١,٠٠
١٩	+٩	٨١	+١٣,	١,٦٩
٢٠	+١٠	١٠٠	+١٥,	٢,٢٥
مج = ١٠٠ م = ١٠٠/١٠ = ١٠		مج = ٤٧٢ ع = √(٤٧٢/١٠) = ٦,٨٧	مج = صفر م = صفر/٢٠ = صفر	مج = ١٠,٠٠ تقريباً ع = √(١٠/١٠) = ١

(جدول ٥٧)

حساب متوسط الدرجات المعيارية وانحرافها المعيارى

ومن هذا نرى أن متوسط الدرجات المعيارية يساوى صفراً كما تدل على ذلك.

نتيجة حساب أعداد العمود الرابع بالجدول السابق ، وأن انحرافها المعيارى يساوى واحداً صحيحاً كما تدل على ذلك نتيجة حساب أعداد العمود الأخير بالجدول السابق .

٢ — بما أن فكرة الدرجات المعيارية تقوم على مدى انحراف الدرجة عن متوسطها ، وبما أن الدرجات التى تقل قيمتها العددية عن المتوسط تنحرف عنه انحرافاً سالباً ، والدرجات التى تزيد قيمتها العددية عن المتوسط تنحرف عنه انحرافاً موجباً . إذن فبعض الدرجات المعيارية للتوزيع التكرارى سالب والبعض الآخر موجب لنفس ذلك التوزيع . وقد بينا فى تحليلنا السابق معنى الدرجات السالبة ومعنى الدرجات الموجبة .

٣ — وحدة مقياس الدرجات المعيارية هى الانحراف المعيارى . أى أنها تساوى ١ ع . ويمكن ان ندرك هذه الخاصية بوضوح عندما نذكر أننا فى حسابنا للدرجات المعيارية قسمنا الانحراف على الانحراف المعيارى .

هذا وبما أن الانحراف المعيارى للدرجات المعيارية يساوى واحداً صحيحاً كما سبق أن بينا ذلك للأعداد المبينة بالجدول رقم ٥٧ . وبما أن مدى انتشار التوزيعات التكرارية لا يكاد يتجاوز + ٣ انحرافات معيارية فى الأغلب والأعم . إذن فتلك الوحدات تقسم المقياس إلى ٣ وحدات من المتوسط إلى الطرف الأول للتوزيع أى إلى — ٣ وإلى ٣ وحدات من المتوسط إلى الطرف الثانى للتوزيع أى إلى + ٣ . أى أن درجات التوزيع كله تنقسم فى مداها إلى ٦ أقسام كل قسم يساوى القيمة العددية للانحراف المعيارى التى بدورها تساوى واحداً صحيحاً بالنسبة للدرجات المعيارية .

ب — أهم التطبيقات العملية

بما أن متوسط الدرجات المعيارية لأى توزيع ما يساوى صفراً ، وانحرافها المعيارى يساوى دائماً واحداً صحيحاً . إذن يمكننا أن نقارن درجات الاختبارات

المختلفة مهما كان متوسط درجاتها الخام ومهما كانت قيم انحرافاتها المعيارية . وذلك لأن عملية تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية توحد متوسطات جميع تلك الاختبارات أو نقطة الصفر وتجعل وحدات المقياس متساوية فى كل اختبار من تلك الاختبارات لأن كلا منها يساوى واحداً صحيحاً . وبهذا نستطيع أن نقارن درجات اختبار ما بدرجات اختبار آخر وذلك عندما تقارن المستويات المختلفة لتلك الاختبارات ، كما سبق أن بينا ذلك فى البيانات العددية الموضحة بالجدول رقم ٥٧ .

ونستطيع أيضاً أن نحسب متوسط الدرجات المعيارية التى يحصل عليها طالب ما فى الاختبارات المختلفة لأن وحداتها متساوية ولا نستطيع أن نجرى نفس هذه العملية بالنسبة للمئينيات أو الإعشاريات لأن وحداتها غير متساوية .

حـ ــ أهم عيوب الدرجات المعيارية

١ ــ يعاب على الدرجات المعيارية أنها تلتزم حدود التوزيع التكرارى للدرجات الخام . أى أنها لا تغير أى شىء فى شكل هذا التوزيع . وقد يكون التوزيع ملتوياً التواء موجباً أو سالباً لأن عينة الأفراد التى أجرى عليها الاختبار كانت صغيرة أو أنها لم تكن صالحة لتمثيل جميع الأفراد المحتمل قياسهم بذلك الاختبار . وعندما يزداد عدد الأفراد يتغير ذلك التوزيع ، وعندما تتغير طريقة اختيارهم يتغير أيضاً شكل التوزيع . فكأن الدرجات المعيارية بهذا المعنى تقوم على إطار غير ثابت .

وخير لنا أن ننسب هذه الدرجات إلى التوزيع التكرارى المحتمل عندما يزداد عدد أفراد العينة ، وعندما تصبح هذه العينة صالحة لتمثيل النوع الذى اشتقت منه ، وعندما يصبح الاختبار أيضاً ممثلا للنوع الذى اشتق منه . وقد دلت الدراسات المختلفة على أن أغلب التوزيعات التكرارية للظواهر الإنسانية

والحيوية المختلفة تميل إلى الشكل الاعتدالى المتناسق وخاصة عندما نحسن اختيار عينة الأفراد التى يجرى عليها البحث وعينة الأسئلة الاختيارية التى يقاس بها الأفراد ولهذا سنحاول أن ننسب الدرجات الخام إلى ذلك الإطار العام عندما نبين الخواص الإحصائية للمنحنى الاعتدالى المعيارى .

٢ — ويعاب عليها كثرة علاماتها السالبة ، وذلك لأن نصف الدرجات المعيارية لأى توزيع تكرارى سالب والنصف الآخر موجب ، ويصعب على الفرد العادى أن يدرك أحياناً معنى الدرجة السالبة ، وقد يصعب على الباحث أن يخضعها بدقة للعمليات الإحصائية المختلفة ، ولهذا تهدف الدرجات المعيارية المعدلة إلى التخلص من الدرجات السالبة وذلك بتغيير بدء المقياس من المتوسط إلى نقطة أخرى بحيث تتحول جميع الدرجات السالبة إلى درجات موجبة ، والوسيلة الإحصائية لذلك هى أن تحدد قيمة عددية كبيرة للمتوسط ولتكن ٥٠ مثلا بدلا من الصفر الذى تؤدى إليه الدرجات المعيارية .

٣ — ويعاب عليها أيضاً أن وحدة قياسها كبيرة لأنها تساوى انحرافاً معيارياً واحداً . وقد سبق أن بينا أن المدى الكلى للدرجات ينقسم إلى حوالى ستة انحرافات معيارية . أى أن وحدة القياس تصبح بهذا المعنى سدس المدى الكلى للدرجات . ولهذا تهدف الدرجات المعيارية المعدلة إلى تصغير هذه الوحدة وذلك بضرب الدرجة المعيارية فى حوالى ١٠ مثلا أى أن الانحراف المعيارى الواحد يصبح بذلك المعنى مساوياً لعشرة أقسام ، وهكذا نتغلب على الوحدات الكبيرة .

د – الدرجات المعيارية المعدلة

١ – حساب الدرجات المعدلة من الدرجات المعياريه

تهدف الدرجات المعيارية المعدلة إلى تصحيح بعض عيوب الدرجات المعيارية وذلك بتعديلها إلى انحراف معيارى جديد وإلى متوسط آخر

فإذا ضربنا الدرجة المعيارية الأولى فى الجدول السابق رقم ٥٧ فى ١٠ أمكننا أن نصغر الوحدات وبذلك تتعدل الدرجة المعيارية من – ١,٣ إلى – ١٣ أى أن بعدها عن المتوسط يصبح مساوياً لـ ١٣ وحدة جديدة بدل أن كان يساوى – ١,٣ وحدة قديمة . وبذلك نصل إلى تصغير وحدات المقياس ، ويصبح الانحراف المعيارى لتلك الدرجات مساوياً لـ ١٠ بدلا أن كان يساوى ١

وإذا أضفنا إلى تلك الدرجه المعيارية التى عدلناها ٥٠ أمكننا أن نتخلص من علامتها السالبة . وبذلك تتعدل تلك الدرجة المعيارية من – ١٣ إلى + ٣٧ وهكذا يصبح متوسط الدرجات مساوياً ٥٠ بدلا أن كان يساوى صفراً

أى أننا بهذا المعنى عدلنا الانحراف المعيارى أولا من ١ إلى ١٠ ثم عدلنا المتوسط ثانيا من صفر إلى ٥٠ .

والجدول التالى يبين طريقة تعديل الدرجات المعياريه التى رصدنا فى الجدول السابق رقم ٥٧ .

الدرجة	الدرجة المعيارية	التعديل الجزئي الدرجة المعيارية × ١٠	التعديل الكلي (الدرجة المعيارية × ١٠) + ٥٠
١	− ١,٣	− ١٣	٣٧
٢	− ١,٢	− ١٢	٣٨
٤	− ٠,٩	− ٩	٤١
٥	− ٠,٧	− ٧	٤٣
٦	− ٠,٦	− ٦	٤٤
١٢	+ ٠,٣	+ ٣	٥٣
١٤	+ ٠,٦	+ ٦	٥٦
١٧	+ ١,٠	+ ١٠	٦٠
١٩	+ ١,٣	+ ١٣	٦٣
٢٩	+ ١,٥	+ ١٥	٦٥

(جدول ٥٨)

حساب الدرجات المعيارية المعدلة من الدرجات المعيارية

هذا ويبين العمود الأخير في هذا الجدول القيم العددية للدرجات المعيارية المعدله . ومن خصائص هذه الدرجات الجديدة أن متوسطها يساوى المتوسط الذى اخترناه لها أى ٥٠ كما يدل على ذلك التحليل التالى :

متوسط الدرجات المعيارية = مجموعها / عددها

= ١٠٠٠ / ٢٠

= ٥٠

وهذا هو نفس العدد الذى أضفناه إلى الدرجات المعيارية بعد ضرب كل منها فى ١٠ ، أى أنه المتوسط الذى اخترناه لها .

ومن خصائصها أيضاً أن انحرافها المعياري يساوى الانحراف المعياري، الذي اخترناه لها أي ١٠ كما يدل على ذلك التحليل الحسابي التالي :

الانحراف المعياري للدرجات المعيارية المعدلة $= \sqrt{\text{متوسط مربعاتها} - \text{مربع متوسطاتها}}$

$$= \sqrt{٢٦٠١,٨ - ٢٥٠٠}$$

$$= \sqrt{١٠١,٨}$$

$$= ١٠ \text{ تقريباً}$$

وهذا هو نفس العدد الذي ضربناه في كل درجة معيارية . أي أنه الانحراف المعياري الذي اخترناه لها .

٣ — حساب الدرجات المعدلة من الدرجات الخام

يؤدى بنا التحليل السابق الذي أدى بنا إلى حساب الدرجات المعيارية المعدلة من الدرجات المعيارية إلى معرفة الوسيلة لحساب الدرجات المعيارية المعدلة مباشرة من الدرجات الخام .

وبما أن تعديل الدرجات المعيارية يتلخص في ضربها في الانحراف المعياري الجديد ثم جمع ناتج عملية الضرب على المتوسط .

∴ الدرجة المعيارية المعدلة = (الدرجة المعيارية × الانحراف المعياري المعدل) + المتوسط المعدل

لكن الدرجة المعيارية $= \frac{س - م}{ع}$

∴ الدرجة المعيارية المعدلة $= \left(\frac{س - م}{ع} \times عَ\right) + مَ$

حيث يدل الرمز عَ على الانحراف المعياري المعدل

ويدل الرمز مَ على المتوسط المعدل

هذا ويمكن أن نعيد تنظيم رموز المعادلة السابقة فى الصورة التالية:

$$\text{الدرجة المعيارية المعدلة} = \left(\frac{ع'}{ع}\,س - \frac{ع'}{ع}\,م\right) + م'$$

$$= \left(\frac{ع'}{ع}\right)س - \left(\frac{ع'}{ع}\right)م + م'$$

وبتطبيق هذه المعادلة على الدرجات الخام لمثالنا السابق نرى أن متوسط الدرجات الخام يساوى ١٠ وانحرافها المعيارى يساوى ٦,٨٧ كما بينا ذلك فى جدول ٥٧ والمتوسط المعدل يساوى ٥٠ والانحراف المعيارى المعدل يساوى ١٠ .

أى أن $م = ١٠$ ، $م' = ٥٠$

$ع = ٦,٨٧$ ، $ع' = ١٠$

$$\therefore \text{الدرجة المعيارية المعدلة} = \left(\frac{١٠}{٦,٨٧}\right)س - \left(\frac{١٠}{٦,٨٧}\right) \times ١٠ + ٥٠$$

$$= ١,٤٥٦\,س - ١٤,٥٥٦ + ٥٠$$

$$= ١,٤٥٦\,س + ٣٥,٤٤٤$$

وعندما تصبح الدرجة الخام س مساوية ١ تصبح الدرجة المعيارية المعدلة مساوية لناتج العملية التالية :

$$\text{الدرجة المعيارية المعدلة} = ١,٤٥٦ \times ١ + ٣٥,٤٤٤$$

$$= ٣٦,٩٠٠$$

$$= ٣٧ \text{ تقريباً}$$

وهذه هى نفس القيمة التى حصلنا عليها فى جدول ٥٨ للدرجة الخام ١ عندما حسبنا الدرجة المعيارية المعدلة لها عن طريق درجتها المعيارية .

ويمكن أن نستخدم المعادلة السابقة فى حساب جميع الدرجات المعيارية المعدلة للدرجات الخام المبينة بالجدول السابق .

تمارين على الفصل الخامس

١ — ناقش أهم الأسس العلمية التى تقوم عليها المعايير الإحصائية النفسية للتوزيعات التكرارية التجريبية .

٢ — ما هى أهم ميزات وعيوب معايير الأعمار الزمنية .

٣ — اذكر الخطوات الرئيسية لحساب معايير الأعمار الزمنية ووضح هذه الخطوات بمثال عددى ؟ وأذكر أهم فوائد وعيوب تلك المعايير .

٤ — ما هى أهم الفروق الرئيسية بين النسب التالية .

ا — نسبة الذكاء .

ب — النسبة التعليمية .

حـ — النسبة التحصيلية .

٥ — أذكر الفروق الجوهرية القائمة بين معايير الأعمار الزمنية ومعايير الفروق الدراسية .

٦ — « تصلح الدرجات المعيارية لمقارنة درجات الطالب فى اختبارين مختلفين ، ولمقارنة درجات الطلبة فى اختبار واحد » ناقش .

٧ — بين أهم التطبيقات العملية للدرجات المعيارية .

٨ — بين أهم عيوب الدرجات المعيارية .

٩ — احسب الدرجات المعيارية للدرجات التالية .

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١١ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٢ ، ٢٣

١٠ — احسب الدرجات المعيارية المعدلة للدرجات المبينة فى التمرين السابق بحيث يصبح المتوسط مساوياً ١٠٠ ، والانحراف المعيارى مساوياً ١٠ .

الفصل السادس

التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

الاحتمال والصدفة

عندما تراهن زميلا لك على أمر ما ثم تختلفان فيما بينكما فى الحكم على نتيجة هذا الرهان ثم تحتكمان إلى القرعة فيمسك أحدكما قرشاً ويقذفه على الأرض على أن يختار كل منكما وجهاً من أوجه القرش: الصورة أو الكتابة، فإن احتمال فوز كل منكما فى هذا الرهان يعادل احتمال فوز الآخر، لأن القرش إما أن يقع على الأرض وصورته إلى أعلى، أو يقع على الأرض وكتابته إلى أعلى. أى أن احتمال ظهور الصورة والكتابة لقرش واحد هو احتمال من اثنين أى ½ أى أن احتمال فوز كل واحد منكما فى هذه الحالة هو ٥٠ ٪.

وعندما نلقى بقرشين على الأرض عدداً كبيراً من المرات فإن الاحتمالات الممكنة لظهور الصورة والكتابة للقرشين معاً تتلخص فى الجدول التالى:—

القرش الأول	القرش الثانى
صورة	صورة
صورة	كتابة
كتابة	صورة
كتابة	كتابة

(جدول ٥٦)

ظهور الصور والكتابة لقرشين معاً

أى أن الاحتمالات تخضع للنسبة التالية : —

النوع	احتمال الظهور
صورة صورة	١
صورة كتابة	٢
كتابة كتابة	١
المجموع	٤

جدول ٦٠)

احتمالات ظهور الصور والكتابة لقرشين معاً

أى أن احتمال ظهور صورة القرش الأول وصورة القرش الثانى معا هو $\frac{١}{٤}$ ، واحتمال ظهور الصورة والكتابة معا هو $\frac{٢}{٤}$ أى $\frac{١}{٢}$ ، واحتمال ظهور كتابة القرش الأول وكتابة القرش الثانى هو $\frac{١}{٤}$

وعندما نلقى بـ٦قروش معاً عدداً كبيراً من المرات فإن الاحتمالات الممكنة لظهور الصور المرسومة على القرش تتلخص فى الجدول التالى (١) :

---

١ — تحسب احتمالات ظهور الصور فى مثالنا هذا من المعادلة التالية :

$$(\text{س} + \text{ص})^{٦} = \text{س}^{٦} + ٦\text{س}^{٥}\text{ص} + ١٥\text{س}^{٤}\text{ص}^{٢} + ٢٠\text{س}^{٣}\text{ص}^{٣} + ١٥\text{س}^{٢}\text{ص}^{٤} + ٦\text{س}\text{ص}^{٥} + \text{ص}^{٦}$$

بحيث يدل الرمز س على ظهور الصور

ويدل الرمز ص على ظهور الكتابة واختفاء الصور

ومعاملات المعادلة السابقة هى التى تمثل التكرار المبين بالجدول رقم ٦٠، وهى تنتظم فى الترتيب التالى

١ ، ٦ ، ١٥ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٦ ، ١

عدد الصور	احتمالات الظهور
٠	١
١	٦
٢	١٥
٣	٢٠
٤	١٥
٥	٦
٦	١
المجموع	٦٤

(جدول ٦١)

احتمالات ظهور الصور لستة قروش تلقى معاً

هذا ويمكن أن نرصد جدولا آخر لظهور الكتابة وسنرى أنه يماثل تماماً الجدول السابق فى احتمالات ظهوره ، وإن كان يختلف عنه فى أنه عندما لا تظهر أية صورة تظهر ٦ أوجه بها كتابة ، وعندما تظهر صورة واحدة تظهر ٥ أوجه بها كتابة ، وعندما ما تظهر ٣ صور تظهر ٣ أوجه بها كتابة .

والجدول التالى يوضح هذه المقارنة .

عدد الأوجه المصورة	احتمالات الظهور	عدد الأوجه المكتوبة	احتمالات الظهور
٠	١	٦	١
١	٦	٥	٦
٢	١٥	٤	١٥
٣	٢٠	٣	٢٠
٤	١٥	٢	١٥
٥	٦	١	٦
٦	١	٠	١
المجموع	٦٤	المجموع	٦٤

(جدول ٦٣)

مقارنة احتمالات ظهور الصور باحتمالات ظهور الكتابة المصاحبة لها

ويؤدى بنا هذا التماثل إلى الاكتفاء بحساب احتمال ظهور الصور لأن الكتابة المصاحبة لها متكاملة معها .

هذه الظاهرة الإحصائية تؤكد ما نظنه صدفة يخضع فى جوهره لتوزيع تكرارى متناسق . هذا إذا أدركنا أن احتمالات الظهور هى فى جوهرها رصد لتكرار مرات ظهور الأعداد المختلفة للصور أو الكتابة .

ويرجع الفضل إلى دى موافر De Moivre ولابلاس Laplace وجاوس Gauss فى دراسة هذه الظاهرة وتحليلها تحليلا رياضياً دقيقاً .

وأغلب الظواهر التى تخضع لتأثيرات عوامل عدة متباينة تخضع فى جوهرها لهذا التوزيع وذلك عندما تؤثر فيها تلك العوامل أو بعضها

تأثيراً إيجابياً أو تأثيراً سلبياً . ووجه الشبه قريب جداً بين خضوع الصور في مثالنا السابق لهذا القانون الذى يجعلها إما سائدة أو مسودة ، وبين أغلب العوامل التى تؤثر فى حياة الكائن الحى فتسود أو تتنحى تاركة الميدان لعوامل أخرى لتسود .

ولهذا نرى أهمية هذه الظاهرة فى دراستنا للتوزيعات التكرارية المختلفة القائمة على رصد أطوال الناس أو أوزانهم أو درجات ذكائهم أو درجات قدراتهم أو درجات تحصيلهم .

هذا وعند ما نرصد مثلا درجات عينة ما من الطلبة فى أى اختبار ما ثم نرى أن تلك الدرجات تختلف إلى حد ما عن ذلك التوزيع السابق فإننا نفترض أن تلك العينة لا تمثل جميع هؤلاء الطلبة ، ولنا أن نفترض أيضاً أن وسيلتنا فى القياس وهو الاختبار لا يمثل الأسئلة الممكنة الصالحة . وعند ما نحسن اختيار عينة الأفراد وعينة الأسئلة نقترب من التوزيع السابق أو نقترب من الصورة المثلى لذلك التوزيع .

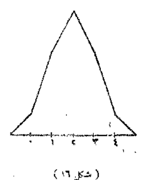
المضلع التكرارى الاعتدالى

جميع الأمثلة التالية للتوزيعات التكرارية متناسقة فى تكرارها كما تدل على ذلك الرسوم الموضحة لها . وتكرارها المتجمع التصاعدى النسبى يوضح احتمال ظهور أى درجة من درجات التوزيع كما يبين ذلك التحليل التالى .

المثال الأول

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التصاعدى النسبى
٠	١	١	٠,٠٦
١	٤	٥	٠,٣١
٢	٦	١١	٠,٦٩
٣	٤	١٥	٠,٩٤
٤	١	١٦	١,٠٠
المجموع	١٦		

(جدول ٦٢)
مثال لتوزيع تكرارى متناسق.



(شكل ١٦)
المضلع التكرارى المتناسق لجدول ٦٢)

المتوسط = ٢

الوسيط = ٢

المنوال = ٢

وهكذا نرى أن

المتوسط = الوسيط = المنوال

وذلك لاعتدال التوزيع وتناسق تكراره عن يمين المتوسط وعن يساره.

وبما أن التكرار يوضح احتمال ظهور كل درجة مقابلة لها، كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا لوجهي القرش. إذاً فاحتمال ظهور الدرجة المساوية للصفر في الجدول السابق هو ١/١٦ واحتمال ظهور الدرجة المساوية الواحد الصحيح هو ٤/١٦ وهكذا بالنسبة لباقي درجات وتكرار التوزيع السابق.

هذا وفي مقدورنا أن نستعين بالتكرار المتجمع التصاعدي لمعرفة احتمال ظهور درجات أقل من مستوى ما، فمثلا احتمال ظهور درجة مساوية للصفر أو بمعنى آخر أقل من الواحد الصحيح هو ١/١٦ واحتمال ظهور درجة ما تساوي صفراً أو واحداً صحيحاً أو بمعنى آخر أقل من ٢ هو ٥/١٦.

ونستطيع أن نحسب التكرار المتجمع التصاعدي النسبي لنصل إلى القيم العشرية للنسب السابقة أو الاحتمالات السابقة مباشرة كما هو مبين بالجدول السابق بالعمود الأخير.

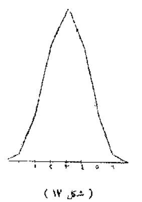
وهكذا نرى أن احتمال ظهور درجة ما أقل من الواحد الصحيح هو ٠,٠٦ واحتمال ظهور درجة أقل من ٢ هو ٠,٣١ وهكذا بالنسبة لباقي درجات التوزيع التكراري السابق.

المثال الثاني :

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التصاعدي النسبي
٠	١	١	٠,٠٢
١	٦	٧	٠,١١
٢	١٥	٢٢	٠,٣٤
٣	٢٠	٤٢	٠,٦٦
٤	١٥	٥٧	٠,٨٩
٥	٦	٦٣	٠,٩٨
٦	١	٦٤	١,٠٠
المجموع	٦٤		

(جدول ٦٤)

مثال لتوزيع تكراري متناسق



(شكل ١٧)

المضلع التكراري المتناسق لجدول ٦٤

المتوسط = ٣
الوسيط = ٣
المنوال = ٣
وهكذا ترى أن

المتوسط = الوسيط = المنوال

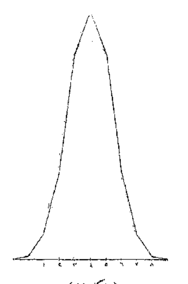
وذلك لاعتدال التوزيع وتناسق تكراره عن يمين المتوسط وعن يساره، كما بينا ذلك أيضاً فى المثال السابق.

هذا ويمكن أن نستعين بالتكرار المتجمع التصاعدى النسبى لمعرفة الاحتمالات المختلفة لمستويات الدرجات، فمثلا احتمال ظهور درجة أقل من ٣ يبلغ ٠,٣٤، وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات.

المثال الثالث:

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التصاعدى النسبى
٠	١	١	٠,٠٠٤
١	٨	٩	٠,٠٣٥
٢	٢٨	٣٧	٠,١٤٤
٣	٥٦	٩٣	٠,٣٦٣
٤	٧٠	١٦٣	٠,٦٣٧
٥	٥٦	٢١٩	٠,٨٥٥
٦	٢٨	٢٤٧	٠,٩٦٥
٧	٨	٢٥٥	٠,٩٩٦
٨	١	٢٥٦	١,٠٠٠
المجموع	٢٥٦		

(جدول ٦٥)
مثال لتوزيع تكرارى متناسق.



(شكل ١٨)
المضلع التكرارى المتناسق لجدول ٦٤

المتوسط = ٤

الوسيط = ٤

المنوال = ٤

وهكذا نرى أن

المتوسط = الوسيط = المنوال

وذلك لاعتدال التوزيع وتناسق تكراره عن يمين المتوسط وعن يساره ، كما بينا ذلك فى المثالين السابقين .

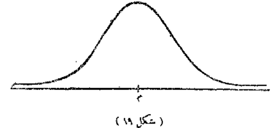
هذا ويمكن أن نستعين بالتكرار المتجمع التصاعدى النسبى لمعرفة الاحتمالات المختلفة لمستويات الدرجات ، كما بينا ذلك فى المثالين السابقين .

وتوضح هذه الأمثلة انطباق المتوسط على الوسيط وعلى المنوال بالنسبة للتوزيع التكرارى المتناسق المعتدل ، ولذا يسمى مثل هذا التوزيع بالتوزيع الاعتدالى .

المنحنى التكرارى الاعتدالى

عندما تكثر قيم الدرجات المختلفة للتوزيعات التكرارية السابقة يقترب المضلع التكرارى من المنحنى التكرارى. فالمثال الثالث السابق أقرب إلى شكل المنحنى من المثال الثانى وهذا بدوره أقرب من الأول .

وهكذا نصل فى النهاية إلى المنحنى التكرارى الاعتدالى المبين فى الشكل التالى.



(شكل ١٩)
المنحنى التكرارى الاعتدالى

المنحنى التكرارى الاعتدالى المعيارى

بما أن المنحنى السابق أصبح هو الإطار الذى ننسب إليه توزيعاتنا التكرارية المختلفة لنرى مدى اقترابنا من الظاهرة التى ندرسها فى صورتها العامة عند جميع الأفراد ، أو مدى ابتعادنا عنها ، إذاً يجب أن نبحث عن الوسائل الإحصائية التى تجعل تلك المقارنة ممكنة وصحيحة .

ولنضرب لذلك المثل التالى، فنى بحثنا عن معايير لنتائج اختبار ما طبق على أفراد تمتد أعمارهم من ٧ سنوات إلى ٢١ سنة كنا نكتفى قبل ذلك بمقارنة المتوسطات وحساب الأعمار المقابلة لكل متوسط من تلك المتوسطات لنحكم بعد ذلك على مستوى الطلبة ، ولنحسب من ذلك النسب المختلفة كنسبة الذكاء أو النسبة التحصيلية أو غير ذلك من النسب النفسية .

وعندما لا تكون عينة الأفراد التي طبقنا عليها الاختبار ممثلة لجميع الأفراد الذين يمكن ويحتمل وجودهم في إطار تلك العينة فإن حكمنا لا يكون صحيحا لأننا ننسب مستوى الطالب إلى إطار لا يمثل جميع الطلبة .

وحرى بنا أن نحسب المنحنى الأصلي الذي تمثله تلك العينة أو المنحنى الدال على جميع الأفراد الذين اشتققنا منهم تلك العينة ليصبح حكمنا صحيحاً وصالحاً.

وهكذا نصل في النهاية إلى أن المنحنى الاعتدالي يمثل الأصل أو الأب أو التعداد الكلي أو العالم الذي نشتق منه العينة التي نجري عليها اختباراتنا . وكلما كان اختبارنا صحيحاً ، وكلما كان عدد الأفراد كبيرا إلى الحد الذي لا يتأثر بالأخطاء المحتملة في القياس ، كان اقترابنا من ذلك الأصل كبيراً . ونستطيع أن نصحح بعض الأخطاء الباقية بأن ننسب بياناتنا العددية إلى التوزيع الاعتدالي المثالي .

ولن نستطيع أن نقارن التوزيعات التكرارية المختلفة وأن ننسبها إلى أصلها الاعتدالي ، إلا إذا أمكننا أن نعدل درجات التوزيع التكراري الاعتدالي حتى تصبح درجاته معيارية صالحة للمقارنة .

وعندما نحدد المتوسط التوزيع التكراري الاعتدالي قيمة عددية مساوية للصفر تصبح جميع درجات التوزيع التكراري الاعتدالي انحرافات عن المتوسط ، لأن :

الانحراف عن المتوسط = الدرجة ـ المتوسط

وبما أن المتوسط في هذه الحالة = صفر

∴ الانحراف عن المتوسط = الدرجة ـ صفر .

= الدرجة الانحرافية .

وعندما نحدد للانحراف المعياري قيمة عددية مساوية للواحد الصحيح ، تصبح درجات التوزيع التكراري الاعتدالي السابق درجات معيارية لأن

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{الدرجة} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

لكن المتوسط فى هذه الحالة = صفر

والانحراف المعيارى فى هذه الحالة = ١

$$\therefore \text{الدرجة المعيارية فى هذه الحالة} = \frac{\text{الدرجة} - \text{صفر}}{١}$$

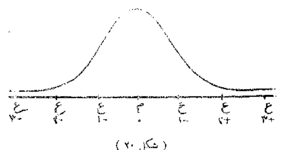
= الدرجة المعدلة

وهكذا يمهد لنا هذ التعديل صياغة جميع درجات التوزيع التكرارى الاعتدالى السابق صياغة تجعلها كلها درجات معيارية . . ولذا يسمى مثل هذا التوزيع بالتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى .

وهو بهذه الصورة يصلح كاطار إحصائى ننسب إليه التوزيعات التكرارية المختلفة وعا أن درجات التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى كلها درجات معيارية إذاً لا تصلح النسبة إليه إلا إذا حولنا درجات التوزيعات التكرارية المختلفة إلى درجات معيارية أيضاً حتى نستطيع أن نقارن بينها وبين الدرجات المعيارية للاطار الذى اصطلحنا عليه .

وهكذا نستطيع أن نحسب مثلا التكرار المحتمل لأية درجة معيارية فى أى توزيع وذلك بنسبتها للدرجة المعيارية للتوزيع التكرارى المعيارى ثم الكشف عن التكرار المقابل لها لو كان التوزيع اعتدالياً معيارياً ؛ ونستطيع أيضاً أن نحسب المستويات المحتملة بنفس الطريقة السابقة .

والشكل التالى يبين منحنى التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى بمتوسطه المساوى للصفر ، وانحرافه المعيارى المساوى للواحد الصحيح .



(شكل ٢٠)
منحنى التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

أهم الخواص الإحصائية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

للتعديل السابق أهميته القصوى فى تحويل المنحنى الاعتدالى إلى منحنى اعتدالى معيارى يصلح إطاراً ثابتاً ننسب إليه الظواهر الإحصائية المختلفة لأن الدرجات المعيارية تصلح لمقارنة درجات التوزيعات المختلفة كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للخواص الإحصائية للدرجات المعيارية .

والتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى بهذا المعنى توزيع اعتدالى متوسطه يساوى صفراً ، وانحرافه المعيارى يساوى واحداً صحيحاً .

هذا وعندما نحاول أن ننسب أو نقارن التوزيعات التكرارية المختلفة بالتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى الذى اصطلحنا على أن يكون هو الإطار الذى نرجع إليه فى تلك المقارنات ، تواجهنا صعوبة اختلاف عدد الدرجات أو عدد الأفراد من توزيع لتوزيع آخر . ولذلك نلجأ إلى تحويل التكرار إلى تكرار متجمع نسبى كما سبق أن بينا ذلك فى أمثلة المضلع التكرارى الاعتدالى وذلك بقسمة كل تكرار على مجموع تكرار التوزيع حتى تصبح جميع هذه التكرارات نسبة عشرية ويصبح المجموع الكلى لها مساوياً للواحد الصحيح .

وهكذا نصل فى النهاية إلى أهم الخواص الإحصائية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى :

١ — اعتدالى فى تناسق تكراره ، حيث ينطبق المتوسط على الوسيط وعلى المنوال . وهو متماثل بالنسبة للمحور الذى يقام عمودياً فوق القاعدة عند المتوسط . أى أن النصف الأيمن الذى يقع عن يمين هذا المحور ينطبق تماماً على الأيسر الذى يقع عن يسار ذلك المحور .

٢ — متوسطه يساوى صفراً

٣ — انحرافه المعيارى يساوى واحداً صحيحاً

٤ — درجاته معيارية معدلة ، وهى تمتد من مالا نهاية فى اتجاهها السالب إلى مالا نهاية فى اتجاهها الموجب أى من — ∞ إلى + ∞ بحيث لا يقابل المنحنى قاعدته الأفقية إلا فى ما لا نهاية .

٥ — مجموع تكراره يساوى واحداً صحيحاً .

أهم الفوائد التطبيقية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى :

تعتمد فوائد التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى على خواصه الإحصائية . ويمكن أن نقسم هذه الفوائد التطبيقية بالنسبة للقياس العقلى إلى ما يرتبط بالتكرار ، وما يرتبط بالتكرار المتجمع النسبى .

وهكذا يمكن أن نستعين بالتكرار الاعتدالى المعيارى لحساب التكرار المقابل لدرجات التوزيعات التكرارية المختلفة بشرط أن تحول تلك الدرجات أولا إلى درجات معيارية حتى نستطيع أن نحول التوزيعات المختلفة إلى صورها الاعتدالية المعيارية أو صورها القريبة من ذلك النموذج الذى اصطلحنا عليه .

وتعتمد هذه الطريقة على ارتفاعات المنحنى التكرارى الاعتدالى التى تمثل ذلك التكرار الذى نبحث عنه . وقد حسبت جميع تلك الارتفاعات حساباً دقيقاً وأنشئت لها جداول إحصائية نرجع إليها فى تلك العملية .

ويمكن أيضا أن نستعين بالتكرار الاعتدالى المعيارى المتجمع النسبى لحساب مدى احتمال ظهور أية درجة فى مقاييسنا العقلية المختلفة ومدى وقوعها فى نطاق معين ومدى احتمال زيادتها أو نقصانها عن المستويات المختلفة التى نصطلح عليها .

وتعتمد هذه الطريقة على المساحة المحصورة بين المنحنى وقاعدته والتى اصطلحنا على أن تكون مساوية للواحد الصحيح لأنها تمثل مجموع التكرار ، ولذا تصلح تلك الطريقة لحساب المساحة المحصورة بين المتوسط وأية درجة أخرى تزيد أو تقل عن ذلك المتوسط . وقد حسبت جميع تلك المساحات حساباً دقيقاً وأنشئت لها جداول إحصائية نرجع إليها فى كل تلك العمليات .

تحويل التوزيع التكرارى إلى صورته الاعتدالية المعيارية

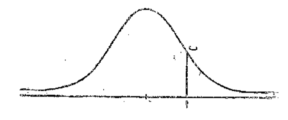
يعتمد شكل التوزيع التكرارى الذى نحصل عليه فى تجاربنا المختلفة على عينة الأفراد التى يجرى عليها القياس وعلى نوع المقياس أو الاختبار الذى نستعين به فى تلك التجربة وعلى الصفة التى نقيسها . هذا وقد تكون تلك الصفة التى نقيسها موزعة توزيعاً اعتدالياً فى مصدرها الأصلى الذى انتزعنا منه تلك العينة التى نجرى عليها القياس أو الاختبار ، وقد لا تكون اعتدالية فى مصدرها . ولذا نلجأ إلى تحويل التوزيع التكرارى التجريبى إلى أقرب صورة اعتدالية يمكن أن ينطوى تحتها ثم نقارن التوزيع التجريبى بالتوزيع الاعتدالى الذى حصلنا عليه فإذا كان الفرق صغيراً أمكننا أن ندرك أن هذا الفرق يرجع إلى عوامل الصدفة وأن توزيعنا الذى حصلنا عليه قريب جداً من النموذج الاعتدالى الذى

حولنا له ، وإذا كان الفرق كبيراً من أن يرجع إلى الصدفة فإننا ندرك أن عملية التحويل لم تكن لتصلح لصياغة التوزيع التجريبي في صورته الاعتدالية .

وهكذا نرى أهمية هذه العملية في مقاييسنا الإحصائية المختلفة وخاصة النواحي المعيارية التي نعتمد عليها اعتماداً كبيراً في حساب المستويات المختلفة للاختبارات العقلية وغيرها من المقاييس النفسية الأخرى .

وتقوم فكرة تحويل التوزيع التكراري التجريبي إلى توزيع تكراري اعتدالي على حساب الدرجات المعيارية للتوزيع التجريبي ثم حساب التكرار الاعتدالي المقابل لتلك الدرجات المعيارية .

والشكل التالي يوضح هذه الفكرة .



(شكل ٢١)

علاقة العمود المقام على القاعدة من النقطة أ (الدرجة المعيارية) ليقابل المنحنى في ب ، بالتكرار الاعتدالي للدرجة المعيارية أ

حيث يدل هذا الشكل على المنحنى المعياري وتدل النقطة أ على الدرجة المعيارية التي نبحث عن تكرارها الاعتدالي . وبما أن طول العمود أ ب يدل على الارتفاع الذي يمثل التكرار الاعتدالي ، إذا يمكننا أن نجد أطوال تلك الأعمدة المقامة على النقط المختلفة الدالة على الدرجات المعيارية .

وقد حسبت هذه الأطوال أو الارتفاعات ورصدت في جداول يمكن

الاستعانة بها بسهولة(١) . والجدول رقم (٣) فى ملحق الجداول الإحصائية النفسية يبين الارتفاعات المقابلة لكل درجة معيارية فى المنحنى التكرارى الاعتدالى المعيارى ، ويبين أيضاً المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجات المعيارية المختلفة .

هذا وتدل تلك الأطوال على تكرار الدرجة المعيارية الموزعة توزيعاً اعتدالياً بحيث يساوى المتوسط صفر أو الانحراف المعيارى واحداً صحيحاً وعدد الدرجات واحداً صحيحاً لأنه تكرار نسبى كما سبق أن بينا ذلك .

---

١ — المعادلة الرياضية للمنحنى الاعتدالى هى

$$-\tfrac{1}{2}\left(\frac{\text{ح}}{\text{ع}}\right)^{2}$$

طول العمود أو الارتفاع $= \dfrac{\text{ن}}{\text{ع}\sqrt{2\,\text{ط}}}\ \text{هـ}$

حيث يدل الرمز ن على عدد الأفراد الذى يساوى عدد الدرجات

ويدل الرمز ط على النسبة التقريبية = ٣,١٤١٦

ويدل الرمز هـ على أساس لوغاريتم نابير = ٢,٧١٨٣

ويدل الرمز ح على الانحراف

ويدل الرمز ع على الانحراف المعيارى

وعندما يصبح هذا المنحنى اعتداليا معياريا ويصبح متوسطه مساويا للصفر وتصبح

ن = ١

ع = ١

∴ طول العمود أو الارتفاع $= \dfrac{1}{\sqrt{2\,\text{ط}}}\ \text{هـ}^{-\frac{1}{2}\text{ح}^{2}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{2} \times 3.1416} \times (2.7183)^{-\frac{1}{2}\text{ح}^{2}}$$

وبذلك يمكن حساب القيم العددية المختلفة لهذا الارتفاع المقابلة للدرجات المعيارية المختلفة .

فعلينا إذاً أن نحول تلك الأطوال إلى تكرار يمثل التوزيع التكرارى التجريبى بمتوسطه وانحرافه المعيارى وعدد درجاته .

أى أن العملية تنحصر فى تحويل التوزيع التكرارى التجريبى إلى توزيع اعتدالى له نفس قيم الانحراف المعيارى والمتوسط وعدد الدرجات التى كانت لتوزيع التكرار التجريبى ،

والجدول التالى يوضح هذه الفكرة .

فئات الدرجات	منتصفات الفئات	الانحراف	الدرجة المعيارية	الارتفاع المقابل للدرجة المعيارية من جدول (٢)	التكرار الاعتدالى	التكرار التجريبى
١ — ٣	٢	— ١٨,٣٣	— ٣,٢٧	٠,٠٠١٩	٠,٢	٠
٤ — ٦	٥	— ١٥,٣٣	— ٢,٧٣	٠,٠٠٩٦	١,٢	٣
٧ — ٩	٨	— ١٢,٣٣	— ٢,٢٠	٠,٠٣٥٥	٤,٤	٦
١٠ — ١٢	١١	— ٩,٣٣	— ١,٦٦	٠,١٠٠٦	١٢,٤	٧
١٣ ١٥	١٤	— ٦,٣٣	— ١,١٣	٠,٢١٠٧	٢٥,٩	٢٩
١٦ — ١٨	١٧	— ٣,٣٣	— ٠,٥٩	٠,٣٣٥٢	٤١,٢	٤٠
١٩ — ٢١	٢٠	— ٠,٣٣	— ٠,٠٦	٠,٣٩٨٢	٤٩,٠	٥٨
٢٢ — ٢٤	٢٣	+ ٢,٦٧	+ ٠,٤٨	٠,٣٥٥٥	٤٣,٧	٣٧
٢٥ — ٢٧	٢٦	+ ٥,٦٧	+ ١,٠١	٠,٢٣٩٦	٢٩,٥	٢٣
٢٨ — ٣٠	٢٩	+ ٨,٦٧	+ ١,٥٥	٠,١٢٠٠	١٤,٨	١٩
٣١ — ٣٣	٣٢	+ ١١,٦٧	+ ٢,٠٨	٠,٠٤٥٩	٥,٦	٧
٣٤ — ٣٦	٣٥	+ ١٤,٦٧	+ ٢,٦١	٠,٠١٣٢	١,٦	٢
٣٧ — ٣٩	٣٨	+ ١٦,٦٧	+ ٢,٩٧	٠,٠٠٤٨	٠,٦	٠
المجموع			...			

(جدول ٦٦)

تحويل التوزيع التكرارى التجريبى إلى أقرب توزيع تكرارى اعتدالى

وتتلخص خطوات هذه العملية فيما يلى :

١ — يحسب متوسط التوزيع التكرارى أى أن المتوسط = ٢٠,٣٣

٢ — يحسب الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى ، أى أن :

الانحراف المعيارى = ٥,٦١ .

٣ — تحسب الانحرافات المبينة بالعمود الثالث فى الجدول السابق ، وذلك بطرح المتوسط من منتصفات الفئات ، أى أن

انحراف الفئة الأولى = منتصف الفئة — المتوسط .

= ٢ — ٢٠,٣٣

= — ١٨,٣٣

انحراف الفئة الثانية = منتصف الفئة — المتوسط

= ٥ — ٢٠,٣٣

= — ١٥,٣٣

وهكذا بالنسبة لبقية فئات التوزيع التكرارى .

٤ — تحسب الدرجة المعيارية وذلك بقسمة الانحراف على الانحراف المعيارى ، أى أن

الدرجة المعيارية للفئة الأولى = انحراف منتصف الفئة / الانحراف المعيارى

= — ١٨,٣٣ / ٥,٦١

= — ٣,٢٧

والدرجة المعيارية للفئة الثانية = انحراف منتصف الفئة / الانحراف المعيارى

= — ١٥٫٣٢ / ٥٫٦١

= — ٢٫٧٣

وهكذا بالنسبة لبقية فئات التوزيع التكرارى

٥ — ويمكننا الآن أن نستخدم الدرجات المعيارية التى حصلنا عليها من العملية السابقة فى حساب الارتفاعات المقابلة لها فى التوزيع التكرارى الاعتدالى التى بيناها فى الشكل رقم ٢١ ، وذلك بالاستعانة بجدول الارتفاعات أى بالجدول رقم ٣ فى ملحق الجداول الإحصائية النفسية .

والجدول التالى يمثل عينة لجدول الارتفاعات ويوضح طريقة قراءته ومعناه .

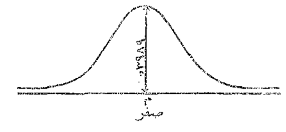
الدرجة المعيارية	الارتفاع	المساحة المحصورة بينها وبين المتوسط
٠٫٠٠	٠٫٣٩٨٩	٠٫٠٠٠٠
١٫٠٠	٠٫٣٤٢٠	٠٫٣٤١٣
١٫٠٤	٠٫٣٣٢٣	٠٫٣٥٠٨

(جدول ٦٧)

عينة لجدول ارتفاعات المنحنى الاعتدالى المعيارى

أى أنه عندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية ٠٫٠٠ يصبح الارتفاع المقابل لها مساوياً ٠٫٣٩٨٩ ، وهذا هو أقصى ارتفاع يصل إليه المنحنى الاعتدالى المعيارى لأن تلك الدرجة المساوية للصفر تنطبق على المتوسط لأن قيمته هو الآخر مساوية للصفر ، وقيمة المتوسط تساوى أيضاً قيمة المنوال بالنسبة لذلك المنحنى

والمنوال يمثل أعلى نقطة موجودة فى ذلك المنحنى . وعند ما تنطبق الدرجة المعيارية على المتوسط تصبح المساحة المحصورة بين تلك الدرجة والمتوسط مساوية للصفر ، كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات الاعتدالية المعيارية . والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



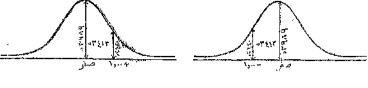
(شكل ٢٣)

النهاية العظمى لارتفاع المنحنى الاعتدالى المعيارى تساوى ٠,٣٩٨٩

وهذه القيمة تقابل الدرجة المعيارية المساوية للصفر فى جدول الارتفاعات .

وعند ما تصبح قيمة الدرجة المعيارية مساوية الواحد الصحيح أى ١,٠٠ يصبح الارتفاع مساوياً لـ ٠,٢٤٢٠ كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات . وعندما تساوى الدرجة المعيارية واحداً صحيحاً تنطبق على الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى لأن قيمته هو الآخر تساوى واحداً صحيحاً . أى أن ارتفاع العمود المقام على النقطة الدالة على الانحراف المعيارى يساوى ٠,٢٤٢٠ ، والمساحة المحصورة بين هذا الانحراف المعيارى والمتوسط تساوى ٠,٣٤١٣ كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات المعيارية وبما أن المنحنى الاعتدالى المعيارى متماثل بالنسبة للعمود الذى يقسمه من منتصفه إلى قسمين متساويين ؛ إذاً الارتفاع المقابل للدرجة المعيارية — ١,٠٠ يساوى الارتفاع المقابل للدرجة المعيارية + ١,٠٠ ؛ والمساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة

المعيارية — ١,٠٠ تساوى المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية + ١,٠٠ كما يدل على ذلك الشكل التالى .



(شكل ٢٣)

ارتفاع العمود عند الدرجة المعيارية المساوية لـ — ١,٠٠ يساوى ٠,٢٤٢٠ ، والمساحة المحصورة بين هذه الدرجة والمتوسط تساوى ٣٤١٣ر٠ .

ارتفاع العمود عند الدرجة المعيارية المساوية لـ + ١,٠٠ يساوى ٠,٢٤٢٠ والمساحة المحصورة بين هذه الدرجة والمتوسط تساوى ٣٤١٣ر٠

وسنستعين بجدول الارتفاعات فى قراءة الارتفاعات الاعتدالية المعيارية المقابلة للدرجات المعيارية السالبة والموجبة التى حسبناها للتوزيع التكرارى المبين بالجدول رقم ٦٦ .

هذا والعلامة الجبرية السالبة تدل على أن العمود يقع على يسار المتوسط والعلامة الجبرية الموجبة تدل على أن العمود يقع على يمين المتوسط . وهذه العلامات الجبرية لا تؤثر فى القيمة العددية للارتفاع ولن تؤثر إلا فى تحديد موقع الارتفاع بالنسبة للمتوسط . وبما أن هذا الأمر لا يعنينا فى مثالنا هذا من قريب أو بعيد ، إذاً فسنرصد القيم العددية للارتفاع من جدول الارتفاعات موجبة كلها .

وقد بينا نتائج هذه العملية فى العمود الرابع بالجدول رقم ٦٦ فمثلا الدرجة المعيارية — ٢,٢٧ يقابلها الارتفاع ٠,٠٠١٩ ,

والدرجة المعيارية − ٢,٧٣ يقابلها الارتفاع ٠,٠٠٩٦
والدرجة المعيارية + ٢,٦١ يقابلها الارتفاع ٠,٠١٣٢
والدرجة المعيارية + ٢,٩٧ يقابلها الارتفاع ٠,٠٠٤٨

٦ − هذه الارتفاعات التي حصلنا عليها بالعمود الرابع للجدول رقم ٦٦ تمثل تكراراً نسبياً لأنها كسور عشرية . أي أنها تمثل تكرار المنحنى الاعتدالي المعياري الذي يساوي مجموع تكراره واحداً صحيحاً وانحرافه المعياري يساوي واحداً صحيحاً . لهذا يجب أن تحول هذه الارتفاعات إلى تكرار التوزيع التكراري الذي نحسب له أقرب توزيع تكراري اعتدالي .

وبما أن مجموع تكرار ذلك التوزيع يساوي ٢٣٠ ، وانحرافه المعياري يساوي ٥,٦١ ، ومدى كل فئة من فئات درجاته يساوي ٣

∴ التكرار المعدل المحتمل

$$= \text{الارتفاع الاعتدالي} \times \frac{\text{مجموع التكرار}}{\text{الانحراف المعياري}} \times \text{مدى الفئة}$$

$$\text{لكن} \quad \frac{\text{مجموع التكرار}}{\text{الانحراف المعياري}} \times \text{مدى الفئة} = \frac{٢٣٠}{٥,٦١} \times ٣$$

$$= \frac{٦٩٠}{٥,٦١}$$

= ١٢٢,٩٩٤٧ تقريباً

∴ التكرار المعدل المحتمل للفئة الأولى = ارتفاع الفئة الأولى × ١٢٢,٩٩٤٧

$$= ٠,٠٠١٩ \times ١٢٢,٩٩٤٧$$

= ٠,٢ تقريباً

والتكرار المعدل المحتمل للفئة الثانية = ارتفاع الفئة الثانية × ١٢٢,٩٩٤٧
= ٠,٠٠٩٦ × ١٢٢,٩٩٤٧
= ١,٢ تقريباً

وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى .

٧ – وقد رصدنا التكرار التجريبي الأصلي في العمود الأخير بالجدول رقم ٦٤ حتى نستطيع أن نقارن بين التكرارين الاعتدالي الذى حصلنا عليه حسابياً وذلك بنسبة التوزيع التجريبي إلى أقرب توزيع اعتدالي ورصدناه في العمود السادس من الجدول السابق ، والتوزيع التجريبي الذى حصلنا عليه فعلا كنتيجة لعملية القياس المباشر ورصدناه في العمود السابع من الجدول السابق .

وبما أن التوزيع الاعتدالي في صورته الصحيحة يمتد من – ∞ إلى + ∞ لذلك أضفنا للتوزيع التجريبي فئة قبل أوله تمتد من ١ إلى ٣ وتكرارها التجريبي يساوي صفراً ، وفئة بعد آخره تمتد من ٣٧ إلى ٣٩ وتكرارها التجريبي يساوي صفراً أيضاً لنقترب بذلك من الصورة الحقيقية للتوزيع الاعتدالي وقد كان لهذه الإضافة أثرها في تنسيق التكرار الاعتدالي فأصبح تكرار الفئة التي تمتد من ٣٧ إلى ٣٩ هو ٠,٦ .

وبما أن مجموع التكرار التجريبي يساوي ٢٣٠ ومجموع التكرار الاعتدالي يساوي ٢٣٠,١ والفرق بينهما يساوي ٠,١ . إذاً نستطيع أن نقرر أن هذا الفرق نشأ من عمليات التقريب العددي ، ونقرر أيضاً صحة المراجعة الحسابية لتلك العملية .

قياس حسن المطابقة كا٢

أمكننا في المثال السابق أن نحول التكرار التجريبي إلى أقرب توزيع

تكرارى اعتدالى ، ونهدف الآن إلى معرفة مدى اقتراب أو ابتعاد التوزيع التكرارى التجريبى من صورته المثلى الاعتدالية . فإذا كانت الفروق القائمة بين التكرار بسيطة أمكننا أن نعزوها إلى الصدفة . وإذا كانت كبيرة أمكننا أن نرفض قبول تلك الصورة الاعتدالية وأن نقرر عدم صلاحيتها لتمثيل التوزيع التكرارى التجريبى .

وقد أدت الدراسات الإحصائية التى قام بها كارل بيرسون[1] ١٩٠٠ إلى إنشاء مقياس إحصائى يصلح لاختبار مدى مطابقة المنحنى التجريبى للمنحنى التكرارى الاعتدالى ، ويسمى هذا المقياس باسم $كا^2$

ويعتمد هذا المقياس فى جوهره على مربعات انحرافات التوزيعات التجريبية عن مقابلاتها الاعتدالية .

والجدول التالى يوضح طريقة تطبيق هذا المقياس على نتائج عملية تحويل التوزيع التكرارى التجريبى لأقرب توزيع تكرارى اعتدالى لفئات الدرجات المبينة بالجدول رقم ٦٦ . وقد جمعنا الفئات الثلاث الأولى فى فئة واحدة تمتد من ١ إلى ٩ بدل أن كانت تمتد فئاتها من ١ إلى ٣ ومن ٤ إلى ٦ ومن ٧ إلى ٩ ، وكذلك فعلنا بالفئات الثلاث الأخيرة فجمعناها فى فئة واحدة تمتد من ٣١ إلى ٣٩ بدل أن كانت فئاتها تمتد من ٣١ إلى ٣٣ ومن ٣٤ إلى ٣٦ ومن ٣٧ إلى ٣٩ حتى تصبح القيم العددية لتكرار الفئات المختلفة مناسبة لتطبيق هذا المقياس ، وذلك لأن مقياس $كا^2$ لا يصلح للفئات ذات التكرار الضعيف الذى يقل عن ٥

(1) Pearson, K. On the Criterion that a given System of Deviations from the Probable in the Case of Correlated Variables is Such that it Can Reasonably be Supposed to have arisen from Random Sampling. Philosophical Magazine, 5 Vol 50. 1900. P. P. 157 ff

فئات الدرجات	التكرار التجريبي ت ج	التكرار الاعتدالي ت د	الفروق التكرارية ت ج — ت د	مربعات الفروق (ت ج — ت د)²	(ت ج — ت د)² / ت د
١ — ٩	٨	٥,٨	+٢,٢	٤,٨٤	,٨٣٤
١٠ — ١٢	٧	١٢,٤	—٥,٤	٢٩,١٦	٢,٣٥٢
١٣ — ١٥	٢٩	٢٥,٩	+٣,١	٩,٦١	,٣٧١
١٦ — ١٨	٤٠	٤١,٢	—١,٢	١,٤٤	,٦٣٥
١٩ — ٢١	٥٨	٤٩,٠	+٩,٠	٨١,٠٠	١,٦٥٣
٢٢ — ٢٤	٣٧	٤٣,٧	—٦,٧	٤٤,٨٩	١,٠٢٧
٢٥ — ٢٧	٢٣	٢٩,٥	—٦,٥	٤٢,٢٥	١,٤٣٢
٢٨ — ٣٠	١٩	١٤,٨	+٤,٢	١٧,٦٤	١,١٩٢
٣١ — ٣٣	٩	٧,٨	+١,٢	١,٤٤	,١٨٥
المجموع	٢٣٠	٢٣٠,١	—,١		كا² = ٩٠٨١

(جدول ٦٨)
الخطوات الإحصائية لحساب كا ٢

وتتلخص أهم العمليات الإحصائية لحساب كا² في الخطوات التالية : —

١ — تجمع الفئات وخاصة المتطرفة منها بحيث لا يقل تكرار أى فئة عن ٥ كما هو مبين بالعمود الأول من الجدول السابق الذى يدل على فئات الدرجات ، والعمود الثانى الذى يدل على التكرار التجريبى ، والعمود الثالث الذى يدل على التكرار الاعتدالى الذى سبق أن حسبناه فى الجدول رقم ٦٥ .

٢ — يطرح كل تكرار اعتدالى من التكرار التجريبى المقابل له . فمثلا التكرار التجريبى للفئة الأولى التى تمتد من ١ إلى ٩ هو ٨ والتكرار الاعتدالى هو ٥,٨ وبذلك يصبح الفرق مساوياً + ٢,٢ أى أن :

الفرق التكراری = التكرار التجریبی − التكرار الاعتدالی

$= ت_ج - ت_د$

حيث يدل الرمز $ت_ج$ على التكرار التجریبی

ويدل الرمز $ت_د$ على التكرار الاعتدالی

وعندما نطبق هذه الفكرة على تكراری الفئة الأولى ، نرى أن

$ت_ج = ٨$ ، $ت_د = ٥,٨$

∴ الفرق التكراری = ٨ − ٥,٨

= + ٢,٢

وعندما نطبق هذه الفكرة على تكراری الفئة الثانية التی تمتد من ١٠ إلى ١٢ نرى أن

الفرق التكراری $= ت_ج - ت_د$

= ٧ − ١٢,٤

= − ٥,٤

وهكذا بالنسبة التكرار الفئات الأخرى كما هو مبين بالعمود الرابع من الجدول السابق .

٣ − تربع الفروق التكرارية وترصد فی العمود الخامس من الجدول السابق ، أی أن

مربع الفرق = (التكرار التجريبی − التكرار الاعتدالی)^٢

$= (ت_ج - ت_د)^٢$

وبما أن الفرق التكراری للفئة الأولى يساوی + ٢,٢

∴ مربع الفرق التكرارى للفئة = $(٢,٢)^٢$

= ٤,٨٤

وبما أن الفرق التكرارى للفئة الثانية = − ٥,٤

∴ مربع الفرق التكرارى للفئة الثانية = $(−٥,٤)^٢$

= ٢٩,١٦

وهكذا بالنسبة لبقية الفروق التكرارية للفئات الأخرى .

٤ – تقسم مربعات الفروق على التكرار الاعتدالى لنحسب من ذلك نسبتها إليه أى أن نسبة مربعات الفروق للتكرار الاعتدالى

$$= \frac{(\text{التكرار التجريبى} - \text{التكرار الاعتدالى})^٢}{\text{التكرار الاعتدالى}}$$

$$= \frac{(ت_ج - ت_د)^٢}{ت_د}$$

وبما أن مربع الفرق التكرارى للفئة الأولى يساوى ٤,٨٤ والتكرار الاعتدال لهذه الفئة هو ٥,٨

$$∴ \text{نسبة مربع الفرق إلى التكرار الاعتدالى للفئة الأولى} = \frac{٤,٨٤}{٥,٨}$$

= ٠,٨٣٤ تقريباً

وهكذا بالنسبة لبقية الفئات الأخرى ، كما هو مبين بالعمود الأخير من الجدول السابق .

٥ – تجمع هذه النسب لنحصل بذلك على القيمة العددية لـ $كا^٢$ ، أى أن $كا^٢$ = ٩,٠٨١

كما هو مبين فى نهاية العمود الأخير من الجدول السابق .

هذا وكلما كانت القيمة العددية لـ كا² كبيرة كان الفرق كبيراً بين التكرارين التجريبي والاعتدالي وكلما كانت هذه القيمة صغيرة كان الفرق صغيراً بين التكرارين .

والمشكلة الإحصائية التي نواجهها الآن هي المدى العددي المناسب لتلك القيمة ، أو بمعنى آخر متى يمكننا أن نحكم على تلك الفروق التي تدل عليها كا² بأنها ترجع في جوهرها للصدفة ، ومتى نحكم عليها بأنها لا ترجع فقط للصدفة بل ترجع إلى عوامل تحول دون الحكم على المنحنى التجريبي بأنه يقترب من الصورة الاعتدالية التي حاولنا صياغته فيها .

وقد عالج بيرسون هذه المشكلة وذلك بدراسة التوزيعات الإحصائية المختلفة لـ كا² ، وأنشأ لذلك جداول إحصائية توضح الحدود المختلفة لقيمة كا² التي ترجع إلى المصادفة وسميت لذلك الجداول الاحتمالية لـ كا² . فمثلا إذا كانت القيمة العددية التي حصلنا عليها لـ كا² ترجع في جوهرها إلى حوالى ٠,٧٠ من الصدفة أمكننا الحكم على هذه الحالة بأنها تقترب جداً من التوزيع الاعتدالي .

والحدود الإحصائية المناسبة لقيمة كا² تمتد من ٠,٠٥ إلى ٠,٩٥ ، فإذا كانت قيمة كا² تدل على احتمال أقل من ٠,٠٥ حكمنا عليها حكما يبعدها عن الصدفة ويجعلنا لا نقر عملية المطابقة الإحصائية التي حسبناها لأن التكرار التجريبي لا يقترب في جوهره من التكرار الاعتدالي ؛ وإذا كانت قيمة كا² تدل على احتمال أكبر من ٠,٩٥ حكمنا عليها حكما يجعلنا نشك في دقة العمليات الحسابية التي قمنا بها ، ويجب أن نراجعها لنتأكد من صحتها لأن تلك النتيجة أدق مما كنا نتوقع .

هذا وتقوم فكرة الجداول الإحصائية لـ كا² على فكرة درجات الحرية

الإحصائية، وهذه الحرية تعتمد في جوهرها على القيود الإحصائية التي التزمناها في حسابنا لقيمة $كا^2$

وبما أننا كنا مقيدين في بحثنا عن الصورة الاعتدالية للتوزيع التجريبي بأمور ثلاثة هي المتوسط، والانحراف المعياري، وعدد الدرجات. أي أننا كنا نبحث عن الصورة الاعتدالية للتوزيع التجريبي التي تشترك معه في المتوسط والانحراف المعياري وعدد الدرجات.

وقد اصطلح على أن يدل عدد الفئات على درجات الحرية التي نصوغ منها بياناتنا العددية لأن لهذا العدد أهميته الكبرى في تحديد القيمة العددية لـ $كا^2$ فكلما زاد هذا العدد زادت تبعاً لذلك القيمة العددية لـ $كا^2$

وبما أن هذه الحرية الإحصائية مقيدة بالمتوسط والانحراف المعياري وعدد الدرجات، أي أنها مقيدة بثلاث قيود.

∴ درجات الحرية = عدد الفئات — عدد القيود

وبما أن عدد الفئات = ٩

وعدد القيود = ٣

∴ عدد درجات الحرية = ٩ — ٣

= ٦

وهكذا نستطيع الآن أن نستعين بجدول $كا^2$ المبين في ملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول رقم ٢). حيث يبين العمود الأول من هذا الجدول درجات الحرية، وتبين الأعمدة الأخرى احتمالات الصدفة.

ويدلنا هذا الجدول على أن احتمال الحصول على قيمة $كا^2$ لـ ٦ درجات من الحرية يبلغ ٠,٠٥ . وعندما تكون قيمة $كا^2$ ١٢,٥٩٣ . وبما أن قيمة $كا^2$ التي

حصلنا عليها فى مثالنا السابق تساوى ٩,٠٨١ وهذه القيمة أقل من ١٢,٥٩٢ ، إذاً يمكننا أن ندرك أن قيمة كا٢ فى هذه الحالة تدل على حسن مطابقة التوزيع الاعتدالى للتوزيع التجريبى ، وأن الفرق بين التكرارين يرجع إلى الصدفة لأن قيمة كا٢ لم تتجاوز الحد الذى نرفض به قبول تلك المطابقة .

ويدلنا ذلك الجدول أيضاً على أن احتمال الحصول على قيمة لـ كا٢ تساوى ٩,٠٨١ لـ ٦ درجات من الحرية يقع بين احتمال الصدفة ٠,٢٠ ، ٠,١٠ لأن قيمة كا٢ عند الاحتمال المساوى ٠,٢٠ تساوى ٨,٥٥٨ ، وقيمة كا٢ عند الاحتمال المساوى ٠,١٠ تساوى ١٠,٦٤٥ وهكذا نستدل بذلك أيضاً على حسن مطابقة التوزيع الاعتدالى للتوزيع التجريبى .

المساحات الاعتدالية المعيارية النسبية .

أعتمدنا على الارتفاعات المعيارية فى تحويل التوزيع التكرارى إلى صورته الاعتدالية . وأستعنا على ذلك بجدول الارتفاعات الاعتدالية المعيارية الذى يعطينا الارتفاعات المقابلة للدرجات المعيارية المختلفة . أى أن الدرجة المعيارية هى المدخل الحسابى للجدول ، إذ بمعرفتها نستطيع أن نعلم الارتفاع والمساحة المحصورة بين ارتفاع الدرجة وارتفاع المتوسط .

ولهذه المساحات الاعتدالية النسبية أهميتها القصوى فى تحديد المستويات المختلفة للتوزيعات التكرارية وخاصة المعايير النفسية . وبما أن المساحة الكلية للمنحنى الاعتدالى المعيارى تساوى واحداً صحيحاً ، لذلك تصاغ المساحات الجزئية لهذا المنحنى على صورة نسب أو كسور عشرية . ونستطيع أن نستعين بهذه المساحات لتحويل أى توزيع تكرارى تجريبى إلى توزيعه الاعتدالى كما استعنا

قبل ذلك بالدرجات المعيارية . وستتحول المشكلة فى هذه الحالة إلى البحث عن الدرجات المعيارية المقـــابلة للمساحات المختلفة أى أن الجداول الاعتدالية المعيارية التى تصلح لمثل تلك الأمور تعتمد فى مدخلها الحسابى على المساحة ومنها نقرأ الدرجة المعيارية والارتفاع الاعتدالى المعيارى .

هذا وقد سبق أن بينا أن هذه المساحات تدل على التكرار المتجمع النسبى وبذلك تتلخص عملية البحث عن الدرجات المعيارية فى تحويل التكرار التجريبى إلى تكرار متجمع نسبى ، ثم نستعين بذلك التكرار فى معرفة الدرجات المعيارية المقـــابلة له . وهذه هى الطريقة التى تعتمد عليها المعايير الإحصائية النفسية المنتسبة إلى التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى وستبين العمليات الإحصائية المختلفة اللازمة لحساب تلك المعايير فى الفصل التالى من هـذا الـكتاب .

المساحة الصغرى	الدرجة المعيارية	الإرتفاع الاعتدالى	المساحة الـكبرى
٠,٠١٨	٢,٠٩٦٩	٠,٠٤٤٣	٠,٩٨٢
٠,٠٧٣	١,٤٦١١	٠,١٣٧٢	٠,٩٢٨
٠,٣١١	٠,٤٩٣٠	٠,٣٥٣٣	٠,٦٨٩
٠,٥٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٣٩٨٩	٠,٥٠٠

(جدول ٦٩)

عينة لجدول مساحات المنحنى الاعتدالى المعيارى

ويدل هـذا الجدول على المساحة الصغرى التى تبدأ من الطرف الأيسر للتوزيع الاعتدالى المعيارى ، وعلى الدرجة المعيارية التى تقع عند الطرف الأيمن لتلك المساحة ، والارتفاع الاعتدالى المقابل لهـا ، والمساحة الـكبرى التى تـكمل تلك المساحة الصغرى ، أى أن :

المساحة الكبرى = المساحة الكلية ـ المساحة الصغرى

= ١ ـ المساحة الصغرى

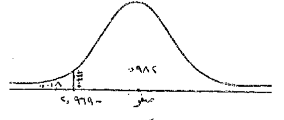
وعندما تكون المساحة الصغرى = ٠,٠١٨

تصبح المساحة الكبرى = ١ ـ ٠,٠١٨

= ٠,٩٨٢

كما يدل على ذلك السطر الأول من الجدول السابق رقم ٦٩

والشكل التالى يدل على المساحة الصغرى المساوية لـ ٠,٠١٨ والدرجة المعيارية التى تقع فى طرفها الأيمن والتى تساوى ٢,٠٩٦٩ وبما أن هذه المساحة أقل من ٠,٥٠٠ أى أقل من النصف ، إذاً فالدرجة المعيارية تقع على يسار المتوسط المساوى للصفر ، أى أنها سالبة ، وبذلك تصبح تلك الدرجة مساوية لـ ـ ٢,٠٩٦٩ ، ويدل هذا الشكل أيضاً على الارتفاع الاعتدالى المساوى لـ ٠,٠٤٤٣ والمساحة الكبرى التى تساوى ٠,٩٨٢ والتى تكمل تلك المساحة الصغرى .

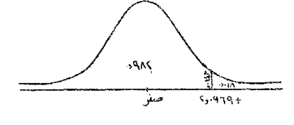


(شكل ٢٤)

المساحة الصغرى ودرجتها المعيارية والارتفاع الاعتدالى والمساحة الكبرى المكملة لها

هذا ونستطيع أن نجد الدرجة المعيارية التى تقابل المساحة الكبرى بنفس الطريقة السابقة . وبما أن تدريج جدول المساحات يبدأ من أقصى الطرف الأيسر

المنحنى الاعتدالي المعياري ، إذاً فالدرجة المعيارية التي تقابل المساحة الكبرى ٩٨٢,٠ تساوي +٠٩٦٩,٢ وذلك عندما نبدأ حسابنا لهذه المساحة من الطرف الأيسر للتوزيع الاعتدالي المعياري ، كما يدل على ذلك الشكل التالي



(شكل ٢٥)

المساحة الكبرى ، ودرجتها المعيارية والارتفاع الاعتدالي ، والمساحة الصغرى المكملة لها

والجدول رقم ٤ في ملحق الجداول الإحصائية النفسية يبين المساحات الصغرى ، والدرجات المعيارية التي تقع عند أطرافها اليمنى ، والارتفاعات الاعتدالية المقابلة لتلك الدرجات والمساحات الكبرى . وقد أطلق على ذلك الجدول اسم جدول مساحات المنحنى الاعتدالي المعياري .

تمارين على الفصل السادس

١ — وضح علاقة المنحنى الاعتدالى بالصدفة ، وبين أهم العوامل التى تؤثر فى شكل المنحنى الاعتدالى

٢ — ناقش أهم الخواص الإحصائية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

٣ — ما هى أهم الفوائد التطبيقية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

٤ — حول التوزيع التكرارى التالى إلى أقرب توزيع تكرارى اعتدالى

فئات الدرجات	التكرار
٦ — ١٠	٤
١١ — ١٥	١٣
١٦ — ٢٠	٣٢
٢١ — ٢٥	٧٥
٢٦ — ٣٠	٨٣
٣١ — ٣٥	٥٣
٣٦ — ٤٠	٥٢
٤١ — ٤٥	٣٤
٤٦ — ٥٠	٤

٥ — احسب كا٢ للتوزيع التكرارى المبين بالتمرين السابق ، وناقش مدى حسن مطابقة ذلك التوزيع للتوزيع الاعتدالى .

٦ — ما هى أهم النواحى التى تستخدم فيها جداول ارتفاعات المنحنى الاعتدالى المعيارى وجداول مساحاته

الفصل السابع

المعايير الاحصائيــــة النفسية للتوزيعات الاعتدالية

مقدمة

سبق أن بينا فى الفصل الخامس من هذا الكتاب المعايير الإحصائية النفسية للتوزيعات التكرارية التجريبية التى نحصل عليها من إجراء الاختبارات المختلفة على عينة معينة محدودة من الأفراد . وفحصناها فى معايير الأعمار الزمنية ، ومعايير الفرق الدراسية ، والدرجات المعيارية ، والدرجات المعيارية المعدلة .

وبما أن هذه المعايير ترتبط ارتباطاً مباشراً بعينة الأفراد ، إذن فهى تصلح للحكم على مستويات تلك العينة والعينات المماثلة لها فى جميع صفاتها المختلفة ، لكنها لا تصلح للحكم على مستويات الأصل الذى تنتمى إليه العينة ، إلا إذا كانت تلك العينة صورة صادقة لذلك الأصل فى جميع خواصه المختلفة .

وقد سبق أن بينا فى الفصل السادس من هذا الكتاب الخواص الإحصائية لتوزيع ذلك الأصل الذى تنتمى إليه كل تلك العينات ، وسمينا منحنى ذلك التوزيع بالمنحنى الاعتدالى واتخذنا منه إطاراً ننسب إليه التوزيعات التجريبية ونحو لها له ، وسميناه المنحنى الاعتدالى المعيارى .

وهكذا نستطيع الآن أن نعيد تنظيم التوزيعات التكرارية التجريبية ونعدلها لنقترب بها من توزيعاتها الاعتدالية فنصل بذلك إلى التوزيع التكرارى لدرجات

الصفة التي نقيسها بالنسبة للأصل الذى تنتمى إليه العينـــة التجريبية .
وعند ما نحسب المعايير الإحصائية النفسية لتلك التوزيعات التكرارية التى حولناها إلى صورتها الاعتدالية فإننا نصل إلى المستويات التى تنطبق على كل العينات التى يشتمل عليها هذا الأصل ولهذا يصبح حكمنا على مستويات الأفراد المختلفين أدق من حكمنا السابق الذى كان يعتمد على عينة محدودة من الأفراد .

وتتلخص أهم المعايير الإحصائية النفسية التى تنسب التوزيعات التكرارية التجريبية إلى صورتها الاعتدالية فى : المعيار التائى ، والمعيار الجيمى ، والتساعى المعيارى ، والسباعى المعيارى ونسبة الذكاء الانحرافية وتعتمد فكرة جميع هذه المعايير على تقسيم قاعدة المنحنى الاعتدالى إلى أقسام متساوية بحيث يمثل كل قسم منها جزءاً من أجزاء الانحراف المعيارى الذى يقسم تلك القاعدة إلى وحدات متساوية . هذا ويختلف عدد تلك الأقسام تبعاً لاختلاف تطبيقاتها العملية . ويختلف بدء تدريج تلك المعايير تبعاً لاختلاف أقسامها ، فالمعيار التائى يبدأ من — ٥ ع ، أى أن النقطة التى يبدأ منها تدريجه تبعد يساراً عن المتوسط بما يساوى خمسة انحرافات معيارية ، والنقطة التى ينتهى عندها تدريجه تبعد يميناً عن المتوسط بما يساوى خمسة انحرافات معيارية أو +٥ ع . والمعيارى الجيمى يبدأ من — ٢,٧٥ ع وينتهى عند + ٢,٧٥ ع .

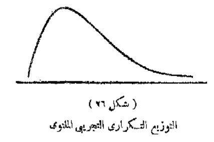
وسنبين فى دراستنا لهذه المعايير علاقة بدء التدريج ونهايته بمدى المعيار وأقسامه ، وسننتهى من ذلك كله إلى مناقشة فكرة الصفر المطلق للمعايير المختلفة وأهمية هذا الصفر فى تطوير المقاييس النفسية .

١ — المعيار التائى

نشأته ومعناه

ترجع فكرة هذا المعيار إلى ثورنديك E. L. Thorndike الذى اقترح على مكال W. A. Mc Call (١) سنة ١٩٢٢ إنشاء معيار نفسى لحساب المستويات المختلفة للقدرة على القراءة، وقد سمى هذا المقياس بالمعيار التائى (٢) نسبة إلى ثورنديك وتيرمان L. M. Terman اعترافا بفضلهما على المقاييس النفسية الحديثة.

وتعتمد فكرته الرئيسية على تحويل التوزيع التجريبى إلى توزيعه الاعتدالى الذى يصله بأصله فى صورته العامة، ثم تحويل درجاته إلى درجات معيارية متوسطها يساوى صفراً وانحرافها المعيارى يساوى واحداً صحيحاً، ثم تحويل هذه الدرجات المعيارية إلى درجات معيارية معتدلة متوسطها ٥٠ وانحرافها المعيارى ١٠ والأشكال التالية يوضح مراحل هذه الفكرة.

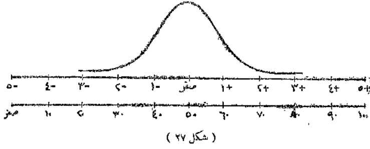


(شكل ٢٦)

التوزيع التكرارى التجريبى الملتوى

(1) Mc Call. W. A., How to Measure in Education, 1922, p.p. 272-309

(2) T-Scale or T-Norms



(شكل ٢٧)

التوزيع الاعتدالى بدرجاته المعيارية التى تمتد من — ٥ إلى + ٥
والدرجات التائية التى تمتد من صفر إلى ١٠٠

وعندما نقارن شكل التوزيع التجريبى الملتوى المبين فى الشكل رقم ٢٤ بالتوزيع الاعتدالى المبين فى الشكل رقم ٢٥ ندرك أهمية المرحلة الأولى فى تنسيق التكرار التجريبى وتحويله من تكرار العينة التجريبية المحدودة إلى تكرار الأصل العام النموذجى الذى تنتمى إليه تلك العينة.

وعندما نقارن الدرجات المعيارية التى تقسم قاعدة المنحنى الاعتدالى إلى ١٠ أقسام تمتد من — ٥ إلى + ٥ بالدرجات التائية التى تقسم قاعدة المنحنى الاعتدالى إلى ١٠٠ قسم تمتد من صفر إلى ١٠٠ ندرك معنى وأهمية الدرجة التائية فى تحويل الدرجات المعيارية السالبة إلى درجات موجبة ، وفى تقسيم الأجزاء الكبيرة إلى وحدات صغيرة تساوى كل منها ١,٠ انحراف معيارى . فالمسافة التى تمتد من صفر إلى + ١ أصبحت تمتد من ٥٠ إلى ٦٠ أى أنها انقسمت إلى ١٠ أجزاء صغيرة ، وهكذا يصبح المعيار التائى أكثر حساسية فى قياس مستويات الفروق الفردية من الدرجات المعيارية .

ويصل بنا هذا التحليل إلى أن الدرجة التائية درجة معيارية معدلة لتوزيع اعتدالى متوسطة ٥٠ وانحرافه المعيارى ١٠

وبما أن الدرجة المعيارية المعدلة

= الدرجة المعيارية × الانحراف المعيارى الجديد + المتوسط الجديد

∴ الدرجة التائية = (الدرجة المعيارية × ١٠) + ٥٠

أى أن ت = ١٠ ذ + ٥٠

حيث يدل الرمز ت على الدرجة التائية

ويدل الرمز ذ على الدرجة المعيارية

هذا ويمكن أن نستخدم هذه المعادلة فى حساب الدرجات التائية المقابلة للدرجات المعيارية المختلفة .

وعندما تصبح الدرجة المعيارية مساويه لـ − ٥

تصبح الدرجة التائية = (− ٥ × ١٠) + ٥٠

= − ٥٠ + ٥٠

= صفر

وهذه هى الدرجة التائية التى تحدد بدء المقياس

وعندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية لـ صفر

تصبح الدرجة التائية = (صفر × ١٠) + ٥٠

= ٥٠

وهذه هى الدرجة التائية التى تحدد منتصف المقياس

وعندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية لـ + ٥

تصبح الدرجة التائية = (٥ × ١٠) + ٥٠

= ٥٠ + ٥٠

= ١٠٠

وهذه هي الدرجة التائية التي تحدد نهاية المقياس .

طريقة حساب المعيار التائى

تعتمد الطريقة الإحصائية لحساب درجات المعيار التائى على جدول المساحات الاعتدالية، وسنستعين بهذا الجدول فى تحويل التوزيع التكرارى التجريبى إلى توزيع تكرارى اعتدالى وذلك بحساب التكرار المتجمع التصاعدى النسبى للتوزيع التكرارى التجريبى، ثم البحث عن الدرجات المعيارية التى تقابل تلك النسب لو كانت اعتدالية أو مساحات اعتدالية، وهذا كفيل بتحويل درجات التوزيع التجريبى إلى درجات معيارية فى التوزيع الاعتدالى المقابل لذلك التوزيع التكرارى التجريبى. ثم نحول الدرجات المعيارية إلى درجات تائية بضربها فى ١٠ وإضافة ٥٠ إلى حاصل الضرب. والجدول التالى يوضح هذه الطريقة.

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
فئات الدرجات	الحدود الحقيقية العليا للفئات	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التصاعدي النسبي	الدرجة المعيارية ذ	الدرجة التائية (١٠ × ذ) + ٥٠
٥٥ — ٥٩	٥٩,٥	٢	٢	٠,٠١٠	٢,٣٢٦٣ —	٢٦,٧
٦٠ — ٦٤	٦٤,٥	٧	٩	٠,٠٤٥	١,٦٩٥٤ —	٣٣,٠
٦٥ — ٦٩	٦٩,٥	١٥	٢٤	٠,١٢٠	١,١٧٥٠ —	٣٨,٣
٧٠ — ٧٤	٧٤,٥	٥٠	٧٤	٠,٣٧٠	٠,٣٣١٩ —	٤٦,٧
٧٥ — ٧٩	٧٩,٥	٦٠	١٣٤	٠,٦٧٠	٠,٤٣٩٩ +	٥٤,٤
٨٠ — ٨٤	٨٤,٥	٤٥	١٧٩	٠,٨٩٥	١,٢٥٢٦ +	٦٢,٥
٨٥ — ٨٩	٨٩,٥	١٢	١٩١	٠,٩٥٥	١,٦٩٥٤ +	٦٧,٠
٩٠ — ٩٤	٩٤,٥	٨	١٩٩	٠,٩٩٥	٢,٥٧٥٨ +	٧٥,٨
٩٥ — ٩٩	١٠٠,٥	١	٢٠٠	١,٠٠٠		
المجموع						

(جدول ٧٠)

الخطوات الإحصائية لحساب الدرجات التائية

وتتلخص الخطوات الإحصائية لحساب الدرجات التائية فيما يلى :

١ — تكتب فئات الدرجات كما هو مبين بالعمود الأول من الجدول رقم ٧٠ .

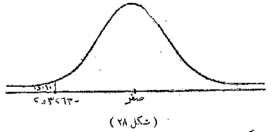
٢ — تكتب الحدود الحقيقية العليا لتلك الفئات فى العمود الثانى لأنها تحدد المقابلات الخام للدرجات التائية ، ولأنها تحدد معنى التكرار المتجمع التصاعدى النسبى ، فمثلا نسبة الأفراد الذين حصلوا على درجات أقل من ٥٩,٥ تساوى ٠,٠١٠ كما يدل على ذلك التكرار المتجمع التصاعدى النسبى للفئة الأولى .

٣ — يرصد التكرار فى العمود الثالث .

٤ — يحسب التكرار المتجمع التصاعدى فى العمود الرابع من الجدول السابق

٥ — يحسب التكرار المتجمع التصاعدى النسبى فى العمود الخامس وذلك بقسمة كل تكرار متجمع على عدد الأفراد أى أن $\frac{٢}{٢٠٠}$ = ٠,٠١٠ ، $\frac{٩}{٢٠٠}$ = ٠,٠٤٥ ، $\frac{٢٤}{٢٠٠}$ = ٠,١٢٠ ، وهكذا بالنسبة لبقية الفئات .

٦ — نستعين بالتكرار المتجمع النسبى لتحويل التوزيع التجريبى إلى توزيع اعتدالى ، وبما أن هذه النسب تمثل مساحات يقع حدها الأيسر عند النهاية الدنيا للمساحة ، ويقع حدها الأيمن عند الدرجة المعيارية التى تحدد مستواها العلوى كما هو مبين بالشكل التالى . إذن نستطيع أن نحسب تلك



(شكل ٢٨)

علاقة التكرار المتجمع التصاعدى النسبى بالمساحات الاعتدالية والدرجات المعيارية

الدرجات المعيارية التى تقع على الحدود اليمنى للنسب المختلفة ، وذلك بالاستعانة

بجدول المساحات الاعتدالية المبين بملحق الجـــداول الإحصائية النفسية (جدول رقم ٤) .

٧ — نرصد هذه الدرجات المعيارية فى العمود السادس ، ونلاحظ عند رصدنا لتلك الدرجات علاماتها الجبرية فنكتبها سالبة عندما تقع على يسار المتوسط ، أى عندما تقل المساحة عن ٠,٥ ، ونكتبها موجبة عندما تقع على يمين المتوسط أى عندما تزيد مساحتها على ٠,٥ .

٨ — نضرب كل درجة معيارية فى ١٠ ثم نضيف ٥٠ إلى حاصل الضرب لنحصل بذلك على الدرجات التائية المبينة بالعمود الأخير من الجدول السابق .

هذا ونستطيع أن نحسب الدرجة التائية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدى النسبى دون أن نحسب الدرجة المعيارية ودون أن نعدلها إلى درجة تائية ، وذلك بالاستعانة بجدول المعيار التائى المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول رقم ٥) . وقد رصدنا فى ذلك الجدول الدرجة التائية المقابلة لكل مساحة اعتدالية ، أى المقابلة لكل تكرار متجمع تصاعدى نسبى ، حتى يعتمد عليه القارىء فى حساب الدرجات التائية .

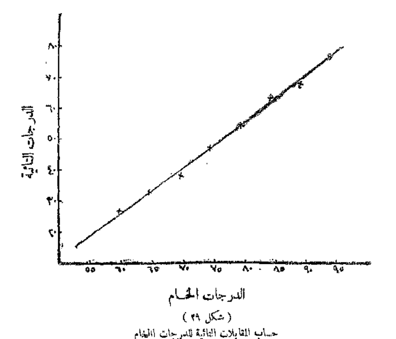
وقد آثرنا فى مثالنا السابق المبين بجدول ٧٠ أن نوضح جميع الخطوات الإحصائية لحساب الدرجات التـائية ليدرك القارىء علاقتها المباشرة المعيارية والدرجات المعيارية المعدلة .

المقابلات التائية للدرجات الخام

استطعنا فى مثالنا السابق أن نحسب الدرجات التائية التى تقابل الحدود الحقيقية العليا للفئات ، وهذه الدرجات بمعناها العام توضح المستويات المختلفة للدرجات السابقة ، فالدرجة التائية التى تساوى ٥٠ تدل على المستوى المتوسط للدرجات الخام ، والدرجة التائية التى تقل عن ٥٠ تدل على المستويات الضعيفة والدرجة التائية التى تزيد عن ٥٠ تدل على المستويات القوية .

لكن هذه الدرجات التائية بصورتها العامة السابقة لا تساعدنا على معرفة المقابلات التائية لكل درجة من الدرجات الخام التي يحصل عليها الأفراد .

وتتلخص عملية تحويل الدرجات الخام إلى مقابلاتها التائية في الرسم البياني التالي



(شكل ٢٩)
حساب المقابلات التائية للدرجات الخام

بحيث يدل المحور الأفقي على الدرجات الخام ، ويدل المحور الرأسي على الدرجات التائية . وقد رصدنا العلاقة بين الحدود الحقيقية العليا لفئات الدرجات ومقابلاتها التائية في الخط المستقيم المبين بالرسم . وسنستعين بهذا الخط في قراءة المقابلات التائية للدرجات الخام والجدول التالي يوضح المقابلات التائية لبعض الدرجات الخام كما بينها الرسم السابق .

الدرجة الخام	الدرجة التائية	الدرجة الخام	الدرجة التائية	الدرجة الخام	الدرجة التائية	الدرجة الخام	الدرجة التائية
٥٥	١٧,٥	٦٠	٢٥	٦٥	٣٢,٥	٧٠	٤٠
٥٦	١٩	٦١	٢٦,٥	٦٦	٣٤	٧١	٤١,٥
٥٧	٢٠,٥	٦٢	٢٨	٦٧	٣٥,٥	٧٢	٤٣
٥٨	٢٢	٦٣	٢٩,٥	٦٨	٣٧	٧٣	٤٤,٥
٥٩	٢٣,٥	٦٤	٣١	٦٩	٣٨,٥	٧٤	٤٦

(جدول ٧١)
المقابلات التائية لبعض الدرجات الخام

هذا وقد حاولنا فى رسمنا للخط المبين فى شكل ٢٧ أن نوضح الاتجاه الصحيح لنقط الرسم البيانى السابق . وقد يتحول هذا الاتجاه إلى منحنى وخاصة إذا كان التواء التوزيع التجريبى كبيراً . وعلينا أن نرسم المنحنى المساير بذلك عملية تحويل التوزيع التجريبى إلى توزيع اعتدالى ، ثم نقرأ من ذلك المنحنى المقابلات التائية للدرجات الخام .

المعايير التائية المعدلة

يهدف المعيار التائى إلى تعديل الدرجات المعيارية بحيث يغير علاماتها السالبة إلى موجبة ويزيد من حساسية وحداتها بقسمتها إلى أجزاء صغيرة يبلغ طول كل جزء منها ١ و ٠ ع . ولكن هذا المعيار بصورته الأصلية يعجز أحياناً عن تحديد المستويات المتعددة التى قد تسفر عنها بعض المشاكل العملية التى تتطلب وحدات أصغر من ١ و ٠ ع ، ويعجز أيضا عن تحويل الدرجات الخام إلى مقابلاتها التائية الصحيحة لكثرة كسوره العشرية ، وقد أدى هذا الأمر إلى

نشوء المعايير التائية المعدلة كالمعيار التائى الحربى، والمعيار التائى الجامعى للتغلب على مثل هذه الصعوبات .

ا — المعيار التائى الحربى [١]

استعان الجيش الأمريكى بالمعيار التائى فى تحديد مستويات المجندين خلال الحرب العالمية الثانية . وقد واجهته بعض الصعوبات العملية التى نشأت من كثرة عدد المجندين ، الأمر الذى أدى به إلى تقسيم كل انحراف معيارى إلى ٢٠ جزءاً بدلا من ١٠ أجزاء ، وإلى تغيير المتوسط من ٥٠ إلى ١٠٠ ، وبذلك أصبحت درجات المعيار التائى الحربى ضعف درجات المعيار التائى الأصلى .

أى أن

الدرجة المعيارية التائية الحربية = ضعف الدرجة المعيارية التائية الأصلية

= ٢ [١٠ ذ + ٥٠]

= ٢٠ ذ + ١٠٠

فالدرجة التائية التى تساوى ٣٥ تصبح مساوية لـ ٧٠ فى هذا المعيار الحربى والدرجة التائية التى تساوى ٦٠ تصبح مساوية لـ ١٢٠ . وهكذا بالنسبة للدرجات التائية الأخرى . أى أن أجزاء المعيار تحولت بهذا التعديل من ١ و. ع إلى ٥. و ع أى ١/٢٠ ع بدلا من ١/١٠ ع .

ب — المعيار التائى الجامعى [٢]

عندما استعانت الهيئات الجامعية بالمقياس التائى الأصلى فى تحديد مستويات القبول بالكليات المختلفة واجهتها بعض الصعوبات العملية التى نشأت عن كثرة

---

(1) AGCT Norms

(2) CEEB Norms

وجود الكسور العشرية بالدرجات التائية، وإذا ضربنا الدرجات التائية الأصلية في ١٠ أمكننا أن نتخلص من الكسور العشرية، وقد استعانت الهيئات الجامعية بهذه الفكرة لإنشاء المعيار التائي الجامعي . أي أن

الدرجة المعيارية التائية الجامعية = ١٠ × الدرجة المعيارية التائية الأصلية

= ١٠ (١٠ ذ + ٥٠)

= ١٠٠ ذ + ٥٠٠

وهكذا يقسم هذا المعيار الجامعي الانحراف المعياري إلى ١٠٠ قسم قيمة كل قسم تساوي $\frac{1}{100}$ ع، ويغير قيمة المتوسط من ٥٠ إلى ٥٠٠، فالدرجة التائية التي تساوي ٢٠ تصبح مساوية لـ ٢٠٠ في المعيار التائي الجامعي، والدرجة التائية التي تساوي ٧٠ تصبح مساوية لـ ٧٠٠، والدرجة التائية التي تساوي ٥٨,٩ تصبح مساوية لـ ٥٨٩ وهكذا يغير هذا المعيار كسور الدرجات التائية إلى أعداد صحيحة .

ب — المعيار الجيمي

نشأة المعيار الجيمي

أنشأ جيلفورد J, P, Guilford [1] هذا المعيار ليلخص المستويات التائية الكثيرة في عدد قليل من المستويات بحيث تصلح لفهم وتفسير المقاييس التي لا تحتاج إلى مثل حساسية المعيار التائي وسماه بالمعيار الجيمي [2] .

---

(1) Guilford, J. P· Fundamental Statistics in Psychology and Education, 1956, p.p. 501 -503

(2) C - scale, of C - Norms.

حساب الدرجات الجيمية من الدرجات المعيارية

وحدة المعيار الجيمى تساوى ٠,٥ ع أى ½ ع ؛ ومتوسطه يساوى ٥ ويبدأ تدريجه من الصفر وينتهى إلى ١٠ ، أى أنه يحتوى على ١١ قسما. وبما أن وحدته تقسم الانحراف المعيارى إلى نصفين ، إذن فانحرافه المعيارى يساوى ٢ وهكذا ندرك أن الدرجة الجيمية المعيارية ، درجة معيارية معدلة انحرافها المعيارى الجديد يساوى ٢ ومتوسطها الجديد يساوى ٥ ، أى أن

الدرجة الجيمية المعيارية = ٢ × الدرجة المعيارية + ٥

= ٢ × ذ + ٥

وبذلك نستطيع أن نحول درجات أى توزيع تكرارى تجريبي إلى درجات جيمية وذلك بتحويل ذلك التوزيع إلى صورته الاعتدالية ثم حساب درجاته المعيارية بطريقة المساحات الاعتدالية وتحويل تلك الدرجات إلى درجات جيمية كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للفكرة التى تقوم عليها طريقة حساب الدرجات التائية الأصلية المبينة فى الجدول رقم ٧٠

والجدول التالى يوضح خطوات هذه الفكرة

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية العليا للفئات	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التصاعدي النسبي	الدرجة المعيارية ذ	الدرجة التائية (٢×ذ)+٥
٥٥ - ٥٩	٥٩,٥	٢	٢	٠,٠١٠	— ٢,٣٢٦٣	٠,٣
٦٠ - ٦٤	٦٤,٥	٧	٩	٠,٠٤٥	— ١,٦٩٥٤	١,٦
٦٥ - ٦٩	٦٩,٥	١٥	٢٤	٠,١٢٠	— ١,١٧٥٠	٢,٧
٧٠ - ٧٤	٧٤,٥	٥٠	٧٤	٠,٣٧٠	— ٠,٣٣١٩	٤,٣
٧٥ - ٧٩	٧٩,٥	٦٠	١٣٤	٠,٦٧٠	+ ٠,٤٣٩٩	٥,٩
٨٠ - ٨٤	٨٤,٥	٤٥	١٧٩	٠,٨٩٥	+ ١,٢٥٣٦	٧,٥
٨٥ - ٨٩	٨٩,٥	١٢	١٩١	٠,٩٥٥	+ ١,٦٩٥٤	٨,٤
٩٠ - ٩٤	٩٤,٥	٨	١٩٩	٠,٩٩٥	+ ٢,٥٧٥٧	١٠,٢
٩٥ - ١٠٠	١٠٠,٥	١	٢٠٠	١,١٠٠٠		
المجموع		٢٠٠				

(جدول ٧٢)

الخطوات الإحصائية لحساب الدرجات الجيمية من الدرجات المعيارية

وقد آثرنا أن نحسب الدرجات الجيمية لنفس درجات التوزيع التكراري المبين بالجدول رقم ٧٠ لنوضح القدر المشترك بين فكرة الدرجات التائية وفكرة الدرجات الجيمية . وهكذا لا يختلف جدول ٧١ عن جدول ٦٩ إلا في العمود الأخير . وتدل درجات هذا العمود على الدرجات الجيمية التي حسبت كل منها بضرب درجتها المعيارية في ٢ ثم إضافة ٥ إلى حاصل الضرب .

فالدرجة الجيمية للدرجة المعيارية الأولى — ٢,٣٢٦٣ تحسب بالطريقة التالية

الدرجة الجيمية = (٢ × — ٢,٣٢٦٣) + ٥

= — ٤,٦٥٢٦ + ٥

= ٠,٣٤٧٤

= ٠,٣ تقريباً

والدرجة الجيمية للدرجة المعيارية التالية — ١,٦٩٥٤ تحسب بنفس الطريقة السابقة أي أن

الدرجة الجيمية = (٢ × — ١,٦٩٥٤) + ٥

= — ٣,٣٩٠٨ + ٥

= ١,٦٠٩٢

= ١,٦ تقريباً

والدرجة الجيمية للدرجة المعيارية الأخيرة ٢,٥٧٥٨ تحسب بنفس الطريقة السابقة ؛ أي أن

الدرجة الجيمية = (٢ × ٢,٥٨٥٨) + ٥

= ٥,١٥١٦ + ٥

= ١٠,١٥١٦

= ١٠,٢ تقريباً

وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات المعيارية الأخرى .

هذا ونستطيع أن نصل بهذه الطريقة إلى هدفنا النهائي وذلك بأن نحسب المقابلات الجيمية للدرجات الخام ، كما سبق أن حسبنا المقابلات التائية للدرجات الخام بطريقة الرسم البياني المبينة في شكل ٣٩ حيث يدل المحور الأفقي على الدرجات الخام والمحور الرأسي على الدرجات الجيمية ، ويدل الخط البياني المرسوم بينهما على العلاقة التي تؤدي إلى ذلك التحويل المباشر .

حساب الدرجات الجيمية من الدرجات التائية

ترتبط الدرجات الجيمية ارتباطاً رياضياً بالدرجات التائية . وسنستعين بهذه الفكرة فى تحويل الدرجات التائية إلى جيمية . ويمكن أن نوضح فكرة هذه العلاقة فى التحليل التالى .

∴ الدرجة الجيمية ج = ٢ ذ + ٥

والدرجة التائية ت = ١٠ ذ + ٥٠

إذن نستطيع أن نستعين بهاتين المعادلتين فى معرفة علاقة الدرجة الجيمية ج بالدرجة التائية ت .

∵ ت = ١٠ ذ + ٥٠

∴ ت − ٥٠ = ١٠ ذ

$$\therefore \text{ذ} = \frac{\text{ت} - ٥٠}{١٠}$$

$$\text{أى أن ذ} = \frac{\text{ت}}{١٠} - \frac{٥٠}{١٠}$$

$$= \frac{\text{ت}}{١٠} - ٥$$

$$\text{أى أن الدرجة المعيارية} = \frac{\text{الدرجة التائية}}{١٠} - ٥$$

وبالتعويض عن قيمة الدرجة المعيارية فى معادلة الدرجة الجيمية ، نرى أن

∵ ج = ٢ ذ + ٥

، $\text{ذ} = \frac{\text{ث}}{١٠} - ٥$

$\therefore \text{ح} = ٢ \left(\frac{\text{ث}}{١٠} - ٥ \right) + ٥$

$= \frac{٢\,\text{ث}}{١٠} - ١٠ + ٥$

$= \frac{\text{ث}}{٥} - ٥$

أى أن الدرجة الجيمية $= \frac{\text{الدرجة التائية}}{٥} - ٥$

وهكذا نستطيع أن نستعين بهذه الفكرة فى تحويل الدرجات التائية إلى درجات جيمية وذلك بقسمتها على ٥ ثم طرح ٥ من ناتج عملية القسمة .

وسنطبق هذه الفكرة فى تحويل الدرجات التائية المبينة فى الجدول رقم ٧٠ إلى الدرجات الجيمية المبينة بالجدول رقم ٧٢ . والجدول التالى يوضح هذه الطريقة .

الدرجة التائية	الدرجة الجيمية = ت/٥ − ٥
٢٦٫٧	٢٦٫٧/٥ − ٥ = ٥٫٣٤ − ٥ = ٠٫٣٤ = ٠٫٣ تقريباً
٣٣٫٠	٣٣/٥ − ٥ = ٦٫٦ − ٥ = ١٫٦ = ١٫٦
٣٨٫٣	٣٨٫٣/٥ − ٥ = ٧٫٦٦ − ٥ = ٢٫٦٦ = ٢٫٧
٤٦٫٧	٤٦٫٧/٥ − ٥ = ٩٫٣٤ − ٥ = ٤٫٣٤ = ٤٫٣
٥٤٫٤	٥٤٫٤/٥ − ٥ = ١٠٫٨٨ − ٥ = ٥٫٨٨ = ٥٫٩
٦٢٫٥	٦٢٫٥/٥ − ٥ = ١٢٫٥٠ − ٥ = ٧٫٥ = ٧٫٥
٦٧٫٠	٦٧/٥ − ٥ = ١٣٫٤ − ٥ = ٨٫٤ = ٨٫٤
٧٥٫٨	٧٥٫٨/٥ − ٥ = ١٥٫١٦ − ٥ = ١٠٫١٦ = ١٠٫٢

(جدول ٧٣)

تحويل الدرجات التائية إلى درجات جيمية

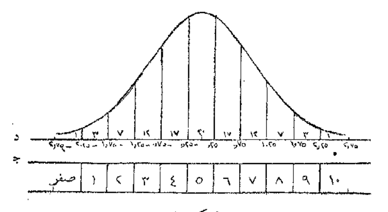
وهكذا نرى أن الدرجات الجيمية المبينة فى آخر العمود الثانى بهذا الجدول هى نفس الدرجات الجيمية المبينة فى العمود الأخير بالجدول رقم ٧١ .

ولهذه الفكرة أهميتها القصوى فى طريقة حساب الدرجات الجيمية مباشرة من جدول المعايير التائية المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية رقم ٥ وتتلخص هذه الطريقة فى حساب التكرار المتجمع التصاعدى النسبى لفئات الدرجات التكرارية ، ثم الاستعانة بجدول المعايير التائية فى معرفة الدرجة التائية التى تقابل التكرار المتجمع النسبى التصاعدى للتوزيع التجريبى، ثم تحويل

تلك الدرجات التائية إلى درجات جيمية وذلك بقسمتها على ٥ ثم طرح ٥ من ناتج عملية القسمة ، هذا ويمكن تحويل الدرجات التائية مباشرة إلى درجات جيمية وذلك بالاستعانة بجدول فئات المعايير التائية ومقابلاتها الجيمية ، وهو الجدول السادس بملحق الجداول الإحصائية النفسية .

حساب الدرجات الجيمية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدي النسبي

سبق أن بينا أن الدرجات الجيمية تقسم قاعدة المنحنى الاعتدالي إلى أقسام متساوية قيمة كل منها ٥ر٠ ع . وهذه الأقسام تشتمل على مساحات اعتدالية تختلف في قدرها تبعاً لاقتراب الدرجة الجيمية من المتوسط أو ابتعادها عنه، فكلما اقتربت الدرجة من المتوسط زادت المساحة الاعتدالية لأن ارتفاع المنحنى يبلغ نهايته العظمى عند المتوسط . وكلما بعدت الدرجة الجيمية عن المتوسط نقصت هذه المساحة تبعاً لتناقص ارتفاع المنحنى الاعتدالي .



(شكل ٣٠)

علاقة الدرجات الجيمية بالدرجات المعيارية الاعتدالية والمساحات الاعتدالية النسبية

وهكذا ندرك أن الدرجة الجيمية المتوسطة ٥ تمتد من - ٠,٢٥ إلى ٠,٢٥ أى أن طولها يساوى ٠,٥٠ وأن الدرجة الجيمية السادسة تمتد من ٠,٢٥ إلى ٠,٧٥ أى أن طولها يساوى ٠,٥٠ وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الأخرى .

هذا ويدلنا جدول الارتفاعات الاعتدالية المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول رقم ٣) على أن المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية ٠,٢٥ تساوى ٠,٠٩٧٧ وبذلك تصبح المساحة المحصورة بين - ٠,٢٥ ، + ٠,٢٥ تساوى ضعف هذه المساحة أى ٠,٠٩٨٧ × ٢ = ٠,١٩٧٤ أى أنها تساوى ١٩,٧٤ فى المائة من المساحة الكلية أى أنها تساوى ٢٠ فى المائة تقريباً وقد حسبت المساحات بهذه الطريقة ورصدت فى الشكل السابق . والجدول التالى يوضح الدرجات الجيمية والدرجات المعيارية التى تقع على حدودها اليسرى واليمنى . والنسب المئوية للمساحات الاعتدالية المقابلة لتلك الدرجات .

الدرجة الجيمية	الدرجة المعيارية	المساحة الاعتدالية المئوية
	٢,٧٥ —	
٠		١
	٢,٢٥ —	
١		٣
	١,٧٥ —	
٢		٧
	١,٢٥ —	
٣		١٢
	٠,٧٥ —	
٤		١٧
	٠,٢٥ —	
٥		٢٠
	٠,٢٥ +	
٦		١٧
	٠,٧٥ +	
٧		١٢
	١,٢٥ +	
٨		١٧
	١,٧٥ +	
٩		٣
	٢,٢٥ +	
١٠		١
	٢,٧٥ +	

(جدول ٧٤)

الدرجات الجيمية والدرجات المعيارية التي تقع على حدودها اليسرى واليمنى والمساحات الاعتدالية المئوية المقابلة لتلك الدرجات الجيمية

وبما أن هذه الدرجات الجيمية تحدد المستويات التصاعدية للدرجات ، إذن نستطيع أن ندرك معنى المساحات الاعتدالية المئوية التي تقابل تلك الدرجات فإذا كان لدينا ١٠٠ شخص رتبوا ترتيباً تصاعدياً بالنسبة لدرجاتهم في اختبار ما ، فإننا نجد أن شخصاً واحداً يقع في مستوى الدرجة الجيمية المساوية للصفر ، ونجد أن عدد الذين يحصلون على الدرجة الجيمية ١ يساوي ٣ ، وعدد الذين يحصلون على الدرجة الجيمية ٢ يساوي ٧ وهكذا بالنسبة لبقية المستويات الأخرى .

وسنستعين بهذه الدرجات الجيمية فى تحديد مستويات الأفراد أو طبقاتهم بالنسبة لدرجات أى اختبار ، وسنطلق على تلك المستويات أسماء تدل عليها ، وبذلك يسمى مستوى الدرجة الجيمية صفر ، مستوى العجز التام ، ومستوى الدرجة الجيمية واحد ، مستوى العجز ، وهكذا بالنسبة للدرجات الجيمية الأخرى والجدول التالى يوضح هذه الفكرة

مستويات الأفراد	الدرجات الجيمية	النسبة المئوية لعدد الأفراد فى كل مستوى
عاجز جداً	٠	١
عاجز	١	٣
ضعيف جداً	٢	٧
ضعيف	٣	١٢
أقل من المتوسط	٤	١٧
متوسط	٥	٢٠
فوق المتوسط	٦	١٧
جيد	٧	١٢
جيد جداً	٨	٧
ممتاز	٩	٣
ممتاز جداً	١٠	١

(جدول ٥)

مستويات الدرجات الجيمية ، والنسبة المئوية لعدد الأفراد فى كل مستوى من هذه المستويات

وبما أن هدفنا من تطبيق هذا المعيار الجيمى هو تحديد المستويات بطريقة واضحة ، لذلك لا نرى أهمية كبرى لكسور هذه المستويات مثل ١,٣ أو ٢,٤ ، وإنما الذى يعنينا من هذا التحديد هو معرفة الدرجات الخام

التي يشتمل عليها كل مستوى من مستويات الدرجات الجيمية . ولذا يقترح مؤلف هذا الكتاب حساب الدرجات الجيمية مباشرة من المساحات التكرارية وذلك بالاستعانة بالمساحات الاعتدالية التي تقابل الدرجات المعيارية التي تقع على حدود الدرجات الجيمية . والجدول التالي يوضح هذه الفكرة .

المساحات الاعتدالية التي تمتد من أقصى الطرف الأيسر الى الدرجة المعيارية	الدرجات المعيارية التي تحدد أطراف الدرجات	الدرجة الجيمية
٠,٠٠٣٠	٢,٧٥ —	
٠,٠١٢٣	٢,٢٥ —	٠
٠, ٠٤٠	١,٧٥ —	١
٠, ١٠٦	١,٢٥ —	٢
٠, ٢٢٨	٠,٧٥ —	٣
٠, ٤٠٣	٠,٢٥ —	٤
٠, ٦٠٠	٠,٢٥ +	٥
٠, ٧٧٤	٠,٧٥ +	٦
٠, ٨٩٥	١,٢٥ +	٧
٠, ٩٦٠	١,٧٥ +	٨
٠,٩٨٧٩	٢,٢٥ +	٩
٠,٩٩٧٠	٢,٧٥ +	١٠

(جدول ٧٦)

الدرجات الجيمية والدرجات المعيارية التي تحدد أطرافها ، والمساحات الاعتدالية التي تمتد من أقصى الطرف الأيسر لمنحنى الاعتدالى المعيارى الى الدرجة المعيارية

وهكذا يمكن معرفة الدرجات الجيمية مباشرة من المساحات التكرارية التي تمتد من الطرف الأيسر للتوزيع الاعتدالي إلى الدرجة المعيارية الاعتدالية التي تقع عند الطرف الأيمن لمدى الدرجة الجيمية .

وبما أن هذه المساحات التكرارية الاعتدالية تحول التوزيع التجريبي إلى توزيع اعتدالي إذا استعنا بها في معاملة التكراري المتجمع النسبي التصاعدي على أنه مساحات تكرارية اعتدالية تمتد من أقصى الطرف الأيسر للتوزيع التكراري إلى الحد النهائي الأيمن للدرجة الجيمية ، إذن نستطيع أن نستعين بهذه الفكرة في حساب الدرجات الجيمية للتوزيع التجريبي مباشرة من التكرار المتجمع النسبي .

والجدول التالي يوضح فكرة هذه الطريقة ، وهو لا يختلف في جوهره عن الجدول السابق رقم ٧٦ إلا في إعادة ترتيب أعمدته بصورة تيسر هذه العملية الحسابية .

فئات التكرار المتجمع التصاعدي النسبي	الدرجة الجيمية
٠,٠٠٣٠ — ٠,٠١٢٣	٠
٠,٠١٢٤ — ٠,٠٤٠٠	١
٠,٠٤١ — ٠,١٠٦	٢
٠,١٠٧ — ٠,٢٢٨	٣
٠,٢٢٩ — ٠,٤٠٣	٤
٠,٤٠٤ — ٠,٦٠٠	٥
٠,٦٠١ — ٠,٧٧٤	٦
٠,٧٧٥ — ٠,٨٩٥	٧
٠,٨٩٦ — ٠,٩٦٠	٨
٠,٩٦١٠ — ٠,٩٨٧٩	٩
٠,٩٨٨٠ — ٠,٩٩٧٠	١٠

(جدول ٧٧)
حساب الدرجات الجيمية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدي النسبي

وهكذا تتحول عملية حساب الدرجات الجيمية إلى حساب التكرار المتجمع التصاعدى النسبي لأى توزيع تكرارى تجريبى ثم قراءة المقابلات الجيمية لتلك النسب مباشرة من جدول ٧٧ وقد أعدنا كتابة هذا الجدول فى ملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول رقم ٧) وحذفنا منه النسبة الأولى ٠٫٠٣٠ ليمتد التوزيع من أقصى الطرف الأيسر إلى ٠٫١٢٣ ، وحذفنا أيضاً النسبة الأخيرة ٠٫٩٩٧٠ ليمتد التوزيع من ٠٫٩٨٨٠ إلى أقصى الطرف الأيمن للتوزيع . هذا ويدل الطرف الأيسر للتوزيع على المستويات الدنيا للدرجات ، ويدل الطرف الأيمن على المستويات العليا .

وخير ما تصلح له هذه الطريقة هى حساب الدرجات الجيمية للدرجات الخام التى لم تصنف بعد فى فئات تكرارية وهى تهدف فى جوهرها إلى تجميع تلك الدرجات فى فئات تختلف فى مداها تبعاً لاختلاف مستوياتها . فقد يصل عدد درجات إحدى تلك المستويات الجيمية إلى ٦ مثلا بينما يصل مدى إحدى المستويات الأخرى إلى درجة واحدة .

والمثال التالى يوضح طريقة حساب الدرجات الخام وذلك بالاستعانة بجدول ٧٦ الذى يدل على علاقة فئات التكرار المتجمع التصاعدى النسبي بالدرجات الجيمية المختلفة .

١	٢	٣	٤	٥
الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التصاعدى النسبى	الدرجة
٢	٢	٢	٠,٠٠٣	صفر
٣	٤	٦	٠,٠٠٩	
٤	٧	١٣	٠,٠١٩	١
٥	١٣	٢٦	٠,٠٣٧	
٦	٢٩	٥٥	٠,٠٧٩	٢
٧	٤٢	٩٧	٠,١٣٩	٣
٨	٧١	١٦٨	٠,٢٤٠	٤
٩	٩٧	٢٦٥	٠,٣٧٩	
١٠	١٢٠	٣٨٥	٠,٥٥٠	٥
١١	١١٠	٤٩٥	٠,٧٠٧	٦
١٢	٨٨	٥٨٣	٠,٨٣٣	٧
١٣	٥٠	٦٣٣	٠,٩٠٤	٨
١٤	٣٥	٦٦٨	٠,٩٥٤	
١٥	١٧	٦٨٥	٠,٩٧٩	٩
١٦	٩	٦٩٤	٠,٩٩١	١٠
١٧	٥	٦٩٩	٠,٩٩٩	
١٨	١	٧٠٠	١,٠٠٠	

(جدول ٧٨)

مثال يبين حساب الدرجات الجيمية للدرجات الخام التكرارية

وقد حسب التكرار المتجمع التصاعدى فى العمود الثالث من الجدول

السابق ، وحسب منه التكرار المتجمع التصاعدى النسبى فى العمود الرابع . واتخذ هذا التكرار النسبى أساساً لتحديد الدرجات الجيمية ، وذلك بالاستعانة بجدول ٧٧ أو بجدول رقم ٧ المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية ، فمثلا التكرار النسبى ٠,٠٠٣ يقع فى نطاق الدرجة الجيمية صفر ، والتكرار النسبى ٠,٠٠٩ يقع أيضا فى نطاق الدرجة الجيمية صفر ، والتكرار النسبى الذى يليه وهو ٠,٠١٩ يقع فى نطاق الدرجة الجيمية ١ ، لهذا فصلنا ٠,٠٠٩ عن ٠,٠١٩ بخط أفقى لتحديد نهاية الدرجة الجيمية صفر ، وبدء الدرجة الجيمية ١ ؛ هذا ويدلنا هذا الخط على أن الدرجات الخام التى تقع فى نطاق الدرجة الجيمية صفر هى ٢ ، ٣ وهكذا بالنسبة للدرجات الخام الأخرى .

حـ – التساعى المعيارى

نشأة التساعى المعيارى[1]

استعان قسم الخدمة النفسية لسلاح الطيران الأمريكى بالتساعى المعيارى خلال الحرب العالمية الثانية لتحديد مستويات المجندين فى عدد قليل من المستويات وهو كما يدل اسمه عليه يقسم مستويات القدرة إلى ٩ طبقات تبدأ بـ ١ وتنتهى بـ ٩

حساب الدرجات التساعية المعيارية

تعتمد التساعيات المعيارية اعتماداً كلياً على الدرجات الجيمية ، وهى لا تكاد تختلف عنها فى الدرجات المتطرفة . وتقوم فكرة التساعى المعيارى على

(1) Standard Nine or Stanine,

الجمع بين الدرجة الجيمية المساوية للصفر والدرجة الجيمية المساوية للواحد الصحيح فى درجة تساعية واحدة تساوى واحداً صحيحاً وعلى الجمع بين الدرجة الجيمية المساوية لـ ٩ والدرجة الجيمية المساوية لـ ١٠ فى درجة تساعية واحدة تساوى ٩ . وهكذا يلخص هذا المقياس الجديد المستويات الجيمية فى ٩ مستويات بدلا من ١١ .

والجدول التالى يوضح العلاقة بين الدرجات الجيمية والتساعيات المعيارية والنسب المئوية لعدد الأفراد فى كل مستوى من هذه المستويات ، وأسماء هذه المستويات

النسب المئوية لعدد الأفراد فى المستويات الجيمية	الدرجات الجيمية	الدرجات التساعية	النسب المئوية لعدد الأفراد فى المستويات التساعية	مستويات القدرة
١	٠	١	٤	عاجز
٣	١			
٧	٢	٢	٧	ضعيف جداً
١٢	٣	٣	١٢	ضعيف
١٧	٤	٤	١٧	أقل من المتوسط
٢٠	٥	٥	٢٠	متوسط
١٧	٦	٦	١٧	فوق المتوسط
١٢	٧	٧	١٢	جيد
٧	٨	٨	٧	جيد جداً
٣	٩	٩	٤	ممتاز
١	١٠			

(جدول ٧٩)

علاقة التساعيات المعيارية بالدرجات الجيمية

وهكذا نستطيع الآن أن نحسب التساعيات المعيارية للمثال الذى حسبنا له درجاته الجيمية فى جدول ٧٨ . والجدول التالى يوضح هذه الطريقة

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	التكرار المتجمع التصاعدى النسبى	الدرجة الجيمية	التساعيات	المستويات
٢	٢	٦	,٠٠٣	صفر	١	عاجز
٣	٤	٢	٠,٠٠٩			
٤	٧	١٣	٠,٠١٩	١		
٥	١٣	٢٦	٣٧,٠٠			
٦	٢٩	٥٥	٨٩٠,٠	٢	٢	ضعيف جدا
٧	٤٢	٩٧	١٣٩,٠	٣	٣	ضعيف
٩	٧١	١٦٨	٢٤٠,٠	٤	٤	أقل من المتوسط
٨	٩٧	٢٦٥	٣٧٩,٠			
١٠	١٢٠	٣٨٥	٠٥٥,٠	٥	٥	متوسط
١١	١١٠	٤٩٥	٧٠٧,٠	٦	٦	فوق المتوسط
١٢	٨٨	٥٨٣	٣٣٨,٠	٧	٧	جيد
١٣	٥٠	٦٣٣	٤٠٩,٠	٨	٨	جيد جداً
١٤	٣٥	٦٦٨	٤٥٩,٠			
١٥	٧١	٦٨٥	٩٧٩,٠	٩	٩	ممتاز
١٦	٩	٦٩٤	١٩٩,٠	١٠		
١٧	٥	٦٩٩	٩٩٩,٠			
١٨	١	٧٠٠	١,٠٠٠			

(جدول ٨٠)

مثال يبين حساب التساعيات للدرجات الخام التكرارية وعلاقتها بالدرجات الجيمية

وقد أثرنا فى تحليلنا لطريقة حساب التساعيات المعيارية أن نؤكد علاقتها بطريقة حساب الدرجات الجيمية حتى يستعين القارىء مباشرة بجدول حساب

الدرجات الجيمية من فئات التكرار المتجمع التصاعدى النسبي المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول رقم ٧) مع تعديل بسيط فى قراءة ذلك الجدول عند حساب التساعى الأول والتساعى الأخير .

ولا تختلف طريقة حساب التساعيات لفئات الدرجات عن طريقة حساب الدرجات الجيمية لتلك الفئات إلا فى التساعى الأول والتساعى الأخير . لذلك سنكتفى بالمثال السابق فى تحليلنا لطريقة حساب التساعيات المعيارية .

تقويم التساعيات المعيارية

تصلح التساعيات المعيارية لتقسيم المستويات المختلفة إلى عدد محدود من الطبقات بحيث تصبح أكثر وضوحاً من الدرجات الجيمية فى معناها للفرد العادى الذى يستعين بها فى فهم المستويات التصاعدية المختلفة للقدرات والقوى العقلية ، وخاصة عندما يضيق نطاق هذه الفروق إلى الحد الذى يجعلها أكثر وضوحاً بالنسبة لتسعة مستويات عنها بالنسبة لـ ١١ مستويا .

ويعاب على التساعيات أنها تطمس الفروق الفردية للمستويات الدنيا والعليا وذلك لأنها تجمع مستويات كل طرف فى وحدة واحدة بدلا من وحدتين . ويؤدى هذا التجمع الطرفى إلى عجز المعيار عن تحديد نسبة الأفراد الذين يمثلون نسبة ١ ٪ بامتياز بالغ ، أو تحديد نسبة الأفراد الذين يمثلون نسبة ١ ٪ بعجز تام . وإذا كنا فى تطبيقنا لتلك المستويات لا نحتاج إلى مثل هذه الدقة الطرفية فى تقسيم مستويات الأفراد ، فلا ضير هناك فى الاستعانة بتلك التساعيات المعيارية .

وقد يعاب عليها أيضاً أنها تطيل وحدات المعيار فى طرفيه ، لأنها تجمع وحدتين من وحدات المعيار الجيمى فى كل طرف من طرفيها فيزداد طول

الوحدة الطرفية عن ٥ر. ومهما يكن من أمر طول هذه الوحدات فإنها لا تثير مشاكل عملية تطبيقية لها أهميتها الكبرى ، وإنما تثير مشاكل نظرية تتصل من قريب بالأسس الإحصائية التي تعتمد عليها وحدات المعيار .

د – السباعي المعياري

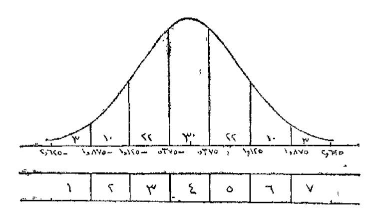
نشأة المعيار السباعي ومعناه

يقترح مؤلف هذا الكتاب معياراً جديداً أكثر إيجازاً من التساعيات المعيارية يصلح لقياس مستويات الفروق الفردية ذات النطاق الضيق ، ويصحح بعض عيوب التساعيات المعيارية وخاصة ما يقوم منها على عدم تساوي الوحدات الطرفية للمقياس .

ويقترح تسمية هذا المعيار بالسباعي المعياري (١) لأنه يقسم مستويات الأفراد في أي اختبار إلى سبع طبقات متساوية في وحداتها الطولية . أو بمعنى آخر يقسم قاعدة المنحنى الاعتدالي المعياري إلى سبعة أجزاء متساوية ، قيمة كل جزء منها ٠,٧٥ ع ، وهذا بدوره يؤدي إلى تحديد قيمة عددية للمتوسط تساوي ٤

(١) يقترح مؤلف هذا الكتاب تسمية هذا السباعي المعياري باسم Standard Seven أو Staseven .

والشكل التـــالى يوضح علاقة التدريج السباعى بالمساحات الاعتدالية وبالدرجات المعيارية .



(شكل ٣١)

علاقة الدرجات السباعية بالدرجات المعيارية الاعتدالية

والمساحات الاعتدالية النسبية

وهكذا ندرك أن الدرجة السباعية المتوسطة ٤ تمتد من — ٠,٣٧٥ إلى + ٠,٣٧٥ ، أى أن طولها يساوى ٠,٣٧٥ — (— ٠,٣٧٥) = ٠,٧٥٠ أى ¾ وأن الدرجة السباعية الخامسة تمتد من ٠,٣٧٥ إلى ١,١٢٥ أى أن طولها يساوى ١,١٢٥ — ٠,٣٧٥ = ٠,٧٥٠ والدرجة السباعية السادسة تمتد من ١,١٢٥ إلى ١,٨٧٥ أى أن طولها يساوى ١,٨٧٥ — ١,١٢٥ = ٠,٧٥٠ وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الأخرى . أى أن أطوال وحدات المعيار السباعى متساوية . وكل منها تساوى ٠,٧٥ أى أن السباعى المعيارى يقسم قاعدة المنحنى الاعتدالى المعيارى إلى ٧ أقسام متساوية طول كل قسم منها يساوى ¾ع

أو ٠,٧٥ ع . وبما أن طول الانحراف المعيارى (ع) للتوزيع الاعتدالى المعيارى يساوى واحداً صحيحاً، إذن فطول كل قسم من أقسام السباعى المعيارى يساوى ٠,٧٥ × ١ = ٠,٧٥ ، وهذه هى الفكرة التى اعتمد عليها هذا المعيار الجديد فى تحديد أطوال وحداته بحيث يصبح عددها مساوياً لـ ٧ .

ونستطيع الآن أن نحسب النسب المئوية لعدد أفراد كل مستوى من هذه المستويات السباعية . والجدول التالى يوضح خطوات هذه الفكرة .

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الدرجات السباعية	الدرجات المعياريه الطرفية	الدرجات المعيارية الطرفية المقربة	المساحات الاعتدالية من أقصى اليسار إلى الدرجة المعيارية	المساحات الاعتدالية من أقصى اليسار إلى الدرجة	النسب المئـــوية للمساحات الاعتدالية الســـابقة	النسب المئوية للمساحات الاعتدالية السباعية	النسب المئوية لعدد الأفراد فى المستويات السباعية
	٢,٦٢٥	٢,٦٣	٠,٤٩٥٧	٠,٩٩٥٧	٩٩,٦		
٧	١,٨٧٥	١,٨٨	٠,٤٦٩٩	٠,٩٦٩٩	٩٧,٠	٢,٦	٣
٦	١,١٢٥	١,١٣	٠,٢٧٠٨	٠,٧٧٠٨	٨٧,١	٩,٩	١٠
٥	٠,٣٧٥	,٣٨	٠,١٤٨٠	٠,٦٤٨٠	٦٤,٨	٢٢,٣	٢٢
٤	-٠,٣٧٥	-٠,٣٨	٠,١٤٨٠	٠,٣٥٢٠	٣٥,٢	٢٩,٣	٣٠
٣	-١,١٢٥	-١,١٣	٠,٣٧٠٨	٠,١٢٩٢	١٢,٩	٢٢,٣	٢٢
٢	-١,٨٧٥	-١,٨٨	٠,٤٦٩٩	٠,٠٣٠١	٣,٠	٩,٩	١٠
١	-٢,٦٢٥	-٢,٦٣	٠,٤٩٥٧	٠,٠٠٤٣	٠,٤	٢,٦	٣
المجموع							١٠٠

(جدول ٨١)

النسب المئوية لعدد الأفراد فى كل مستوى من المستويات السباعية المعيارية

ويدل العمود الأول على الدرجات السباعية مرتبة ترتيباً تنازلياً بحيث تبدأ بالدرجة ٧ وتنتهي إلى درجة ١

ويدل العمود الثاني على الدرجات المعيارية التي تقع على الحدود اليسرى واليمنى لتلك السباعيات كما سبق أن بيناها في شكل ٣١ ، فالدرجة السباعية المبينة في آخر العمود الأول تمتد من -٢,٦٢٥ إلى -١,٨٧٥ ، والدرجة السباعية ٢ تمتد من -١,٨٧٥ إلى -١,١٢٥ وهكذا بالنسبة لحدود بقية السباعيات الأخرى.

ويدل العمود الثالث على نفس هذه الدرجات المعيارية بعد تقريبها إلى رقمين عشريين .

ويدل العمود الرابع على المساحات الاعتدالية المحصورة بين تلك الدرجات المعيارية والمتوسط . وقد حسبت هذه المســــاحات الاعتدالية من جدول الارتفاعات الاعتدالية المبين بملحق الجداول الإحصائية (جدول رقم ٣)

ويدل العمود الخامس على المساحات الاعتدالية المحصورة بين أقصى الطرف الأيسر للتوزيع والدرجات المعيارية المختلفة . وقد حسبت هذه المساحات بإضافة ٠,٥ إلى مساحات العمود السابق فمثلا المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية ٢,٦٣ تساوى ٠,٤٩٥٧ لكن المساحة المحصورة بين أقصى الطرف الأيسر للتوزيع الاعتدالي المعياري والمتوسط تساوى ٠,٥ لأن المساحة الكلية للمنحنى الاعتدالي المعياري تساوى واحداً صحيحاً . إذن فالمساحة المحصورة بين أقصى الطرف الأيسر للتوزيع والدرجة المعيارية ٢,٦٢ تساوى ٠,٥ + ٠,٤٩٥٧ = ٠,٩٩٥٧ ، وهكذا بالنسبة للمساحات الأخرى التي تنتهي عند طرفها الأيمن بدرجة معيارية موجبة . هذا وتتحول عملية الجمع إلى عملية طرح عندما تقع تلك المساحات على يسار المتوسط ، أي عندما ينتهي طرفها الأيمن بدرجة معيارية سالبة .

ويدل العمود السادس على تحويل تلك المساحات إلى نسب مئوية وتقريب الناتج إلى رقم عشرى واحد .

ويدل العمود السابع على فروق تلك النسب ، فمثلا ٩٩,٦ — ٩٧,٠ = ٢,٦ وتدل هذه الفروق على النسب المئوية للمساحات التى تقع فى نطاق السباعيات المختلفة .

ويدل العمود الثامن على تقريب تلك النسب المئوية إلى أقرب أعداد صحيحة لتدل بذلك على النسب المئوية لعدد الأفراد فى كل مستوى من المستويات السباعية المختلفة . ويستطيع القارىء أن يقارن الآن بين هذه النسب المئوية كما يدل عليها ذلك الجدول ، وبين تلك النسب كما بيناها فى شكل ٣١ ، وسيدرك بعد هذه المقارنة معناها وأسسها الإحصائية فمثلا عدد الأفراد الذين يمثلون مستوى السباعى الأول يساوى ٣ أفراد فى كل مائة فرد ، وعدد الأفراد الذين يمثلون مستوى السباعى الثانى يساوى ١٠ أفراد فى كل مائة فرد ، وهكذا بالنسبة للمستويات السباعية الأخرى .

طريقة حساب السباعيات للدرجات الخام

تعتمد الطريقة الإحصائية لحساب السباعيات المعيارية للدرجات الخام التكرارية على معرفة المساحات الاعتدالية النسبية التى تمتد من أقصى الطرف الأيسر للتوزيع حتى الدرجة الاعتدالية المعيارية التى تحدد الطرف الأيمن لتدريجات السباعى المعيارى .

وبما أن السباعى المعيارى الأول يمتد من — ٢,٦٣ إلى — ١,٨٨ ، إذن فالمساحة الاعتدالية النسبية التى تمتد من أقصى الطرف الأيسر للتوزيع حتى

النقطة التي تحددها الدرجة — ٢,٦٣ هي ٠,٠٠٤٣ كما تدل على ذلك البيانات العددية المبينة بالعمود الخامس من الجدول السابق رقم ٨٠ ، والمساحة الاعتدالية النسبية التي تمتد من أقصى الطرف الأيسر للتوزيع حتى النقطة التي تحددها الدرجة — ١,٨٨ هي ٠,٠٣٠١ كما تدل على ذلك أيضاً بيانات العمود الخامس من الجدول السابق ، وهكذا بالنسبة للسباعيات المعيارية الأخرى .

وسنستعين بهذه المساحات الاعتدالية لتحويل التوزيع التكراري التجريبي إلى توزيع اعتدالي وذلك عن طريق التكرار المتجمع التصاعدي النسبي كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للمعايير الاعتدالية الأخرى .

والجدول التالي يوضح هذه الفكرة ، ويبين طريقة حساب السباعيات المعيارية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدي النسبي

فئــــات التكرار المتجمع التصاعدي النسبي	الدرجة السباعية	المستويات
٠,٠٠٤٣ — ٠,٠٣٠١	١	عاجز
٠,٠٣٠٢ — ٠,١٢٩٢	٢	ضعيف
٠,١٢٩٣ — ٠,٣٥٢٠	٣	تحت المتوسط
٠,٣٥٢١ — ٠,٦٤٨٠	٤	متوسط
٠,٦٤٨١ — ٠,٨٧٠٨	٥	فوق المتوسط
٠,٨٧٠٩ — ٠,٩٦٩٩	٦	جيد
٠,٩٧٠٠ — ٠,٩٩٥٧	٧	ممتاز

(جدول ٨٢)

حساب السباعيات مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدي النسبي

هذا وقد أعدنا كتابة هذا الجدول فى ملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول رقم ٩) وحذفنا منه النسبة الأولى ٠,٠٠٤٣ . ليمتد التوزيع من أقصى الطرف الأيسر إلى ٠,٣٠١ ، وحذفنا منه أيضاً النسبة الأخيرة ٠,٩٩٥٧ . ليمتد التوزيع من ٠,٩٧٠٠ إلى أقصى الطرف الأيمن للتوزيع .

هذا ويمكن أن نستعين بهذا الجدول لحساب السباعيات المعيارية للدرجات الخام التكرارية التى حسبنا لها درجاتها الجيمية وتساعياتها المعيارية فى الجدول رقم ٧٩

طريقة حساب السباعيات لفئات الدرجات

تعتمد هذه الطريقة على تأكيد فكرة الدرجات المعيارية المعدلة وعلاقتها المباشرة بالمعايير الاعتدالية كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لفكرة المعايير التائية والجيمية والتساعية وبما أن وحدة المعيار السباعى تساوى ٠,٧٥ . إذن فالانحراف المعيارى الجديد لهذا السباعى المعيارى يساوى $\frac{1}{0,75}$ أى ١,٣٣ وبما أن المتوسط الجديد لهذا المقياس يساوى ٤ إذن نستطيع أن نصوغ معادلة السباعى المعيارى فى الصورة التالية .

الدرجة السباعية المعيارية = ١,٣٣ × الدرجة المعيارية + ٤

وهكذا نستطيع أن نحسب السباعيات المختلفة للحدود الحقيقية العليا لفئات الدرجات إذا علمنا القيمة العددية للدرجات المعيارية التى تقع على الحدود العليا للتكرار المتجمع التصاعدى النسبى لكل فئة من تلك الفئات التكرارية كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للمعيار التائى .

هذا ويمكن أن نحسب أولا الدرجات التائية للتوزيع التجريبى من جدول

المعايير التائية ثم تحولها بعد ذلك إلى سباعيات من جدول رقم (٨) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية، حيث يقوم فى جوهره على توضيح طريقة حساب السباعيات المعيارية من فئات الدرجات التائية، كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للمعيار الجيمى.

علاقة السباعيات بالتائيات

ترتبط الدرجات السباعية ارتباطاً رياضياً بالدرجات التائية، كما ارتبطت الدرجات الجيمية بالدرجات التائية، وتقوم فكرة هذا الارتباط على أن الأسس الإحصائية للمعايير النفسية الاعتدالية تتلخص فى صورة جوهرية واحدة وهى الدرجة المعيارية المعدلة.

والدراسة العلمية التحليلية لتلك العلاقات توضح فكرة المعايير الاعتدالية، وتمهد السبيل لتحويل درجات أى معيار لدرجات المعايير الأخرى. والتحليل يوضح علاقة السباعيات بالتائيات.

∵ الدرجات السباعية = ١,٣٣ ذ + ٤

ت = ١٠ ذ + ٥٠

∴ ذ = $\frac{ت - ٥٠}{١٠}$

أى أن ذ = $\frac{ت}{١٠}$ − ٥ .

وبالتعويض عن قيمة الدرجة المعيارية ذ فى معادلة الدرجة السباعية، نرى أن

الدرجة السباعية = ١,٣٣ ($\frac{ت}{١٠}$ − ٥) + ٤

= ۰,۱۳۳ ت – ٦,٦٥ + ٤

∴ الدرجة السباعية = ۰,۱۳۳ ت – ٢,٦٥

وقد ندرك معنى هذه المعادلة الأخيرة بوضوح إذا حسبنا الدرجة السباعية للدرجة التائية المساوية لـ ٥٠ .

الدرجة السباعية = ۰,۱۳۳ × ٥٠ – ٢,٦٥

= ٦,٦٥ – ٢,٦٥

= ٤

أى أن الدرجة التائية ٥٠ تساوى الدرجة السباعية ٤ والدرجة الأولى هى منتصف التدريج التائى ، والثانية هى منتصف التدريج السباعى . وهكذا نستطيع أن نستعين بالمعادلة السابقة فى تحويل أى درجة تائية للدرجة السباعية التى تقابلها .

هـ – نسبة الذكاء الانحرافية[1]

تعتمد هذه النسبة على المقياس التائى ، وهى بالرغم من أنها معيار أفقى أى لا تمتد إلى الأعمار السابقة واللاحقة إلا أنها تقترب فى شكلها العام من نسب الذكاء . وذلك عن طريق متوسطها الذى يساوى ١٠٠ ثم تعتمد بعد ذلك على قيمة مناسبة للانحراف المعيارى تساوى ١٥ وبذلك تصبح النسب المئوية للأفراد الذين ينتمون إلى الفئة التى تمتد من ٩٠ إلى ١٠٠ مساوية لـ ٥٠ ٪ ويمتد هذا المعيار من مستوى الضعف العقلى المساوى لـ ٤٥ إلى مستوى العبقرية المساوى لـ ١٣٥ . وتصلح نسبة الذكاء الانحرافية لقياس ذكاء الراشدين .

(١) الدكتور فؤاد البهى السيد – الذكاء ١٩٦٩ ص٩١

و — الصفر المطلق للمعايير الاعتدالية

أهمية الصفر المطلق

يعتمد المقياس العلمي الصحيح على صفتين رئيسيتين تلخصهما في

١ — تساوي وحدات المقياس

٢ — الصفر المطلق للمقياس .

هذا ولا تجمع وحدات المقياس أو تطرح إلا إذا كانت متساوية ، ولا تضرب أو تقسم إلا إذا حددنا لها صفراً مطلقاً . وبذلك تعتمد العمليات الحسابية الرئيسية على هاتين الصفتين .

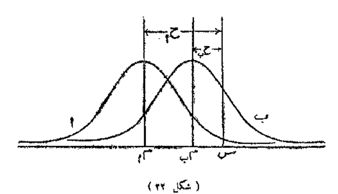
وقد استطعنا أن نحقق الصفة الأولى لجميع المعايير النفسية الاعتدالية ، فأصبحت وحدات كل مقياس متساوية فيما بينها . هذا ويختلف طول كل وحدة من تلك الوحدات تبعاً لاختلاف حساسية المقياس ، وتباين تطبيقاته العملية . فوحدة المعيار التائي مثلا تساوي ١,٠ع ووحدة المعيار الجيمي تساوي ٠,٥ ع ووحدة المعيار السباعي تساوي ٠,٧٥ ع . أي أن أكثرها حساسية هي الوحدات التائية ، وأقلها حساسية هي الوحدات السباعية . هذا ويشبه الاختلاف القائم بين أطوال تلك الوحدات الاختلاف القائم بين طول المليمتر وطول السنتيمتر ، وطول المتر . ولكل مقياس من هذه المقاييس الطولية فوائده العملية وتطبيقاته المباشرة .

وقد حاول ثيرستون L. L. Thurstone[1] سنة ١٩٢٥ أن يحسب الصفر المطلق للمقاييس النفسية المختلفة ، كما حسب علماء الطبيعة قيمة الصفر المطلق الحرارى = ٢٧٣ درجة .

وتعتمد فكرة الصفر المطلق للمقاييس النفسية على تحويل درجات أى توزيع تكرارى اعتدالى إلى درجات أى توزيع تكرارى آخر مشترك معه فى جزء من قاعدته ويختلف عنه فى الجزء الباقى من تلك القاعدة والتحليل التالى يوضح الخطوات الإحصائية لتطور هذه الفكرة .

لنفرض أن المنحنى ا يدل على التوزيع التكرارى الاعتدالى لدرجات الأطفال الذين يبلغون من العمر ٧ سنوات ، فى اختبار للذكاء ، وأن المنحنى ب يدل على التوزيع التكرارى الاعتدالى لدرجات الأطفال الذين يبلغون من العمر ٨ سنوات فى نفس اختبار الذكاء السابق كما يدل على ذلك الشكل التالى .

1—(a) Thurstone, L. L. A Method of Scaling Psychological and Educational Tests, J. Ed. Psy. 1925. 16, P. P. 433—451
(b) ————, The Unit of Measurement in Educational Scales, J. Ed, Psy, 1927, 18. P. P. 505—524.
(c) ————, Scale Construction with weighted Observation, J. Ed. Psy., 1928, 19, P. P. 441—453.
(d) ————, The absolute zero in Intelligence Measurement, Psy. Rev. 1928. 35, P. P. 175—197.



(شكل ٣٢)

تحويل انحرافات درجات أى توزيع اعتدالى إلى انحرافات درجات التوزيع السابق له

لنفرض أن م۱ متوسط التوزيع الاعتدالى ا ، وأن مب متوسط التوزيع الاعتدالى ب ، وأن الدرجة س تنحرف عن متوسط التوزيع ا انحرافاً مقداره ح۱ ، وتنحرف عن متوسط التوزيع ب انحرافاً مقداره حب وأن ع۱ الانحراف المعيارى للتوزيع ا . وأن عب الانحراف المعيارى للتوزيع ب .

$$\therefore \quad \text{ح}_{1} = \frac{\text{س} - \text{م}_{1}}{\text{ع}_{1}}$$

أى أن $\text{ح}_{1} \times \text{ع}_{1} = \text{س} - \text{م}_{1}$

$$\therefore \quad \text{س} = \text{ح}_{1} \times \text{ع}_{1} + \text{م}_{1}$$

وكذلك نرى أن

$$\text{ح}_{\text{ب}} = \frac{\text{س} - \text{م}_{\text{ب}}}{\text{ع}_{\text{ب}}}$$

أي أن $ح_{ب} \times ع_{ب} = س - م_{ب}$

$\therefore \quad س = ح_{ب} \times ع_{ب} + م_{ب}$

وبما أن س مشتركة في معادلة التوزيع الاعتدالي ا والتوزيع الاعتدالي ب

$\therefore \quad ح_{ا} ع_{ا} + م_{ا} = ح_{ب} ع_{ا} + م_{ب}$

أي أن $ح_{ب} ع_{ب} = ح_{ا} ع_{ا} + م - م_{ب}$

$$\therefore \quad ح_{ب} = \frac{ح_{ا} ع_{ا} + م_{ا} - م_{ب}}{ع_{ب}}$$

$$\therefore \quad ح_{ب} = \left(\frac{ع_{ا}}{ع_{ب}} \right) ح_{ا} + \frac{م_{ا} - م_{ب}}{ع_{ب}}$$

أي أننا نستطيع بذلك أن نحول انحرافات درجات التوزيع التكراري ا إلى انحرافات التوزيع التكراري ب ، ونستطيع أيضاً أن نعكس العملية فنحول انحرافات درجات ب إلى انحرافات درجات ا . ونستطيع أيضاً أن نمتد بانحرافات درجات أي توزيع إلى درجات التوزيعات التالية أو السابقة له ، وأن نتابع هذه العمليات لنصل من ذلك إلى الصفر المطلق الذي نبحث عنه .

وقد استطاع ثيرستون أن يحسب المعايير الاعتدالية النفسية للتوزيعات المتتالية وينسبها جميعاً إلى قاعدة واحدة ، أي إلى تدريج واحد للدرجات لأن القاعدة تدل على تدريج درجات الاختبار . وبما أن هذه الطريقة تعتمد على نسبة فروق المتوسطات للانحرافات المعيارية المتعاقبة ، كما تدل على ذلك

المعادلة السابقة إذن فالنقطة التي تحدد قيمة الصفر المطلق هي النقطة التي تصبح فيها قيمة الانحراف المعياري للتوزيع التكراري مساوية للصفر ، أي هي النقطة التي تصل فيها الفروق الفردية إلى نهايتها الصغرى بالنسبة للمقاييس العقلية المختلفة وهكذا ندرك أن النقطة التي تدل على الصفر المطلق النفسي تقع عند الميلاد أو قبله بأسابيع قليلة .

هذا ولا يتسع مجال هذا الكتاب لأكثر من هذا التحليل الإحصائي النفسي لفكرة الصفر المطلق ، وعلى القارىء أن يرجع إلى أبحاث ثيرستون التي سبق أن أشرنا إليها وإلى تحليل جاليكسون H. Gulliksen (١) لفكرة الصفر المطلق ، إن أراد أن يعلم الطرق الإحصائية لحساب ذلك الصفر . والتطبيقات العملية لهذه الفكرة في بناء الاختبارات النفسية وتحليل أسئلتها المختلفة .

---

1 — Guiliksen, H., Theory of Mental tests 1950, P. P 284-286

تمارين على الفصل السابع

١ – ماهى أهم الأسباب العلمية التى أدت إلى نشوء فكرة المعايير الاعتدالية.

٢ – ناقش أهم الأسس العلمية التى تعتمد عليها المعايير الاعتدالية فى تحويل التوزيعات التجريبية إلى توزيعات اعتدالية.

٣ – احسب الدرجات التائية للتوزيع التكرارى التالى

فئات الدرجات	التكرار
٩٠ – ٩٤	١
٩٥ – ٩٩	٠
١٠٠ – ١٠٤	٢
١٠٥ – ١٠٩	٣
١١٠ – ١١٤	٥
١١٥ – ١١٩	١٠
١٢٠ – ١٢٤	١٧
١٢٥ – ١٢٩	٢٣
١٣٠ – ١٣٤	٢٧
١٣٥ – ١٣٩	٣٤
١٤٠ – ١٤٤	٢٣
١٤٥ – ١٤٩	٢٠
١٥٠ – ١٥٤	١٤
١٥٨ – ١٥٩	١٢
١٦٠ – ١٦٤	٥
١٦٥ – ١٦٩	٢
١٧٠ – ١٧٤	١
١٧٥ – ١٧٩	١

٤ — ما هي أهم الفروق الإحصائية النفسية التي تميز وحدات المعيار التائي عن المئينيات .

٥ — احسب إعشاريات التوزيع التكراري المبين في التمرين الثالث وقارنها بالتائيات التالية

٧٠ ، ٦٠ ، ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠

٦ — « تعتمد جميع المعايير الاعتدالية على الدرجات المعيارية المعدلة »

ناقش

٧ — ما هي أهم المميزات الرئيسية للمعايير الاعتدالية :

ا — المعيار التائي الأصلي

ب — المعيار التائي الحربي

حـ — المعيار التائي الجامعي

٨ — ناقش أهم الأسس الإحصائية النفسية التي تعتمد عليها فكرة التساعي المعياري وبين نواحي قوتها وضعفها .

٩ — طلب إليك أن تنشيء معياراً تساعياً جديداً متوسطه ٥ وانحرافه المعياري يساوي واحداً صحيحاً . وضح بالرسم وحدات هذا المعيار ، والنسب المئوية لعدد الأفراد في كل مستوى من مستوياته ، واستعن بهذا المعيار الجديد في تقسيم درجات التمرين الثاني إلى المستويات التي يسفر عنها هذا المعيار

١٠ — ناقش أهم الفروق الإحصائية النفسية القائمة بين معايير التوزيعات التجريبية والمعايير الاعتدالية .

١١ ـ احسب الدرجات التساعية المعيارية للدرجات الخام التالية

الدرجة	التكرار
٠	١
١	٣
٢	٦
٣	٧
٤	١٠
٥	١٣
٦	١٢
٧	١١
٨	١٤
٩	١٨
١٠	٢٣
١١	١٩
١٢	١٨
١٣	١٩
١٤	١٧
١٥	١٢
١٦	٦
١٧	٤
١٨	٣
١٩	٢
٢٠	١
٢١	١

١٢ – احسب السباعيات المعيارية للدرجات الخام المبينة بالتمرين الحادى عشر .

١٣ – احسب إرباعيات التوزيع التكرارى المبين بالتمرين الثالث ، واحسب الدرجات التائية لتلك الإرباعيات

١٤ – ناقش فكرة الصفر المطلق . وبين مدى أهمية هذا الصفر فى القياس النفسى .

الفصل الثامن

الارتبـــاط

معنى الارتباط وأهميته

الارتباط في معناه العلمي الدقيق هو التغير الاقتراني ، أو بمعنى آخر هو النزعة إلى اقتران التغير في ظاهرة بالتغير في ظاهرة أخرى ولنضرب لذلك مثل تغير طول عمود من الحديد تبعاً لتغير درجات الحرارة التي يتعرض لها ، فكلما زادت الحرارة زاد تبعاً لذلك الطول ، وكلما نقصت الحرارة نقص تبعاً لذلك الطول ، أي أن تغير الطول يقترن بتغير الحرارة . ولنضرب لذلك أيضاً مثل نقصان حجم قطعة من الثلج تبعاً لزيادة درجات الحرارة ، فكلما زادت الحرارة نقص حجم الثلج . أي أن تغير حجم الثلج يقترن بتغير الحرارة .

هذا وقد يكون التغير الاقتراني إيجابياً كمثل زيادة طول عمود الحديد تبعاً لزيادة درجات الحرارة ، أي أن الزيادة في الظاهرة الأولى تقترن بالزيادة في الظاهرة الثانية . وقد يكون التغير الاقتراني سلبياً كمثل نقصان حجم قطعة الثلج تبعاً لزيادة درجات الحرارة . أي أن الزيادة في الظاهرة الأولى تقترن بالنقصان في الظاهرة الثانية .

ويقاس هذا التغير الاقتراني بمعاملات الارتباط . ويلخص هذا الارتباط البيانات العددية لأي ظاهرتين في معامل واحد كما كانت مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت تلخص البيانات العددية للظواهر الإحصائية المفردة وهكذا تهدف معاملات الارتباط إلى قياس الاقتران القائم بين أي ظاهرتين قياساً علمياً إحصائياً دقيقاً .

وتعتمد الاختبارات النفسية الحديثة اعتماداً كبيراً على معاملات الارتباط. ولهذه المعاملات أهميتها القصوى فى الصياغة العلمية الدقيقة لأسئلة الاختبارات والتحليل الإحصائى لإجاباتها والتجانس الداخلى لها، والقياس العلمى لمدى اتصالها باختبارها العام الذى يشتمل عليها ويحتويها. وفى قياس ثبات وصدق نتائج الاختبارات، وفى التحليل العاملى لقدراتها العامة والطائفية المختلفة.

أنواع التغير الاقترانى

تختلف الطرق الإحصائية لحساب معاملات الارتباط تبعاً لاختلاف البيانات العددية التى ترصد بها الظواهر العلمية. فقد تدل هذه البيانات على درجات الأفراد أو على نجاحهم ورسوبهم، أو على ترتيبهم.

والمقياس الذى يعتمد على الدرجات الفعلية للأفراد يقوم فى جوهره على التسلسل للبيانات العددية، ويسمى هذا النوع : المتتابع : ومن أمثلته الدرجات التالية :

١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ... ٥٠

والمقياس الذى يعتمد على النجاح والرسوب يعتمد فى جوهره على التقدير الثنائى للصفات والظواهر المختلفة، فإما أن يكون الطالب ناجحاً أو راسباً ؛ وإما أن تكون درجة السؤال الأول واحداً صحيحاً أو صفراً، وإما أن يكون الفرد ذكراً أو أنثى. وهكذا بالنسبة للصفات الأخرى التى تصلح لمثل هذا التقسيم الثنائى، ولذلك يسمى هذا النوع الثنائى.

ويعتمد النوع الأخير على تحديد مستويات الأفراد بتحديد ترتيبهم ولذلك يسمى هذا النوع : الترتيبى.

هذا ويمكن أن نلخص أهم صور التغير الاقترانى لأى مقياسين على الأنواع التالية :

١ — اقتران تتابع تدريج المقياس الأول بتتابع تدريج المقياس الثانى .

والجدول التالى يوضح فكرة هذا الاقتران .

أسماء الأفراد	درجات الأفراد فى الاختبار الأول	درجات الأفراد فى الاختبار الثانى
محمد	١٣	١٠
اسماعيل	١٥	١٣
لويس	١٢	١١
خالد	١٤	١٧
اسحق	١٦	٩

(شكل ٨٣)

اقتران تتابع درجات الاختبار الأول بتتابع درجات الاختبار الثانى

حيث يدل العمود الأول على أسماء الأفراد ، ويدل العمود الثانى على درجة كل فرد من هؤلاء الأفراد فى الاختبار الأول ، ويدل العمود الثالث على درجة كل فرد من هؤلاء الأفراد فى الاختبار الثانى ، هذا ويمكن أن نقارن درجات الأفراد فى الاختبار الأول بدرجاتهم فى الاختبار الثانى لنصل من تلك المقارنة إلى معرفة مدى ارتباط درجات الاختبار الأول بدرجات الاختبار الثانى .

ب — اقتران تتابع تدريج المقياس الأول بثنائية تدريج المقياس الثانى .

والجدول التالى يوضح فكرة هذا الاقتران .

أسماء الأفراد	درجات الأفراد فى اختبار القدرة العددية	درجات السؤال الرابع فى الإختبار السابق
منير	٧٦	١
فوزى	٧٤	•
سامى	٦٢	•
مصطفى	٤٣	١

(جدول ٨٤)

اقتران تتابع درجات اختبار القدرة العددية بثنائية الإجابة على السؤال الرابع

حيث يدل العمود الأول على أسماء الأفراد . ويدل العمود الثانى على درجة كل فرد من هؤلاء الأفراد فى اختبار القدرة العددية ، ويدل العمود الثالث على درجة كل فرد فى السؤال الرابع من أسئلة اختبار تلك القدرة العددية . فمثلا درجة منير فى القدرة العددية تساوى ٧٦ وإجابته على السؤال الرابع صحيحة ومساوية لـ ١ ، ودرجة فوزى فى القدرة العددية تساوى ٧٤ وإجابته على السؤال الرابع خاطئة ومساوية للصفر .

حـ — اقتران ثنائية المقياس الأول بثنائية المقياس الثانى . والجدول التالى يوضح فكرة هذا الاقتران .

أسماء الأفراد	درجات الأفراد فى السؤال السادس	درجات الأفراد فى السؤال العاشر
صفوت	١	٠
صبرى	٠	٠
رفعت	١	١
لطفى	١	٠
عزت	٠	١
أحمد	١	١

(جدول ٨٥)

اقتران ثنائية الإجابة على أحد الأسئلة بثنائية الإجابة على سؤال آخر

وهكذا ندرك مدى اقتران إجابات السؤال السادس بإجابات السؤال العاشر فى المثل السابق . ونستطيع أن نستعين بهذا التنظيم فى حساب مدى الارتباط بين السؤالين .

ى — اقتران ترتيب المقياس الأول بترتيب المقياس الثانى — والجدول التالى يوضح فكرة هذا الاقتران .

أسماء الأفراد	ترتيب الأفراد فى اختبار الذكاء	ترتيب الأفراد فى اختبار الحساب
صالح	١	٣
زمزى	٢	١
محمود	٣	٢
بطرس	٤	٥
يوسف	٥	٤

(جدول ٨٦)
اقتران ترتيب المقياس الأول بترتيب المقياس الثانى

وهكذا ندرك العلاقة القائمة بين ترتيب هؤلاء الأفراد فى اختبار الذكاء وترتيبهم فى اختبار الحساب . فبينما يصل ترتيب صالح إلى الرتبة الأولى فى اختبار الذكاء نراه يصل إلى الرتبة الثالثة فى اختبار الحساب . وبينما يصل ترتيب يوسف إلى الرتبة الخامسة فى اختبار الذكاء نراه يصل إلى الرتبة الرابعة فى اختبار الحساب .

ا — معاملات الارتباط التتابعى لبيرسون

تعتمد الطرق الإحصائية لحساب معاملات ارتباط درجات المقاييس المتتابعة بدرجات المقاييس الأخرى المتتابعة على مدى تلازم الدرجات المعيارية لأى مقياس من هذه المقاييس بالدرجات المعيارية التى تقابلها فى المقياس الآخر .

وسنحاول فى دراستنا لهذه الطرق أن نستعرض أولا طريقة الدرجات المعيارية لندرك الأساس الإحصائى لفكرة حساب معاملات الارتباط (١) ، ثم نعدل تلك الطريقة إلى صورها المناسبة للحساب السريع مثل طريقة الانحرافات المعيارية ، وطريقة الانحرافات وطريقة الدرجات الخام ، وطريقة التكرار المزدوج .

ا — حساب الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية

يتلخص الأساس الإحصائى للارتباط فى مقارنة مدى مصاحبة تغير درجات المقياس الأول بتغير درجات المقياس الثانى وبما أن الدرجات الأصلية فى صورتها الخام لا تصلح المقارنة إلا إذا اشتركت فى بدء واحد للتدريج وإلا إذا كانت وحداتها متساوية ؛ لذلك تعتمد فكرة مقارنة التغير الاقترانى للدرجات على مقارنة الدرجات المعيارية فى كلا المقياسين لأن متوسطها يساوى صفراً وانحرافها المعيارى يساوى واحداً صحيحاً . أى أنها جميعاً تشترك فى بدء التدريج أو صفر المقياس ، وفى وحدات القياس ، كما سبق أن بينا ذلك فى دراستنا للدرجات المعيارية وخواصها الإحصائية .

هذا وتعتمد الوسيلة الرياضية لمعرفة معامل الارتباط على حساب متوسط حاصل ضرب الدرجات المعيارية أى أن .

$$\text{معامل الارتباط} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة}}{\text{عدد الأفراد}}$$

---

(١) آثرنا أن نسمى هذا الارتباط بالارتباط التتابعى لأنه يقوم على مدى اقتران التدريج المتتابع للظاهرة الأولى بالتدريج المتتابع للظاهرة الثانية . ويسمى أحياناً بمعامل ارتباط حاصل ضرب العزوم ، أى . Product moment correlation .

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{مجـ}(\text{ذس} \times \text{ذص})}{\text{ن}}$$

حيث يدل الرمز ر على معامل الارتباط .

ويدل الرمز ذس على أية درجة معيارية من درجات المقياس الأول س .

ويدل الرمز ذص على درجة المقياس الثانى ص المعيارية التى تقابل الدرجة المعيارية ذس .

ويدل الرمز ن على عدد الأفراد الذين حصلوا على تلك الدرجات .

والجدول التالى يوضح فكرة هذه المعادلة وتطبيقاتها العملية .

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الأفراد	درجات الاختبار الأول س	انحرافات الدرجات ح س	الدرجات المعيارية ذ س	درجات الاختبار الثاني ص	انحرافات الدرجات ح ص	الدرجات المعيارية ذ ص	حاصل ضرب الدرجات المعيارية ذ س × ذ ص
ا	٢	-٣	-١,٣٢	٥	-٣	-١,١٥	١,٣٢ × -١,١٥ = ١,٥١٨٠
ب	٣	-٢	-٠,٨٨	٧	-١	-٠,٣٨	-٠,٨٨ × -٠,٣٨ = ٠,٣٣٤٤
حـ	٥	٠	صفر	٦	-٢	-٠,٧٧	صفر × -٠,٧٧ = صفر
د	٧	+٢	+٠,٨٨	١٠	+٢	+٠,٧٧	٠,٨٨ × ٠,٧٧ = ٠,٦٧٧٦
هـ	٨	+٣	+١,٣٢	١٢	+٤	+١,٥٣	١,٣٢ × ١,٥٣ = ٢,٠١٩٦
ن = ٥	مجـ س = ٢٥ م$_{س}$ = ٥ ع$_{س}$ = ٢,٢٨			مجـ ص = ٤٠ م$_{ص}$ = ٨ ع$_{ص}$ = ٢,٦١			مجـ (ذ س × ذ ص) = ٤,٥٤٩٦ ر = ٠,٩١

(جدول ٨٧)

حساب معامل الارتباط بطريقة متوسط حاصل ضرب الدرجات المعيارية

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد ، ويدل العمود الثانى على درجات كل فرد من هؤلاء الأفراد فى الاختبار الأول س . وتدل الأعداد المبينة فى نهاية هذا العمود على المتوسط الذى يساوى ٥ وعلى الانحراف المعيارى الذى ى يساوى ٢,٢٨ .

ويدل العمود الثالث على انحرافات الدرجات السابقة عن متوسطها ، فانحراف الدرجة الأولى ٢ يساوى ٢ — ٥ = ‎-٣ وهكذا بالنسبة للدرجات الأخرى .

ويدل العمود الرابع على الدرجات المعيارية ذس التى حسبت بقسمة انحرافات العمود الثالث على الانحراف المعيارى ، فالدرجة المعيارية الأولى تحسب بقسمة ‎-٣ على ٢,٢٨ ، وناتج هذه العملية يساوى ‎-١,٣٢ وهكذا بالنسبة لبقية درجات هذا العمود .

هذا وقد حسبت الدرجات المعيارية للاختبار الثانى بنفس الطريقة التى حسبت بها الدرجات المعيارية للاختبار الأول ، كما يدل العمود السابع من الجدول السابق .

ويدل العمود الثامن على حاصل ضرب كل درجة معيارية من درجات الاختبار الأول فى الدرجة المعيارية التى تقابلها فى الاختبار الثانى ، وبذلك يدل السطر الأول فى هذا العمود على حاصل ضرب الدرجة المعيارية الأولى ‎-١,٣٢ فى الدرجة المعيارية الثانية ‎-١,١٥ أى أن ‎-١,٣٢ × ‎-١,١٥ = ١,٥٨٠ .
وهكذا بالنسبة لبقية الأسطر الأخرى .

ويدل نهاية هذا العمود على مجموع تلك النواتج الذى يساوى ٤,٥٣٩٦

وعندما نقسم هذا المجموع على عدد الأفراد نحصل على معامل الارتباط .
أى أن

$ر = \frac{٤,٥٣٩٦}{٥}$

∴ ر = ٠,٩١

هذا وبالرغم من أن هذه الطريقة توضح الأساس الإحصائي لفكرة معامل الارتباط إلا أنها لا تصلح بصورتها الراهنة لحساب ذلك المعامل لكثرة العمليات الحسابية التي تتطلبها ، وخاصة إذا زاد عدد الدرجات إلى الحد الذي يعوق سرعة حساب معامل الارتباط .

ويمكن أن نعيد صياغة المعادلة السابقة في صور جديدة لتناسب المظاهر الرئيسية للبيانات العددية المختلفة كما تدل على ذلك الطرق التالية التي تعتمد في جوهرها على الانحرافات المعيارية أو الانحرافات دون حاجة إلى حساب الدرجات المعيارية ، أو التي تعتمد مباشرة على الدرجات الخام ، أو التي تعتمد على التكرار المزدوج لفئات الدرجات .

ب — حساب الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية

تهدف هذه الطريقة إلى تبسيط العمليات الحسابية التي اعتمدنا عليها في حساب معامل الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية . ويمكن أن نتخفف كثيراً من تلك العمليات إذا أعددنا صياغة المعادلة السابقة بحيث نتخلص تماماً من حساب الدرجة المعيارية . والمعادلة التالية توضح هذه الفكرة .

معامل الارتباط =

$$\frac{\text{مجموع حاصل ضرب الانحرافات المتقابلة}}{\text{عدد الأفراد} \times \text{الانحراف المعياري للاختبار الأول} \times \text{الانحراف المعياري للاختبار الثاني}}$$

أي أن

$$ر = \frac{مج (ح_س \times ح_ص)}{ن ع_س ع_ص}$$

هذا ويمكن أن نحول معادلة الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية إلى معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية ، إذا استعنا بمعادلة الدرجة المعيارية التي تتلخص في :

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{الدرجة} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

$$= \frac{\text{الانحراف}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

أى أن ذس $= \frac{\text{ح س}}{\text{ع س}}$

وهكذا بالنسبة لـ ذص

وعلى القارىء أن يحاول تحويل الصورة الأولى لمعـــادلة الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية إلى الصورة الثانية لمعادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية .

هذا والجدول التالى يوضح طريقة حساب معامل الارتباط بطريقة الانحراف المعيارى . وقد آثرنا أن نحسب هذا المعامل لدرجات المثال السابق ليستطيع القارىء أن يقارن بين الطريقتين .

الأفراد	درجات الاختبار الأول س	انحرافات الدرجات حس	درجات الاختبار الثاني ص	انحرافات الدرجات حص	حاصل ضرب الانحرافات حس × حص
ا	٢	٣ −	٥	٣ −	− ٣ × − ٣ = ٩
ب	٣	٢ −	٧	١ −	− ٢ × − ١ = ٢
ح	٥	•	٦	٢ −	صفر × − ٢ = صفر
ى	٧	٢ +	١٠	٢ +	٢ × ٢ = ٤
ه	٨	٣ +	١٢	٤ +	٣ × ٤ = ١٢
ن = ٥	مج س = ٢٥ م س = ٥ ع س = ٢,٢٨		مج ص = ٤٠ م ص = ٨ ع ص = ٢,٦١		مج(حس × حص) = ٢٧

(جدول ٨٨)

حساب معامل الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد ، والعمود الثاني على درجات هؤلاء الأفراد في الاختبار الأول س ، والعمود الثالث على انحرافات تلك الدرجات عن متوسطها الذي يساوي ٥ .

ويدل العمود الرابع على درجات الأفراد في الاختبار الثاني ص ، والعمود الخامس على انحرافات تلك الدرجات عن متوسطها الذي يساوي ٨

ويدل العمود الأخير على حاصل ضرب كل انحراف من انحرافات درجات الاختبار الأول في الانحراف الذي يقابله في الاختبار الثاني ، فمثلا انحراف

الدرجة الأولى فى الاختبار الأول يساوى — ٣ وانحراف الدرجة الأولى فى الاختبار الثانى يساوى — ٣ وحاصل ضرب الانحرافين هو — ٣ × — ٣ = ٩ وهكذا بالنسبة للانحرافات الأخرى .

هذا وتتلخص الخطوة الأخيرة لحساب معامل الارتباط فى تطبيق المعادلة السابقة على البيانات العددية التى أوضحها جدول ٨٨ .

$$\therefore ر = \frac{مج (ح_س \times ح_ص)}{ن ع_س ع_ص}$$

$$\therefore ر = \frac{٢٧}{٥ \times ٢,٢٨ \times ٢,٦١}$$

$$= \frac{٢٧}{٢٩٧٥٤٠}$$

$\therefore ر =$ ٠,٩١ تقريباً

ح — حساب الارتباط بطريقة الانحرافات

تهدف هذه الطريقة إلى تبسيط العمليات الحسابية التى اعتمدنا عليها فى حساب معامل الارتباط بطريقة الانحراف المعيارى ، وذلك بالتخلص تماماً من حساب الانحراف المعيارى ، والاكتفاء بحساب الانحرافات ومربعاتها ، والمعادلة التالية توضح هذه الفكرة .

$$ر = \frac{مج (ح_س \times ح_ص)}{\sqrt{مج ح_س^٢ \times مج ح_ص^٢}}$$

هذا ويمكن أن نحول معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية إلى معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات . إذا استعنا بمعادلة الانحراف المعيارى التى تتلخص فى :

$$ع_س = \sqrt{\frac{مج ح_س^{2}}{ن}} \quad \text{بالنسبة لدرجات الاختبار الأول س}$$

$$ع_ص = \sqrt{\frac{مج ح_ص^{2}}{ن}} \quad \text{بالنسبة لدرجات الاختبار الثانى ص}$$

وعلى القارىء أن يحاول تحويل معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية إلى معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات .

هذا والجدول التالى يوضح طريقة حساب معامل الارتباط بطريقة الانحرافات وقد آثرنا أيضاً أن نحسب هذا المعامل لدرجات المثال السابق لتسهل بذلك عملية مقارنة نتائج تلك الوسائل الإحصائية ، وهكذا يدرك القارىء الفروق الجوهرية القائمة بين الطرق المختلفة لحساب معامل الارتباط أو بمعنى آخر يدرك الفرق بين الخطوات الرئيسية لحساب معامل الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية ، وبطريقة الانحرافات المعيارية ، وبطريقة الانحرافات .

الأفراد	درجات الاختبار الاول س	انحرافات الدرجات ح س	مربعات الأنحرافات ح²س	درجات الاختبار الثانى ص	انحرافات الدرجات ح ص	مربعات الأنحرافات ح²ص	حاصل ضرب الأنحرافات ح س × ح ص
أ	٢	٣ −	٩	٥	٣ −	٩	−٣ × −٣ = ٩
ب	٣	٢ −	٤	٧	١ −	١	−٢ × −١ = ٢
حـ	٥	صفر	صفر	٦	٢ −	٤	صفر × −٢ = صفر
ء	٧	٢ +	٤	١٠	٢ +	٤	٢ × ٢ = ٤
هـ	٨	٣ +	٩	١٢	٤ +	١٦	٣ × ٤ = ١٢
ن = ٥	مجـ س = ٢٥ م س = ٥		مجـ ح²س = ٢٦	مجـ ص = ٤٠ م ص = ٨		مجـ ح²ص = ٣٤	مجـ (ح س × ح ص) = ٢٧

(جدول ٨٩)

حساب معامل الارتباط بطريقة الأنحرافات

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد والثانى على درجاتهم فى الاختبار الأول ، والثالث على انحراف كل درجة من هذه الدرجات عن متوسطها ، والرابع على مربعات تلك الانحرافات .

ويدل العمود الخامس على درجات الاختبار الثانى ، والسادس على انحرافات كل درجة من درجات هذا الاختبار عن المتوسط ، والسابع على مربعات تلك الانحرافات ، والثامن على حاصل ضرب انحرافات درجات الاختبار الأول فى كل انحراف يقابله فى الاختبار الثانى

هذا وتتلخص الخطوة الأخيرة لحساب معامل الارتباط فى تطبيق المعادلة السابقة على البيانات العددية التى أوضحها جدول ٨٨

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{مجـ}\,(\text{ح}_{\text{س}} \times \text{ح}_{\text{ص}})}{\sqrt{\text{مجـ ح}^{2}_{\text{س}} \times \text{مجـ ح}^{2}_{\text{ص}}}}$$

$$= \frac{\text{٢٧}}{\sqrt{\text{٢٦} \times \text{٣٤}}}$$

$$= \frac{\text{٢٧}}{\sqrt{\text{٨٨٤}}}$$

$$= \frac{\text{٢٧}}{\text{٢٩,٧٣٢١}}$$

$$\therefore \text{ر} = \text{٠,٩١ تقريباً}$$

وهذه هى نفس القيمة التى حصلنا عليها بطريقة الدرجات المعيارية ، وطريقة الانحراف المعيارى .

٤ – حساب الارتباط للدرجات الخام بالطريقة العامة

تهدف الطريقة العامة لحساب معاملات ارتباط الدرجات الخام إلى الاستغناء عن حساب الدرجات المعيارية ، والانحرافات المعيارية ، والانحرافات . وتعتمد مباشرة فى حسابها لمعامل الارتباط على الدرجات الخام ومربعات هذه الدرجات .

ومن أهم ميزات هذه الطريقة العامة دقتها وسرعتها لأنها لا تنطوى على أى تقريب حسابى فى خطواتها الجزئية .

والمعادلة التالية توضح فكرة هذه الطريقة .

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مج س ص} - \text{مج س} \times \text{مج ص}}{\sqrt{\left[\text{ن مج س}^{2} - (\text{مج س})^{2}\right]\left[\text{ن مج ص}^{2} - (\text{مج ص})^{2}\right]}}$$

حيث يدل الرمز مج س ص على مجموع حاصل ضرب الدرجات المتقابلة فى الاختبارين

ويدل الرمز مج س × مج ص على حاصل ضرب مجموع درجات الاختبار الأول س فى مجموع درجات الاختبار الثانى ص .

ويدل الرمز $مجـ س^2$ على مجموع مربعات درجات الاختبار الأول س
ويدل الرمز $(مجـ س)^2$ على مربع مجموع درجات الاختبار الأول س
ويدل الرمز $مجـ ص^2$ على مجموع مربعات درجات الاختبار الثانى ص
ويدل الرمز $(مجـ ص)^2$ على مربع مجموع درجات الاختبار الثانى ص

هذا ويمكن تحويل أى معادلة من المعادلات السابقة إلى هذه المعادلة ، وذلك بالاستعانة بمعادلة الانحراف المعيارى للدرجات الخام فى صورتها التالية .

$$ع_س = \frac{1}{ن}\sqrt{ن\ مجـ س^2 - (مجـ س)^2}$$ بالنسبة للاختبار الأول س

$$ع_ص = \frac{1}{ن}\sqrt{ن\ مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2}$$ بالنسبة للاختبار الثانى ص

وعلى القارىء أن يحاول تحويل معادلة الارتباط بطريقة الانحراف المعيارى إلى المعادلة العامة لحساب ارتباط الدرجات الخام ، وله أن يستعين على ذلك بمعادلة الانحراف المعيارى للدرجات الخام .

هذا والجدول التالى يوضح طريقة حساب معامل الارتباط بالطريقة العامة للدرجات الخام . وقد آثرنا أن نحسب هذا المعامل لدرجات المثال السابق لتسهل بذلك عملية مقارنة تلك الوسائل الإحصائية لحساب الارتباط .

الأفراد	درجات الاختبار الأول س	مربعات درجات الاختبار الأول س^٢	درجات الاختبار الثاني ص	مربعات درجات الاختبار الثاني ص^٢	حاصل ضرب الدرجات المتقابلة س × ص
أ	٢	٤	٥	٢٥	٢ × ٥ = ١٠
ب	٣	٩	٧	٤٩	٣ × ٧ = ٢١
حـ	٥	٢٥	٦	٣٦	٥ × ٦ = ٣٠
ء	٧	٤٩	١٠	١٠٠	٧ × ١٠ = ٧٠
هـ	٨	٦٤	١٢	١٤٤	٨ × ١٢ = ٩٦
ن = ٥	مجـ س = ٢٥ (مجـ س)^٢ = ٦٢٥	مجـ س^٢ = ١٥١	مجـ ص = ٤٠ (مجـ ص)^٢ = ١٦٠٠	مجـ ص^٢ = ٣٥٤	مجـ س ص = ٢٢٧

(جدول ٩٠)

حسابه معامل ارتباط الدرجات الخام بالطريقة العامة

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد ، ومجموعهم ن = ٥
ويدل العمود الثانى على درجات الأفراد فى الاختبار الأول س ومجموعهم
مجس = ٢٥ ومربع هذا المجموع (مجس)^{٢} = ٢٥ × ٢٥ = ٦٢٥

ويدل العمود الثالث على مربعات درجات الأفراد فى الاختبار الأول س، فمثلا مربع الدرجة الأولى ٢ يساوى ٤ ومربع الدرجة الثانية ٣ يساوى ٩ وهكذا بالنسبة لبقية درجات هذا الاختبار ؛ ومجموع هذه المربعات مجس^{٢} = ١٥١

ويدل العمود الرابع على درجات الأفراد فى الاختبار الثانى ص ، ومجموع هذه الدرجات مجص = ٤٠ ومربع هذا المجموع (مجص)^{٢} = ٤٠ × ٤٠ = ١٦٠٠

ويدل العمود الخامس على مربعات درجات الأفراد فى الاختبار الثانى ص، فمثلا مربع الدرجة الأولى ٥ يساوى ٢٥ ومربع الدرجة الثانية ٧ يساوى ٤٩ وهكذا بالنسبة لبقية درجات هذا الاختبار، ومجموع هذه المربعات مجص^{٢} = ٣٥٤

ويدل العمود الأخير على حاصل ضرب الدرجات المتقابلة فى الاختبارين، فمثلا حاصل ضرب الدرجة الأولى فى الاختبار الأول س والدرجة الأولى فى الاختبار الثانى ص يساوى ٢ × ٥ = ١٠ وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات ، ومجموع نواتج عمليات الضرب مجس ص = ٢٢٧

وعندما نعوض هذه القيم العددية فى معادلة ارتباط الدرجات نرى أن

$$ر = \frac{ن مجس ص - مجس مجص}{\sqrt{\left[ن مجس^{٢} - (مجس)^{٢}\right]\left[ن مجص^{٢} - (مجص)^{٢}\right]}}$$

$$ر = \frac{٤٠ \times ٢٥ - ٢٢٧ \times ٥}{\sqrt{[١٦٠٠ - ٣٥٤ \times ٥][٦٢٥ - ١٥١ \times ٥]}}$$

$$= \frac{١٠٠٠ - ١١٣٥}{\sqrt{(١٦٠٠ - ١٧٧٠)(٦٢٥ - ٧٥٥)}}$$

$$= \frac{١٣٥}{\sqrt{١٧٠ \times ١٣٠}}$$

$$= \frac{١٣٥}{\sqrt{٢٢١٠٠}}$$

$$= \frac{١٣٥}{١٤٨,٦٦}$$

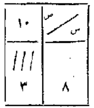
$$ر = ٠,٩١ \text{ تقريباً}$$

وهذه هى نفس القيمة العددية التى حصلنا عليها بطريقة الدرجات المعيارية وطريقة الانحراف المعيارى ، وطريقة الانحرافات . أى أن جميع هذه الطرق تؤدى إلى نفس النتيجة مقربة إلى رقمين عشريين .

هـ – حساب الارتباط بطريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات

تعتمد هذه الطريقة على تجميع اقتران درجات الاختبار الأول س بدرجات

الاختبار الثانى ص ، فإذا اقترنت الدرجة ٨ فى الاختبار الأول بالدرجة ١٠ فى الاختبار الثانى ثلاث مرات مثلا ، أمكننا أن نلخص هذا التكرار فى الصورة التالية :



ص / س	١٠
٨	/// ٣

(جدول ٩١)
التكرار المزدوج للدرجات

وعندما نجمع درجات كل اختبار من الاختبارين السابقين فى فئات تكرارية ، فإننا نحصل بذلك على التكرار المزدوج لفئات الدرجات ، والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

س	ص
٢	٨
٤	١٠
٣	٩
٥	١١
٦	١٢

س	ص
٧	١٣
٦	٨
٣	٩
٤	١٢
٢	١١

(جدول ٩٢)
مثال لاقتران درجات الاختبار الأول س بدرجات الاختبار الثانى ص

ص / س	٨ — ١٠	١١ — ١٣
٢ — ٤	//// ٤	// ٢
٥ — ٧	/ ١	/// ٣

(جدول ٩٣)
التكرار المزدوج لفئات درجات جدول ٩١

أى أن اقتران الدرجة الأولى ٢ فى الاختبار الأول س بالدرجة الأولى ٨ فى الاختبار الثانى ص يقع فى الخلية التكرارية لفئات الاختبارين التى تحدد أفقياً بالفئة ٢ ـ ٤ للاختبـــار الأول س وتحدد رأسياً بالفئة ٨ ـ ١٠ للاختبار الثانى ص ، كما يدل على ذلك جدول ٩٣ وهكذا بالنسبة لبقية درجات الاختبارين .

وسنستعين بفكرة التكرار المزدوج لفئات الدرجات فى حساب معامل الارتباط بطريقة سريعة موجزة ، والمثال التالى يوضح هذه الطريقة .

(جدول ٩٤)

اقتران درجات الاختبار الأول س بدرجات الاختبار الثانى ص

س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص
٩	١٤	١٥	٢٠	١٦	٢٢	١٤	١٩	٨	١٣
٦	٩	١١	١٩	١١	١٦	٣	٨	٨	١٦
٨	١٣	١٢	١٨	١٩	٢٤	٤	١١	٩	١٣
١٥	٢١	١٣	١٨	٩	١٥	٢٠	٢٢	١٠	١٦
١٣	١٨	١٥	٢١	١٥	٢٠	٤	٩	١٣	١٩
١٤	٢١	١٢	١٨	٤	١٠	١٣	٢١	١٠	١٤
١٢	١٧	١٠	١٧	١٢	١٩	٥	٨	١٧	٢٢
٧	١٣	١٧	٢٢	١٤	١٩	٦	١٢	٧	١٢
١٥	٢١	٥	١١	١٥	٢١	٧	١٥	٧	١٥
٥	١١	١١	١٧	٨	٢٣	١١	١٨	١٢	١٥

ويدل جدول ٩٤ على اقتران درجات الاختبار الأول س بدرجات الاختبار الثانى ص . وقد حسب التكرار المزدوج لفئات درجات الاختبار الأول المقترنة بفئات درجات الاختبار الثانى فى جدول ٩٥ .

ص / س	٨-٩	١٠-١١	١٢-١٣	١٤-١٥	١٦-١٧	١٨-١٩	٢٠-٢١	٢٢-٢٣	٢٤-٢٥	ت	س	ت س	ت س٢	مجـ ص	مجـ س ص
٣-٤	٢	١								٣	١	٣	٣	٤	٤
٥-٦	٢	٢	١							٥	٢	١٠	٢٠	٩	١٨
٧-٨			٥	٢	١					٨	٣	٢٤	٧٢	٢٨	٨٤
٩-١٠		١	١	٣	٢					٧	٤	٢٨	١١٢	٢٧	١٠٨
١١-١٢				١	٣	٥				٩	٥	٤٥	٢٢٥	٤٩	٢٤٥
١٣-١٤						٥	٢			٧	٦	٤٢	٢٥٢	٤٤	٢٦٤
١٥-١٦							٦	١		٧	٧	٤٩	٣٤٣	٥٠	٣٥٠
١٧-١٨								٢		٢	٨	١٦	١٢٨	١٦	١٢٨
١٩-٢٠								١	١	٢	٩	١٨	١٦٢	١٧	١٥٣
ت	٤	٤	٧	٦	٦	١٠	٨	٤	١	٥٠		٢٣٥	١٣١٧	٢٤٤	١٣٥٤
ص	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩						
ت ص	٤	٨	٢١	٢٤	٣٠	٦	٥٦	٣٢	٩	٢٤٤					
ت ص٢	٤	١٦	٦٣	٩٦	١٥	٣٦٠	٣٩٢	٢٥٦	٨١	١٤١٨					
مجـ س	٦	٩	٢١	٢٣	٢٦	٥٥	٥٤	٣٢	٩	٢٣٥					
مجـ س ص	٦	١٨	٦٣	٩٢	١٣	٣٣٠	٣٧٨	٢٥٦	٨١	١٣٥٤					

جدول (٩٥)

حساب معامل الارتباط بطريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات .

ويدل العمود الرأسي الأول بهذا الجدول على فئات درجات الاختبار الأول س حيث تمتد الفئة الأولى من ٣ إلى ٤ وتمتد الفئة الثانية من ٥ إلى ٦ وتمتد الفئة الثالثة من ٧ إلى ٨ وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا العمود التي تنتهي عند الفئة ١٩ — ٢٠ .

ويدل السطر الأفقى الأول بهذا الجدول على فئات درجات الاختبار الثانى ص حيث تمتد الفئة الأولى من ٨ إلى ٩ وتمتد الفئة الثانية من ١٠ إلى ١١ وتمتد الفئة الثالثة من ١٢ إلى ١٣ ، وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر التى تنتهى عند الفئة ٢٤ ـ ٢٥ .

وتدل الخلايا الداخلية لهذا الجدول على التكرار المزدوج لفئات درجات الاختبارين ، فالخلية الداخلية الأولى التى تحدد أفقياً بالفئة ٣ـ٤ وتحدد رأسيا بالفئة ٨ ـ ٩ تشتمل على تكرار يساوى ٢ ، والخلية الداخلية التى تحدد أفقياً بالفئة ٣ ـ ٤ ورأسياً بالفئة ١٠ ـ ١١ تشتمل على تكرار يساوى ١ ، وهكذا بالنسبة لبقية خلايا التكرار المزدوج لهذا الجدول .

ويدل السطر الأفقى الأول ت الذى يقع فى نهاية الخلايا التكرارية للجدول السابق على تكرار فئات درجات الاختبار ص . فتكرار الفئة الأولى لدرجات الاختبار الثانى ص التى تمتد من ٨ إلى ٩ يساوى ٢ فى الفئة الأولى لدرجات الاختبار الأول س التى تمتد من ٣ إلى ٤ ، ويساوى ٢ فى الفئة الثانية لدرجات الاختبار الأول ص التى تمتد من ٥ إلى ٦ أى أن مجموع هذا التكرار يساوى ٤ . ولذا كتبنا ٤ فى الخلية الأولى للسطر الأفقى الأول ت وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر .

ويدل السطر الأفقى الثانى ص على تدريج فرضى جديد لدرجات الاختبار التالى بحيث تبدأ بـ ١ وتتدرج إلى ٢ ثم إلى ٣ وهكذا خطوة خطوة حتى تنتهى إلى ٩ فى آخر هذا السطر . وهذا التغير لا يؤثر على القيمة العددية لمعامل الارتباط لأن المعادلة العامة للارتباط تصلح بصورتها السابقة للدرجات الخام كما تصلح أيضاً لانحرافات هذه الدرجات عن المتوسط أو عن بدء الفئة الأولى ، وستدرس هذه الفكرة بالتفصيل فى تحليلنا للخواص الإحصائية لمعاملات الارتباط .

وسنستعين بهذا التدريج الفرضى الجديد لتبسيط العمليات الإحصائية لحساب معامل الارتباط .

ويدل السطر الأفقى الثالث ت ص على حاصل ضرب كل تكرار فى الدرجة الفرضية التى تقابله ، فمثلا .

ت = ٤ ، ص = ١ ∴ ت ص = ٤ × ١ = ٤

، ت = ٤ ، ص = ٢ ∴ ت ص = ٤ × ٢ = ٨

، ت = ٧ ، ص = ٣ ∴ ت ص = ٧ × ٣ = ٢١

وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر

ويدل السطر الأفقى الرابع ت ص٢ على حاصل ضرب كل خلية من خلايا السطر ت ص فى الخلية التى تقابلها فى السطر السابق لها ص ، فمثلا .

ت ص = ٤ ، ص = ١ ∴ ت ص٢ = ٤ × ١ = ٤

ت ص = ٨ ، ص = ٢ ∴ ت ص٢ = ٨ × ٢ = ١٦

ت ص = ٢١ ، ص = ٣ ∴ ت ص٢ = ٢١ × ٣ = ٦٣

ويدل السطر الأفقى الخامس مجـ س على حاصل ضرب كل تكرار فئة من فئات الاختبار الأول فى الدرجة الفرضية التى تقابل كل فئة من هذه الفئات ، كما يبينها العمود الرأسى الثانى الذى رمزنا له بالرمز س ، أى أن

تكرار الفئة ٣ ــ ٤ يساوى ٢ ، ودرجتها الفرضيه تساوى ١ (كما يدل على ذلك العمود س ،

∴ حاصل الضرب = ٢ × ١ = ٢

تكرار الفئة ٥ – ٦ يساوى ٢ ، ودرجتها الفرضية تساوى ٢ كما يدل على ذلك العمود س .

∴ حاصل الضرب = ٢ × ٢ = ٤

المجموع يساوى ٢ + ٤ = ٦

ولذا رصدنا ٦ فى الخانة الأولى للسطر الأفقى الخامس مجس ، وهكذا بالنسبة ، لبقية خلايا هذا السطر .

ويدل السطر الأفقى الأخير مج س ص على حاصل ضرب كل خلية من خلايا السطر الأفقى مج س فى الخلية التى تقابلها فى السطر الأفقى ص ، أى أن .

مج س = ٦ ، ص = ١ ∴ مج س ص = ٦ × ١ = ٦

مج س = ٩ ، ص = ٢ ∴ مج س ص = ٩ × ٢ = ١٨

مج س = ٢١ ، ص = ٣ ∴ مج س ص = ٢١ × ٣ = ٦٣

وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر .

ويمكن ان نستطرد فى تحليلنا لهذا الجدول لنوضح طريقة حساب الأعمدة الرأسية ت، س، ت س إلى أن ينتهى بنا التحليل عند مج س ص كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للأسطر الأفقية ت، ص، ت ص حتى انتهى بنا التحليل إلى مج س ص .

وتدل الأسهم المبينة فى الجزء الأيسر السفلى لهذا الجدول على طريقة مراجعة العمليات الإحصائية المختلفة . وهكذا نستطيع الآن أن نحسب معامل ارتباط درجات الاختبار س بدرجات الاختبار ص ، وذلك بالاستعانة بالقيم العددية التالية

$$مج\,س = ٢٣٥ \qquad مج\,س^{٢} = ١٣١٧$$

$$مج\,ص = ٢٤٤ \qquad مج\,ص^{٢} = ١٤١٨$$

$$ن = ٥٠ \qquad مج\,س\,ص = ١٣٥٤$$

للتعويض في المعادلة العامة لحساب معامل الارتباط

$$ر = \frac{ن\ مج\,س\,ص - مج\,س \times مج\,ص}{\sqrt{\left[ن\ مج\,س^{٢} - (مج\,س)^{٢}\right]\left[ن\ مج\,ص^{٢} - (مج\,ص)^{٢}\right]}}$$

$$= \frac{٥٠ \times ١٣٥٤ - ٢٣٥ \times ٢٤٤}{\sqrt{\left[٥٠ \times ١٣١٧ - (٢٣٥)^{٢}\right]\left[٥٠ \times ١٤١٨ - (٢٤٤)^{٢}\right]}}$$

$$= \frac{١٠٣٦٠}{\sqrt{١٠٦٢٥ - ١١٣٦٤}}$$

$$= \frac{١٠٣٦٠}{١٠٩٨٨,٢٨٨٦}$$

$$= ٠,٩٤٢٨$$

$$\therefore ر = ٠,٩٤ \text{ تقريباً}$$

ويمكن أن نحسب معامل ارتباط درجات الاختبارين السابقين بالطريقة العامة دون أن نحسب التكرار المزدوج لفئات الدرجات لندرك من ذلك الفرق بين الطريقتين وأثر كل طريقة على القيمة العددية لمعامل الارتباط .

وسنستعين بالقيم العددية التالية التي حسبت مباشرة من الدرجات الخام للاختبارين لحساب هذا المعامل ،

مج س = ٥٤١	مج س^{2} = ٦٦٧٧
مج ص = ٨١٦	مج ص^{2} = ١٤١٩٦
ن = ٥٠	مج س ص = ٩٦٣٢

من المعادلة التالية :

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مج س ص} - \text{مج س} \times \text{مج ص}}{\sqrt{\left[\text{ن مج س}^{2} - (\text{مج س})^{2}\right]\left[\text{ن مج ص}^{2} - (\text{مج ص})^{2}\right]}}$$

$$= \frac{\text{٥٠} \times \text{٩٦٣٢} - \text{٥٤١} \times \text{٨١٦}}{\sqrt{\left[\text{٥٠} \times \text{٦٦٧٧} - (\text{٥٤١})^{2}\right]\left[\text{٥٠} \times \text{١٤١٩٦} - (\text{٨١٦})^{2}\right]}}$$

$$= \frac{\text{٤٠١٤٤}}{\sqrt{\text{٤١١٦٩} \times \text{٤٣٩٤٤}}}$$

$$= \frac{\text{٤٠١٤٤}}{\text{٤٢٥٣٤,١٤٣٤}}$$

$$= \text{٠,٩٤٣٨}$$

$$\therefore \text{ر} = \underline{\underline{\text{٠,٩٤}}} \text{ تقريباً}$$

وهكذا ندرك أن طريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات لا تختلف في

جوهرها عن الطريقة العامة لحساب معامل الارتباط للدرجات الخام إلا فى أنها تجمع التكرار فى فئات مزدوجة ليسهل على القارىء حساب حاصل ضرب الدرجات أو بمعنى آخر حساب مج س ص بطريقة سريعة .

هذا وتتأثر القيمة العددية لمعامل الارتباط الذى يحسب بطريقة التكرار المزدوج ، بمدى فئات الدرجات وخاصة الرقمين العشريين الثانى والثالث وقد يقتصر هذا التأثر على الرقم العشرى الثالث كما يبدو ذلك واضحاً فى التحليل السابق الذى يقارن نتائج طريقة التكرار المزدوج بنتائج الطريقة العامة . وقد كانت القيمة العددية لمعامل الارتباط بطريقة التكرار المزدوج ٠,٩٤٢٨ ، والقيمة العددية لنفس هذا المعامل بالطريقة العامة ٠,٩٤٣٨ .

هذا ولا نستخدم طريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات فى حساب معامل الارتباط إلا إذا كان عدد الأفراد يزيد على ٤٠ فرداً . وعندما يقل عدد الأفراد عن هذا الحد فإن القيمة العددية لهذا المعامل تتأثر إلى الحد الذى يبعدها عن القيمة الحقيقية للارتباط .

ب — معامل الارتباط الثنائى

مقدمة

يهدف هذا الارتباط إلى قياس التغير الاقترانى القائم بين المقاييس المتتابعة والمقاييس الثنائية . ومن أمثلة ذلك ارتباط درجات أى اختبار بإجابات سؤال ما من أسئلة هذا الاختبار . وتختلف البيانات العددية التى نحصل عليها من الاختبار عن البيانات العددية التى نحصل عليها من السؤال اختلافاً يؤكد أن الأولى متتابعة متصلة يتلو بعضها بعضاً ، والثانية ثنائية فهى إما صحيحة أو خاطئة .

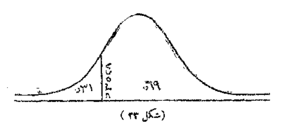
الارتباط الثنائي [1]

وإذا فرضنا أن ثنائية الإجابة عن كل سؤال ثنائية تقريبية تلخص في جوهرها تدريجاً متتابعاً حولناه إلى تدريج ثنائي، أمكننا إحصائياً أن نستعين بطريقة الارتباط الثنائي في حساب ارتباط السؤال بالاختبار. وهذه الفكرة مقبولة إحصائياً لأن ثنائية الإجابة على السؤال ثنائية مصطنعة اصطلح عليها المصححون لسهولة رصد الإجابات المختلفة بطريقة موضوعية سريعة.

وتعتمد فكرة تحويل التدريج الثنائي إلى تدريج متتابع على مساحات المنحنى الاعتدالي المعياري. فإذا استطعنا أن نحسب نسبة الإجابات عن الناحية الإيجابية لهذه الثنائية أمكننا أن نحسب النسبة المكملة لها والتي تساوي نسبة الإجابات عن الناحية السلبية لهذه الثنائية. فإذا كان عدد الذين أجابوا إجابة صحيحة على السؤال الأول مثلا يساوي ٦٩ وكان العدد الكلي للأفراد الذين حاولوا الإجابة على هذا السؤال يساوي ١٠٠ كانت نسبة الذين أجابوا إجابة صحيحة إلى المجموع الكلي للأفراد مساوية $\frac{٦٩}{١٠٠}$ = ٠,٦٩
وبذلك تصبح نسبة الذين أجابوا إجابة خاطئة على هذا السؤال مساوية لـ ١ — ٠,٦٩ = ٠,٣١، ويمكن أن نوضح هذه النسب توضيحاً اعتدالياً معيارياً في الشكل التالي:

---

(١) الارتباط الثنائي Biserial Correlation



(شكل ٣٣)

مثال يوضح فكرة علاقة نسب المقياس الثنائى بالمساحات الاعتدالية المعيارية

أى أن المساحة التى تبدأ من أقصى الطرف الأيسر المنحنى الاعتدالى المعيارى وتمتد حتى تبلغ قيمتها ٠,٣١ تدل على نسبة الضعاف فى هذا التوزيع، والمساحة التى تمتد من الحد الفاصل بين المساحتين حتى تصل إلى أقصى الطرف الأيمن للتوزيع تدل على نسبة الأقوياء فى هذا التوزيع . والحد الفاصل بين النسبتين أو المساحتين هو الارتفاع الاعتدالى المعيارى الذى يساوى ٠,٣٥٢٨ . وقد استعنا بجدول المساحات الاعتدالية المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول ٤) لمعرفة الارتفاع المعيارى الذى يفصل النسبتين أو المساحتين ، وقد دلت البيانات العددية لهذا الجدول على أن الارتفاع الاعتدالى الذى يقابل المساحة الصغرى ٠,٣١ والمساحة الكبرى ٠,٦٩ هو ٠,٣٥٢٨ كما بينا ذلك فى شكل ٣٣ .

وسنستعين بهذه الفكرة التى تعتمد على الارتفاع الاعتدالى المعيارى الذى يحدد المساحات المعيارية أو نسب المقياس الثنائى فى حساب هذا الارتباط والجدول التالى يوضح طريقة حساب هذا الارتباط الثنائى .

درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول
٢٧	٠	٢٦	١	٢٢	٠	٢٦	٠	٢١	٠
٢٤	٠	٢٣	٠	٢٥	٠	٢٦	٠	٢٦	٠
٣٠	١	٢٣	٠	٢٨	١	٢٣	٠	٢٣	١
٢٥	٠	٢٩	١	٢٨	٠	٢٣	٠	٢٧	١
٢٧	٠	٢٢	٠	٢٧	١	٢٧	١	٢٦	١

(جدول ٩٦)

اقتران درجات الاختبار بدرجات السؤال الأول

أى أن الطالب الأول الذى حصل على ٢٧ درجة فى هذا الاختبار أجاب إجابة خاطئة على السؤال الأول وبذلك أصبحت درجته فى هذا السؤال صفراً، والطالب الثالث الذى حصل على ٣٠ درجة فى هذا الاختبار أجاب إجابة صحيحة على السؤال الأول وبذلك أصبحت درجته فى هذا السؤال واحداً. وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات.

هذه البيانات العددية بصورتها الراهنة التى تدل على الاقتران القائم بين درجات الاختبار وثنائية السؤال الأول لا تصلح لحساب معامل الارتباط. وعلينا أن نعيد صياغتها فى تنظيم جديد يصلح لهذه العملية.

وجدول ٩٧ يوضح فكرة هذا التنظيم الجديد وخطواته التمهيدية، حيث يدل العمود الأول على ترتيب درجات الاختبار ترتيباً تصاعدياً، ويدل العمود الأخير على تكرار هذه الدرجات. ويدل العمود الثانى على تكرار اقتران إجابات السؤال الأول الصحيحة، بدرجات الاختبار، ويدل العمود الثالث على اقتران إجابات السؤال الأول الخاطئة بدرجات الاختبار.

وهكذا ندرك أن عدد الأفراد الذين حصلوا مثلا على ٢٣ درجة فى هذا الاختبار يساوى ٥ أجاب منهم فرد واحد إجابة صحيحة على السؤال الأول وأجاب منهم أربعة أفراد إجابة خاطئة على هذا السؤال.

درجات الاختبار	تكرار صواب السؤال الأول	تكرار خطأ السؤال الأول	تكرار درجات الاختبار
٢١	٠	١	١
٢٢	٠	٢	٢
٢٣	١	٤	٥
٢٤	٠	١	١
٢٥	٠	٢	٢
٢٦	٢	٣	٥
٢٧	٣	٢	٥
٢٨	١	١	٢
٢٩	١	٠	١
٣٠	١	٠	١
	عدد الأفراد = ٩	عدد الأفراد = ١٦	عدد الأفراد = ٢٥
	مجموع الدرجات = ٢٤٣	مجموع الدرجات = ٣٩١	مجموع الدرجات = ٦٣٣
	المتوسط = ٢٤٣/٩ = ٢٧	المتوسط = ٣٩١/١٦ = ٢٤,٤٤	المتوسط = ٦٣٤/٢٥ = ٢٥,٣٦
	النسبة = ٩/٢٥ = ٠,٣٦	النسبة = ١٦/٢٥ = ٠,٦٤	الانحراف المعيارى = ٢,٣٣

(جدول ٩٧)

حساب معامل الارتباط الثنائى

وتتلخص طريقة حساب معامل الارتباط الثنائى الذى يوضح علاقة درجات الاختبار بإجابات الأفراد على السؤال الأول فى المعادلة التالية .

معامل الارتباط الثنائى

$$= \frac{\text{متوسط الصواب} - \text{متوسط الخطأ}}{\text{الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار}} \times \frac{\text{نسبة الصواب} \times \text{نسبة الخطأ}}{\text{الارتفاع الاعتدالى المقابل لنسبة الصواب}}$$

أى أن

$$ر_{ث} = \frac{م_{ا} - م_{ب}}{ع} \times \frac{ا \times ب}{ى}$$

حيث يدل الرمز $ر_{ث}$ على معامل الارتباط الثنائى

والرمز $م_{ا}$ على متوسط الصواب الذى يساوى ٢٧

والرمز $م_{ب}$ على متوسط الخطأ الذى يساوى ٤٤,٤٤

والرمز ا على نسبة الصواب التى تساوى ٠,٦٤

والرمز ع على الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار الذى يساوى ٢,٣٣

والرمز ى على الارتفاع الاعتدالى المقابل لنسبة الصواب ٠,٣٦ وهو يساوى ٠,٣٧٤١

وعندما نعوض عن قيم هذه الرموز من البيانات العددية التى حسبناها فى جدول ٩٧ نصل إلى أن

$$ر_{ث} = \frac{٢٧ - ٢٤,٤}{٢,٣٣} \times \frac{٠,٣٦ \times ٠,٦٤}{٠,٣٧٤١}$$

$$= \frac{٢,٥٦}{٢,٣٣} \times \frac{٠,٢٣٠٤}{٠,٣٧٤١}$$

$$= \frac{٠,٥٨٩٨}{٠,٨٧١٧}$$

$$ر_{ث} = ٠,٦٨ \text{ تقريباً}$$

الارتباط الثنائي الأصيل[١]

إذا فرضنا أن ثنائية الإجابة على كل سؤال من أسئلة الاختبار ثنائية أصيلة لم تنشأ من تدريج متتابع متصل ، فإن علينا أن نستعين في حساب الاقتران القائم بين درجات الاختبار ودرجات أي سؤال من أسئلته بطريقة الارتباط الثنائي الأصيل . ولا تعتمد هذه الطريقة على ارتفاعات المنحنى اعتدالي ، بل تقوم في جوهرها على نسب الإجابات الصحيحة والخاطئة في المقياس الثنائي الأصيل .

وتتلخص طريقة حساب هذا الارتباط في المعادلة التالية

$$ر_{ث} = \frac{م_{١} - م_{٢}}{ع} \times \sqrt{أ \times ب}$$

حيث يدل الرمز ر_ث على معامل الارتباط الثنائي الأصيل .

وتدل بقية رموز هذه المعادلة على ما دلت عليه رموز المعادلة السابقة .

---

(١) الارتباط الثنائي الأصيل Point Biserial Correlation

وهكذا نستطيع الآن أن نحسب معامل الارتباط الثنائي الأصيل القائم بين درجات الاختبار السابق وسؤاله الأول كما هو مبين بجدول ٩٧

$$\therefore \quad م_1 = ٢٧ \qquad\qquad ا = ٠,٣٦$$

$$م_ب = ٢٤,٤٤ \qquad\qquad ب = ٠,٦٤$$

$$ع = ٢,٣٣$$

$$\therefore \quad ر_ث = \frac{٢٧ - ٢٤,٤٤}{٢,٣٣} \times \sqrt{٠,٣٦ \times ٠,٦٤}$$

$$= \frac{٢,٥٦}{٢,٣٣} \times \sqrt{٠,٢٣٠٤}$$

$$= ١,٠٩٨٧ \times ٠,٤٨$$

$$\therefore \quad ر_ث = ٠,٥٣ \text{ تقريباً}$$

وبما أن العمليات الإحصائية لحساب معاملات الارتباط الثنائي تعتمد على النسب العشرية الصغرى والكبرى، لذلك حسبت النتائج المختلفة لحاصل ضرب تلك النسب وللجذر التربيعي لحاصل ضربها، ولخارج عملية قسمتها على الارتفاع الاعتدالي المعياري في ملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول (١٠) حتى يستعين بها القارىء في حساب هذه المعاملات بطريقة سريعة، فمثلا يدل هذا الجدول على أنه عندما تصبح ا مساوية لـ ٠,٣٦ تصبح قيمة $\sqrt{ا\, ب}$ مساوية ٠,٤٨، وتصبح قيمة $\frac{ا\, ب}{ى}$ مساوية ٠,٦١٥٨، وهكذا تؤدى هذه الفكرة إلى اختصار العمليات الحسابية إلى حد كبير.

جـ ـ معامل الارتباط الثلاثى

توصل بيرت[1] C. Burt إلى صياغة المعادلة الإحصائية التى تصلح لحساب معامل إرتباط أى متغير ثلاثى التقسيم بمتغير آخر متتابع التدريج مثل ارتباط أحد أسئلة الاستفتاء بالدرجات الكلية للاستفتاء وذلك حين تتطلب الإجابة على السؤال اختيار احتمال من احتمالات ثلاثة كأن يطلب إلى الفرد أن يختار أحد الاستجابات التالية :

أوافق ـ لا أدرى ـ أرفض

أو أن ترصد الإجابات على الأسئلة بالطريقة التالية

جيد ـ متوسط ـ ضعيف

وتتلخص المعادلة التى تستخدم فى حساب الارتباط الثلاثى فى الصورة التالية :

$$\text{ر}_{\text{ثم}} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\text{ع}} \times \frac{1}{\frac{\text{ى}_1}{\text{أ}_1} + \frac{\text{ى}_2}{\text{أ}_2}}$$

حيث يدل الرمز $\text{ر}_{\text{ثم}}$ على معامل الارتباط الثلاثى

م_1 على متوسط إجابات أفراد الثلث العلوى أياً كان نوعه مثل أوافق ، أو جيد .

م_2 على متوسط إجابات أفراد الثلث الأخير أياً كان نوعه مثل أرفض أو ضعيف .

---

(1) Faverge, J. M. Méthods Statistiques en Psychologie Appliquée Tome Seconde 1966, P. 170

ع الانحراف المعيارى لدرجات الاستفتاء أو الاختبار أو المقياس .

$ا_١$ نسبة الذين أجابوا بالرفض أو كانت إجاباتهم ضعيفة .

$ى_١$ الارتفاع المعيارى المقابل لـ $ا_١$

$ى_٢$ الارتفاع المعيارى المقابل لـ $ا_٢$

هذا ويجب أن نتذكر أن $ا_١ + ا_٢$ أقل من الواحد الصحيح وذلك بخلاف العلاقة بين ا ، ب فى الارتباط الثنائى حيث كانت ا + ب = ١

ويحسب الارتباط الثلاثى بنفس الطريقة التى حسب بها الارتباط الثنائى . وتستخدم نفس الجداول الإحصائية التى استخدمت فى حساب الارتباط الثنائى فى حساب الارتباط الثلاثى .

د ــ معاملات الارتباط الرباعى[١]

يهدف هذا الارتباط إلى قياس التغير الاقترانى القائم بين المقاييس الثنائية ، ومن أمثلة ذلك ارتباط الاجابات عن أى سؤال فى اختبار ما بإجابات أى سؤال آخر من أسئلة هذا الاختبار .

وتعتمد الطريقة الإحصائية لحساب هذا الارتباط الرباعى على الجدول الرباعى للنسب المختلفة للمقاييس الثنائية ، وتحتوى خلايا هذا الجدول على التكرار المزدوج للاحتمالات التالية .

١ ــ اقتران إجابات السؤال الأول الصحيحة بإجابات السؤال الثانى الصحيحة .

(١) الارتباط الرباعى Tetrachoric Correlation

٢ – اقتران إجابات السؤال الأول الصحيحة بإجابات السؤال الثانى الخاطئة

٣ – اقتران إجابات السؤال الأول الخاطئة بإجابات السؤال الثانى الصحيحة

٤ – اقتران إجابات السؤال الأول الخاطئة بإجابات السؤال الثانى الخاطئة

والمثال التالى يوضح طريقة حساب الارتباط الرباعى لسؤالين من أسئلة إحدى اختبارات الذكاء (١) .

السؤال الثانى	السؤال الثالث	السؤال الثانى	السؤال الثالث	السؤال الثانى	السؤال الثالث	السؤال الثانى	السؤال الثالث	السؤال الثانى	السؤال الثالث
١	١	٠	١	١	١	١	١	١	١
١	١	٠	١	١	١	١	١	١	١
٠	١	٠	٠	٠	١	١	١	٠	٠
١	٠	٠	١	١	١	٠	١	١	١
٠	١	٠	١	١	١	٠	١	٠	١
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٠	١	١	١	١	١	١	١	١	١
١	٠	١	١	١	١	١	١	١	١
٠	١	١	١	١	١	٠	١	١	١
١	١	٠	١	١	١	١	١	٠	١

(جدول ٩٨)

إجابات ١٠ طالباً على السؤال الثانى والثالث من أسئلة الاختبار المصفوفات المتتابعة للذكاء

ويمكن أن نلخص هذا التغير الاقترانى القائم بين ثنائية الإجابة على السؤال

(١) اختبار المصفوفات المتتابعة .

الثاني التي تتلخص نتيجتها في واحد أو صفر وثنائية الإجابة على السؤال الثالث التي تتلخص نتيجتها أيضاً في واحد أو صفر في الجدول الرباعي التالي .

السؤال الثالث \ السؤال الثاني	١	صفر
١	٣١ (ا)	١٥ (ب)
صفر	٢ (حـ)	٢ (د)

(جدول ٩٩)
الجدول الرباعي للتكرار المزدوج

أي أن تكرار اقتران إجابات السؤال الثاني الصحيحة بإجابات السؤال الثالث الصحيحة يساوي ٣١ وتكرار اقتران إجابات السؤال الثاني الصحيحة بإجابات السؤال الثالث الخاطئة يساوي ٢ وتكرار اقتران إجابات السؤال الثاني الخاطئة بإجابات السؤال الثالث الصحيحة يساوي ١٥ وتكرار اقتران إجابات السؤال الثاني الخاطئة بإجابات السؤال الثالث الخاطئة يساوي ٢

ومجموع تكرار خلايا هذا الجدول الرباعي يساوي ٣١ + ١٥ + ٢ + ٢ = ٥٠ أي أنه يساوي عدد الأفراد .

وتتلخص طريقة حساب الارتباط الرباعي بين إجابات هذين السؤالين في المعادلة التالية .

$$ر_{ب} = جتا \left(\frac{١٨٠}{١ + \sqrt{\frac{اد}{بحـ}}} \right)$$

حيث يدل الرمز $ر_ب$ على معامل الارتباط الرباعي .

وتدل الرموز ا ، ب ، حـ ، ى على تكرار خلايا الجدول الرباعي كما يوضحها جدول ٩٩

وبما أن ا = ٣١ ، ب = ١٥

حـ = ٢ ، ى = ٢

$$\therefore \frac{ا ى}{ب حـ} = \frac{٣١ \times ٢}{١٥ \times ٢}$$

$$\text{أى أن } \frac{ا ى}{ب حـ} = ٢,٠٦٧٠$$

$$\therefore \sqrt{\frac{ا ى}{ب حـ}} = ١,٤٣٧٧$$

وعند ما نعوض قيمة $\sqrt{\frac{ا ى}{ب حـ}}$ فى معادلة الارتباط الرباعى نرى أن :

$$ر_ب = \text{جتا} \left(\frac{١٨٠^\circ}{١,٤٣٧٧ + ١} \right)$$

$$= \text{جتا } ٧٣,٨^\circ$$

$$\therefore ر_ب = ٠,٢٨$$

وقد استعنا بجداول حساب المثلثات التى تبين القيمة العددية لجيب تمام زاوية ٧٣,٨° لنصل إلى $ر_ب$ = ٠,٢٨

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب معامل الارتباط الرباعى مباشرة من القيمة العددية لـ $\frac{ا ى}{ب حـ}$ دون حساب الجذر التربيعي لهذه القيمة ودون إجراء

العمليات الحسابية المختلفة التي تتطلبها معادلة الارتباط الرباعي كما هو مبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية في جدول (١١)

والطريقة التالية توضح فكرة هذا الجدول

بما أن $\frac{اء}{ب ح}$ = ٢,٠٦٧ في مثالنا السابق

وبما أن هذه القيمة العددية تقع بين قيمتين من قيم جدول (١١) أو بمعنى آخر .

ر باب	$\frac{اء}{ب ح}$
٠,٢٧٥	٢٠,٤٨
٠,٢٨٥	٢,١٠٥

(جدول ١٠٠)

عينة من جدول حساب معامل الارتباط الرباعي

أي أن القيمة العددية لـ $\frac{اء}{ب ح}$ التي تساوي ٢,٠٦٧ تقع بين ٢,٠٤٨ ، ٢,١٠٥
أي أن معامل الارتباط الرباعي المقابل لـ ٢,٠٦٧ أكبر من ٠,٢٧٥ وأقل من ٠,٢٨٥ أي أنه يساوي ٠,٢٨ تقريباً وهذه هي نفس القيمة العددية لمعامل الارتباط الرباعي كما حسبناها بالمعادلة السابقة .

هذا وعندما تدل بيانات الجدول الرباعي للتكرار المزدوج على أن قيمة ا ء أكبر من ب ح فإن معامل الارتباط يصبح موجباً ، وعندما تدل هذه البيانات على أن قيمة ب ح أكبر من ا ء فإن معامل الارتباط يصبح

سالباً ، وبذلك يجب أن نحسب $\frac{\text{ب ح}}{\text{ا د}}$ بدلا من $\frac{\text{ا د}}{\text{ب ح}}$ فى الحالات السالبة لأن القيمة العددية لهذا الكسر يجب أن تزيد على الواحد الصحيح كما يدل على ذلك جدول (١١) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية . أى أننا فى حسابنا لمعامل الارتباط الرباعى بهذه الطريقة يجب أن تتذكر دائماً أن بسط الكسر السابق أكبر دائماً من مقامه .

وبما أن العملية الإحصائية لحساب الارتباط الرباعى تعتمد فى جوهرها على القيم العددية لخلايا الجدول الرباعى ، إذن فمن العبث أن نحسب الارتباط الرباعى للحالات التى تصبح فيها إحدى خلايا الجدول الرباعى مساوية للصفر أو تقل قيمتها العددية إلى الحد الذى تصبح فيه نسبة تكرارها إلى التكرار الكلى أقل من ٠,٠٥ . والجدول التالى يوضح طريقة حساب تلك النسب التكرارية لجدول ٩٩ فى مثالنا السابق .

٣١	١٥	مج = ٤٦	النسبة = $\frac{٤٦}{٥٠}$ = ٠,٩٢
٢	٣	مج = ٤	النسبة = $\frac{٤}{٥٠}$ = ٠,٠٨
مج = ٣٣	مج = ١٧	مج مج = ٥٠	المراجعة مج = ١,٠٠
النسبة = $\frac{٣٣}{٥٠}$ = ٠,٦٦	النسبة = $\frac{١٧}{٥٠}$ = ٠,٣٤	المراجعة مج = ١,٠٠	

(جدول ١٠١)

طريقة حساب النسب التكرارية لخلايا الجدول الرباعى

وهكذا نرى أن أقل نسبة تكرارية لهذا الجدول تساوى ٠,٠٨ أى أنها أكبر من ٠,٠٥ ولذا حسبنا معامل الارتباط الرباعى لمثالنا السابق .

هذا ونستطيع أن نستعين بفكرة الارتباط الرباعى لحساب معامل

الارتباط التتابعى بطريقة سريعة وذلك بقسمة درجات المقاييس المتتابعة قسمة ثنائية بحيث تصبح قيمة كل درجة من الدرجات التى تقل عن القيمة العددية لوسيط التوزيع التكرارى للدرجات مساوية للصفر ، وقيمة كل درجة من الدرجات التى تزيد عن القيمة العددية لوسيط التوزيع التكرارى للدرجات مساوية للواحد الصحيح . وبذلك نحول المقاييس المتتابعة إلى مقاييس ثنائية ثم نحسب من هذه الثنائية خلايا التكرار المزدوج للجدول الرباعى ومنها نحسب معامل الارتباط الرباعى .

هـ ــ معامل الاقتران الرباعى

اقترح يول Yule معاملا للاقتران الرباعى (١) وهو بالرغم من أنه لا يرقى لدقة معاملات الارتباط المألوفة إلا أنه يصلح لحساب الاقتران الرباعى وخاصة فى الحالات التى لا يصلح لها معامل الارتباط الرباعى .

وتتلخص معادلة الاقتران الرباعى فى الصورة التالية :

$$\text{ر}_{\text{ق}} = \frac{\text{أ ى} - \text{ب حـ}}{\text{أ ى} + \text{ب حـ}}$$

حيث يدل الرمز رق على معامل الاقتران الرباعى

وتدل الرموز أ ، ب ، حـ ، ى على خانات الجدول الرباعى للتكرار المزدوج كما سبق أن بيناها فى الجدول رقم ٩٩ حيث كانت

أ = ٣١ ، ب = ١٤ ، حـ = ٢ ، ى = ٢

(١) Coefficient of association معامل الاقتران الرباعى

∴ رق = $\frac{٣١ \times ٢ - ١٥ \times ٢}{٣١ \times ٢ + ١٥ \times ٢}$

= $\frac{٦٢ - ٣٠}{٦٢ + ٣٠}$

= $\frac{٣٢}{٩٢}$

= ٠,٣٤

= ٠,٣ تقريباً

وهذه تكاد تكون هى القيمة التى حسبناها باستخدام معادلة الارتباط الرباعى التى دلت على أن :

رب = ٠,٢٨

= ٠,٣ تقريباً

وهكذا نرى أهمية معامل الاقتران الرباعى فى حساب الارتباط وخاصة فى الحالات التى يصعب فيها استخدام معامل الارتباط الرباعى وذلك عند ما تقل النسبة التكرارية لأية خلية رباعية عن ٠,٥

و ــ معامل ارتباط الرتب

يهدف هذا الارتباط إلى قياس التغير الاقترانى القائم بين ترتيب الأفراد بالنسبة لصفة ، وترتيبهم بالنسبة لصفة أخرى .

وتعتمد الطريقة الإحصائية لحساب هذا الارتباط على مربعات فروق

رتب كلا المقياسين (١) وخير ما تصلح له هذه الطريقة هو حساب الارتباط لعينة من الأفراد لا يزيد عددها على ٥٠ فرداً وعندما يزيد عدد الأفراد عن هذا الحد فإن العمليات الحسابية تصبح شاقة عسيرة وخاصة عندما تتداخل الرتب في كسور مختلفة .

والمثال التالى يوضح طريقة حساب هذا الارتباط .

ترتيب الأفراد في الذكاء	ترتيب الأفراد في الحساب	الفرق ق	مربع الفرق $ق^{٢}$
١	٣	— ٢	٤
٢	١	+ ١	١
٣	٢	+ ١	١
٤	٥	— ١	١
٥	٤	+ ١	١
			مجـ$ق^{٢}$ = ٨

(جدول ١٠٢)
حساب معامل ارتباط الرتب

وتتلخص أهم العمليات الإحصائية لحســــاب معامل ارتباط الرتب في الخطوات التالية :

١ — يرصد ترتيب الأفراد في الاختبار الأول كما يدل على ذلك العمود الأول في جدول ١٠٢

(١) ارتباط فروق الرتب لسبيرمان .
Spearman's Rank - Difference Correlation.

٢ – يرصد ترتيب الأفراد في الاختبار الثاني كما يدل على ذلك العمود الثاني في الجدول السابق .

٣ – يحسب فرق الترتيب في الاختبارين وذلك بطرح ترتيب كل فرد في الاختبار الثاني من ترتيبه في الاختبار الأول . فمثلا ترتيب الفرد الأول في الاختبار الأول يساوي ١ وترتيب نفس هذا الفرد في الاختبار الثاني يساوي ٣ وبذلك يصبح الفرق مساوياً ١ – ٣ = – ٢ كما يدل على ذلك العدد الأول بالعمود الثالث من الجدول السابق .

٤ – تربع هذه الفروق وترصد قيمتها العددية في العمود الرابع ف^2 ثم تجمع هذه المربعات كما هو مبين في نهاية هذا العمود ، أي أن $\text{مج ف}^2 = 8$

٥ – يحسب ارتباط الرتب بمعادلة سبيرمان C. Spearman التالية

$$\text{ر} = 1 - \frac{6\,\text{مج ف}^2}{\text{ن}\,(\text{ن}^2 - 1)}$$

حيث يدل الرمز ر على معامل ارتباط الرتب .

ويدل الرمز مج ف^2 على مجموع مربعات فروق الرتب .

ويدل الرمز ن على عدد الأفراد .

وبما أن $\text{مج ف}^2 = 8$ ، $\text{ن} = 5$

$$\therefore \text{ر} = 1 - \frac{6 \times 8}{5\,(25 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 8}{5 \times 24}$$

$$= 1 - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{3}{5}$$

$$\therefore \text{ر} = 0.6$$

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب قيمة $\frac{6}{ن(ن^2-1)}$ مباشرة من جدول (١٢) المبين بملحق الجداول الإحصائية الذى يدل على القيمة العشرية لهذا الكسر بالنسبة لقيم ن التى تبدأ بـ ٥ وتنتهى إلى ٦٤ .

وبما أن ن فى مثالنا الراهن تساوى ٥

$$\text{إذن}\quad \frac{6}{ن(ن^2-1)} = ٠,٠٥ \quad \text{كما يدل على ذلك جدول (١٢)}$$

$$\therefore ر = ١ - ٨ \times ٠,٠٥$$

$$= ١ - ٠,٤٠$$

$$\therefore ر = ٠,٦$$

وهذه هى نفس القيمة العددية لمعامل ارتباط الرتب الذى حصلنا عليه قبل ذلك .

أهم الخواص الإحصائية لمعاملات الارتباط

تتلخص أهم الخواص الإحصائية لمعاملات الارتباط فى النواحى التالية :

١ — حدود الارتباط

يصل الارتباط إلى نهايته العظمى عند ما يقترن تغير درجات الظاهرة الأولى اقترانا تاماً بتغير درجات الظاهرة الثانية ، وهذا الارتباط التام قد يكون موجباً أو سالباً . ومن أمثلة الارتباط التام الموجب اقتران زيادة درجات الظاهرة الأولى بزيادة درجات الظاهرة الثانية بحيث يظل ترتيب الأفراد بالنسبة لدرجات الظاهرتين ثابتاً لا يتغير . والأمثلة العددية التالية توضح هذه الفكرة .

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثانى
أ	١	١
ب	٢	٢
حـ	٣	٣
ء	٤	٤
هـ	٥	٥
ر = + ١		

جدول ١٠٣
مثال عددى لمعامل ارتباط موجب تام

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثانى
أ	١	١
ب	٢	٤
حـ	٣	٥
ء	٤	٧
هـ	٥	٩
ر = + ١		

جدول ١٠٤
مثال عددى آخر لمعامل ارتباط موجب تام

هذا ويستطيع القارىء أن يتحقق إحصائيا من صحة هذه الفكرة بحساب معامل الارتباط لدرجات جدول ١٠٣ ، وبحساب معامل ارتباط جدول ١٠٤

ومن أمثلة الارتباط التام السالب اقتران زيادة درجات الظاهرة الأولى بنقصان درجات الظاهرة الثانية بحيث تعكس درجات المقياس الثانى ترتيب درجات المقياس الأول للأفراد .

والأمثلة العددية التالية توضح هذه الفكرة .

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثانى
أ	١	٥
ب	٢	٤
حـ	٣	٣
ى	٤	٢
هـ	٥	١
ر = — ١		

(جدول ١٠٥)

مثال عددى لمعامل ارتباط سالب تام

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثانى
أ	١	٩
ب	٢	٧
حـ	٣	٥
ى	٤	٤
هـ	٥	١
ر = — ١		

(جدول ١٠٦)

مثال عددى آخر لمعامل ارتباط سالب تام

وهكذا تمتد الحدود الحقيقة لمدى تغير الارتباط من + إلى — ١ أى من الارتباط الموجب التام إلى الارتباط السالب التام . هذا وقد تصل القيمة العددية للارتباط إلى الصفر عندما يتلاشى التغير الاقترانى لدرجات المقياسين .

ب — زيادة أو نقصان الدرجات بكمية ثابتة

لا يتأثر معامل الارتباط بزيادة أو نقصان درجات الاختبارات بكمية ثابتة . فإذا أضفنا عدداً ثابتاً مثل ٥ إلى جميع درجات أى اختبار فإن هذه الإضافة لا تؤثر فى ترتيب الأفراد بالنسبة لدرجات الاختبار ويبقى التغير الاقترانى القائم بين الاختبارين كما هو ولا يتأثر بهذه الإضافة . وكذلك إذا طرحنا عدداً ثابتاً مثل ٦ من جميع درجات أى اختبار فإن هذا النقصان لا يؤثر فى الترتيب .

هذا ويمكن أن نستعين بهذه الفكرة فى تبسيط العمليات الحسابية وذلك بطرح عدد ثابت من درجات الاختبارات التى نحسب معاملات ارتباطها ، والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

الأفراد	الاختبار الأول س	الاختبار الثانى ص
ا	٢	٢٥
ب	٣	٢٧
حـ	٥	٢٦
د	٨	٢٩
هـ	١٠	٢٨
ر = ٠,٨		

(جدول ١٠٧)

معامل ارتباط الدرجات الأصلية يساوى ٠,٨

الأفراد	س — ١	ص — ٢٤
ا	١	١
ب	٢	٣
حـ	٤	٢
د	٧	٥
هـ	٩	٤
ر = ٠,٨		

(جدول ١٠٨)

معامل أرتباط الدرجات بعد طرح ١ من درجات الاختبار الأول وطرح ٥ من درجات الاختبار الثانى يساوى ٠,٨ أيضاً

أى أن معامل الارتباط لم يتغير بطرح واحد صحيح من كل درجة من درجات الاختبار الأول س وبطرح ٢٤ من كل درجة من درجات الاختبار الثانى ص .

حـ — متوسطات معاملات الارتباط

يميل التوزيع التكرارى لمعاملات الارتباط إلى الالتواء ، وخاصة عندما تزداد القيم العددية لتلك المعاملات . ولذلك يقترب التوزيع التكرارى لمعاملات الارتباط من التوزيع الاعتدالى كلما اقتربت القيم العددية للارتباطات من الصفر ؛ ويلتوى التواء شديداً كلما اقتربت الارتباطات من الواحد الصحيح . وبذلك يقترب التوزيع التكرارى لمعاملات الارتباط من التوزيع الاعتدالى كلما اقتربت القيم العددية لتلك الارتباطات من الصفر ؛ ويلتوى التواء شديداً كلما اقتربت الارتباطات من الواحد الصحيح .

وقد لجأ فيشر R. A. Fisher إلى تحويل القيم العددية لتلك المعاملات إلى صورة رياضية جديدة تقيم عوج ذلك التوزيع وتصلح من التوائه وتنحو به نحو التوزيع الاعتدالي . وتتلخص طريقة فيشر في تحويل معاملات الارتباط إلى معاملات لوغاريتمية تعتدل في توزيعها التكراري . والمعادلة التالية توضح فكرة هذا التحويل .

ر = ½ [لو هـ (١ + ر) − لو هـ (١ − ر)]

ر. = ½ × ٢,٣٠٢٦ [لو١٠ (١ + ر) − لو١٠ (١ − ر)]

حيث يدل الرمز ر على المعامل اللوغاريتمي للارتباط

ويدل الرمز ر على معامل الارتباط

ويدل الرمز لو هـ على اللوغاريتم الطبيعي

ويدل الرمز لو١٠ على اللوغاريتم الذي أساسه ١٠

هذا وعندما تقل قيمة ر عن ٠,٢٥ فإنها تساوي ر ولذلك لا تحسب تلك القيم اللوغاريتمية إلا إذا زادت القيمة العددية لـ ر على ٠,٢٥ .

ولهذه الفكرة أهميتها الإحصائية في حساب متوسطات معاملات الارتباط وذلك لأن الالتواء الشديد للتوزيع التكراري يؤثر على صحة متوسط التوزيع . ولذا تحول معاملات الارتباط ر إلى مقابلاتها اللوغاريتمية ر ثم يحسب متوسط القيم العددية لـ ر ثم يحول هذا المتوسط إلى صورته الأصلية ر .

وبما أن عملية تحويل ر إلى ر تستغرق وقتاً وجهداً كبيراً كما تدل على ذلك المعادلة السابقة ، لذلك رصدت المقابلات اللوغاريتمية ر للارتباط ر في جدول ١٣ المبين بملحق الجداول الإحصائية للنفسية .

والمثال التالي يوضح طريقة حساب متوسط معاملات الارتباط بطريقة المقابلات اللوغاريتمية ش ومقارنة نتائج هذه الطريقة بنتائج حساب المتوسط مباشرة دون أي تحويل .

المقابلات اللوغاريتمية ش	معاملات الارتباط ر
٠,٩٧	٠,٧٥
١,٠٥	٠,٧٨
١,١٩	٠,٨٣
١,٧٤	٠,٩٤
١,٨٣	٠,٩٥
مجـ ش = ٦,٧٨	مجـ ر = ٤,٢٥
م ش = ١,٣٥٦	
م ر = ٠,٨٨	م ر = ٠,٨٥

(جدول ١٠٩)

حساب متوسط معاملات الارتباط بطريقة المقابلات اللوغاريتمية

ويدل العمود الثاني من هذا الجدول على المقابلات اللوغاريتمية لكل معامل من معاملات العمود الأول . فمثلا المقابل اللوغاريتمي ش لمعامل الارتباط ر

الذى يساوى ٠,٧٥ ، هو ٠,٩٧ ، كما يدل على ذلك جدول (١٣) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية . وهكذا بالنسبة لبقية معاملات هذا الجدول .

وقد حسب متوسط معاملات العمود الأول فظهر أنه يساوى ٠,٨٥ ؛ وحسب متوسط المقابلات اللوغاريتمية فظهر أنه يساوى ١,٣٥٦ ثم حول هذا المتوسط إلى مقابلة الارتباطى فظهر أنه يساوى ٠,٨٨ ، كما يدل على ذلك جدول ١٠٩ .

وهكذا ندرك أن الفرق بين المتوسطين فى مثالنا هذا يساوى

٠,٨٨ — ٠,٨٥ = ٠,٠٣

تمارين على الفصل الثامن

أذكر الأنواع المختلفة للتغير الاقترانى وبين علاقة كل نوع من هذه الأنواع بالقياس العقلى

٢ — إحسب معامل الارتباط التتابعى للدرجات التالية بالطريقة العامة .

س	٣٥	٤٥	٥٥	٦٥	٧٥	٨٥	٩٥	١٠٥
ص	٥٠	٩٧	١١٧	١٣٧	١٥٨	١٦٨	١٧٠	٢٧٠

٣ — إحسب معامل الارتباط التتابعى للدرجات التالية بطريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات .

س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص
٦٧	٦٢	٧٧	٧٢	٨١	٦٨	٨٤	٨٨	٨٨	٨٧	٩١	٩٤
٧٠	٦٣	٨٧	٧٩	٨١	٧٠	٨٤	٧٥	٨٨	٨٥	٩٢	٧٦
٧١	٦٠	٨٧	٦٦	٨٢	٧٠	٨٥	٨٩	٨٨	٨٣	٩٢	٨٢
٧٢	٦٦	٧٩	٦٩	٨٢	٧٧	٨٥	٨٤	٨٨	٧٩	٩٣	٧٨
٧٣	٧٤	٧٩	٧٣	٨٣	٦٩	٨٥	٦٩	٨٩	٧٤	٩٣	٨٤
٧٥	٧٤	٨٠	٨٨	٨٣	٧٣	٩٦	٧٠	٨٩	٧٩	٩٤	٧٤
٧٥	٨٣	٨٠	٦٧	٨٣	٨٤	٧٦	٧٣	٨٩	٨٢	٩٤	٧٥
٧٦	٨٧	٨٠	٧٦	٨٤	٨٠	٨٦	٧٦	٨٩	٨٤	٩٤	٨١
٧٦	٦٢	٨٠	٧٥	٨٤	٧٦	٨٧	٧٨	٩٠	٧٣	٩٦	٨٨
٧٧	٦٨	١٨	٨٤	٨٤	٧٤	٨٧	٨٢	٩٠	٧٦	٩٨	٩٣

٤ — إحسب معامل الارتباط الثنائى للدرجات التالية:

الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال
٢٨	١	٢٧	١	٢٣	٠	٢٧	٠	٢٢	٠
٢٥	١	٢٤	٠	٢٦	٠	٣٧	١	٢٧	١
٣١	٠	٢٤	٠	٢٩	١	٢٤	٠	٢٤	١
٢٦	١	٣٠	١	٢٩	١	٢٤	٠	٢٨	١
٢٨	٠	٢٣	٠	٢٨	١	٢٨	١	٢٧	١

٥ — إحسب معامل الارتباط الثنائى الأصيل لدرجات التمرين السابق.

٦ — إحسب معامل الارتباط الرباعى للدرجات التى يبينها مثال ٣ ، وذلك بتحويل هذه الدرجات إلى تدريج ثنائى التقسيم لكل اختبار من اختبارات هذا المثال .

٧ — احسب معامل ارتباط الرتب لدرجات المثال الثانى .

٨ — وضح أهم الخواص الإحصائية لمعاملات الارتباط وبين إلى أى حد نعتمد على هذه الخواص فى تبسيط العمليات الحسابية ، وفى حساب متوسط معاملات الارتباط .

الفصل التاسع

الارتباط الجزئى والانحدار والاغتراب

مقدمة

تعتمد معاملات الارتباط الجزئى (١) ومعادلات الانحدار الإحصائى(٢) ومعاملات الاغتراب (٣) اعتماداً مباشراً على معاملات الارتباط التى سبق أن بيناها فى الفصل السابق من هذا الكتاب . فهى بهذا المعنى تطبيقات إحصائية لهذا الارتباط .

ويهدف الارتباط الجزئى إلى تثبيت أثر العوامل المختلفة وذلك بعزلها عزلا إحصائياً ليستطيع الباحث أن يتحكم فى المتغيرات المختلفة التى يقوم ببحثها وأن يضبطها ضبطاً رياضياً دقيقاً .

ويهدف الانحدار إلى الإفادة من معاملات الارتباط فى التنبؤ الإحصائى الذى يتلخص فى الكشف عن درجات متغير ما بمعرفة الدرجات المقابلة لها فى أى متغير آخر . وبذلك نستطيع أن نتنبأ بالأعمار الزمنية المقابلة لدرجات الاختبارات المختلفة فى حسابنا لمعايير العمر الزمنى بطريقة رياضية أدق من الطريقة التى اعتمدنا عليها فى الفصل الخامس من هذا الكتاب فى تحويلنا للدرجات المختلفة إلى الأعمار العقلية المقابلة .

---

١ — الارتباط الجزئى — Partial Correlation

٢ — معادلات الانحدار — Regression equation

٣ — الاغتراب — Aliénation

ويهدف الاغتراب إلى قياس مدى ابتعاد الظواهر العددية فى تغيرها الاقترانى . فهو بذلك يقيس انعدام هذا التغير الاقترانى .

ا ـ الارتباط الجزئى

معنى الارتباط الجزئى

تقوم فكرة الارتباط الجزئى على تعميم معنى الارتباط حتى يشتمل على حساب التغير الاقترانى لأكثر من ظاهرتين أو اختبارين فإذا علمنا مايلى : ـ

ارتباط الاختبار ا بالاختبار ب

وارتباط الاختبار ا بالاختبار حـ

وارتباط الاختبار ب بالاختبار حـ

أمكننا أن نحسب ارتباط أى اختبارين من هذه الاختبارات بعد عزل أثر الاختبار الثالث عزلا يحول دون تأثيره فى ذلك الارتباط . ويمكن أن نلخص الاحتمالات المختلفة لعزل أثر كل اختبار من هذه الاختبارات فى الاحتمالات التالية : ـــ

١ ارتباط الاختبار ا بالاختبار ب بعد عزل أثر الاختبار الثالث حـ من هذا الارتباط .

وسنرمز لهذا الاحتمال بالرمز ر ا ب . حـ

٢ ـــ ارتباط الاختبار ا بالاختبار حـ بعد عزل أثر الاختبار الثالث ب من هذا الارتباط .

وسنرمز لهذا الاحتمال بالرمز ر ا حـ . ب

٣ ـــ ارتباط الاختبار ب بالاختبار حـ بعد عزل أثر الاختبار الثالث ا من هذا الارتباط .

وسنرمز لهذا الاحتمال بالرمز ر ب حـ . ا

وقد سمى هذا النوع بالارتباط الجزئي لانه يقوم على عزل جزء من العوامل المؤثرة في الارتباط الكلي بين المتغيرين أو الاختبارين ، وبذلك تدل نتيجة هذه العملية على الارتباط الجزئي بدل أن كانت تدل على الارتباط الكلي .

فإذا كان الارتباط بين أطوال الأفراد وأوزانهم مثلا ٠,٨٤ ثم عزلنا أثر العمر الزمني وذلك بحساب ارتباط الطول بالعمر ، والوزن بالعمر ثم عزلنا أثر العمر بطريقة الارتباط الجزئي ودلت نتيجة هذه العملية على أن ارتباط الطول بالوزن أصبح مساوياً ٠,٦٧ . استنتجنا من ذلك أن العمر كان عاملا مساعداً في ارتباط الطول بالوزن لأن القيمة العددية لهذا الارتباط انخفضت بعد عزل أثر العمر .

وإذا دلت نتيجة هذه العملية على أن ارتباط الطول بالوزن أصبح مساوياً ٠,٩١ . استنتجنا من ذلك أن العمر كان عاملا مضاداً في ارتباط الطول بالوزن لأن القيمة العددية لهذا الارتباط ارتفعت بعد عزل أثر العمر .

وإذا دلت نتيجة هذه العملية على أن ارتباط الطول بالوزن لم يتغير بعد عزل أثر العمر وظل الارتباط كما هو ٠,٨٤ كما كان قبل عزل أثر العمر ، استنتجنا من ذلك أن العمر لم يؤثر تأثيراً مساعداً أو ضاراً في ارتباط الطول بالوزن .

ونستطيع أن نستمر في عزل العوامل المختلفة واحداً تلو الآخر لنرى آثار هذا العزل على القيم العددية لمعاملات الارتباط . ونستطيع أيضاً أن نعزل أثر عاملين معاً فنحسب مثلا ارتباط الاختبار ا بالاختبار ب بعد تثبيت أثر الاختبار حـ والاختبار ى معاً ، فنحسب مثلا الارتباط الجزئي للاختبارين ا ، ب عند تثبيت أثر الاختبارين حـ ، ى ونرمز لهذا الارتباط الجزئي المركب بالرمز ر اب.حـ ى وهكذا تتطور عملية الارتباط الجزئي وتمتد حتى تصل إلى عزل أي عدد من العوامل المختلفة .

وسنقتصر فى دراستنا لهذا الارتباط الجزئى على صورته البسيطة التى تتلخص فى عزل أثر اختبار واحد من ارتباط اختبارين أو متغيرين .

حساب الارتباط الجزئى البسيط

يحسب الارتباط الجزئى بالمعادلة التالية :

$$\text{ر}_{\text{اب . ج}} = \frac{\text{ر}_{\text{اب}} - \text{ر}_{\text{اج}} \times \text{ر}_{\text{بج}}}{\sqrt{[1-(\text{ر}_{\text{اج}})^{2}][1-(\text{ر}_{\text{بج}})^{2}]}}$$

حيث يدل الرمز $\text{ر}_{\text{اب . ج}}$ على معامل الارتباط الجزئى بين ا ، ب عند عزل ج .

ويدل الرمز $\text{ر}_{\text{اب}}$ على معامل ارتباط ا ، ب

ويدل الرمز $\text{ر}_{\text{اج}}$ على معامل ارتباط ا ، ج

ويدل الرمز $\text{ر}_{\text{بج}}$ على معامل ارتباط ب ، ج

فإذا حسبنا مثلا معاملات ارتباط الحساب والجبر والهندسة وجدنا أنها ٠,٧٦ ، ٠,٢٨ ، ٠,١٨ على التوالى . أى أن

$\text{ر}_{\text{اب}}$ = ٠,٧٦ حيث يدل الرمز $\text{ر}_{\text{اب}}$ على ارتباط الحساب بالجبر ، ويدل الرمز ا على الحساب والرمز ب على الجبر

$\text{ر}_{\text{اج}}$ = ٠,٨ حيث يدل الرمز $\text{ر}_{\text{اج}}$ على ارتباط الحساب بالهندسة ، ويدل الرمز ج على الهندسة .

$\text{ر}_{\text{بج}}$ = ٠,١٨ حيث يدل الرمز $\text{ر}_{\text{بج}}$ على ارتباط الجبر بالهندسة .

فإننا نستطيع أن نحسب معاملات الارتباط الجزئية وذلك بعزل كل علم من هذه العلوم من ارتباطات العلوم الأخرى .

وعندما نعزل الهندسة من ارتباط الحساب والجبر نرى أن

$$ر_{\text{ا ب . ح}} = \frac{٠,٧٦ - ,٢٨ \times ٠,١٨}{\sqrt{\left[١ - ٠,١٨^{٢}\right]\left[١ - ٠,٢٨^{٢}\right]}}$$

$$\therefore ر_{\text{ا ب . ح}} = ٠,٧٥$$

وعندما نعزل الجبر من ارتباط الحساب والهندسة نرى أن :

$$ر_{\text{ا ح . ب}} = \frac{٠,٢٨ - ٠,٧٦ \times ٠,١٨}{\sqrt{\left[١ - ٠,١٨^{٢}\right]\left[١ - ٠,٧٦^{٢}\right]}}$$

$$\therefore ر_{\text{ا ح . ب}} = ٠,٢٣$$

وعندما نعزل الحساب من ارتباط الجبر والهندسة نرى أن

$$ر_{\text{ب ح . ا}} = \frac{٠,١٨ - ٠,٧٦ \times ٠,٢٨}{\sqrt{\left[١ - ٠,٢٨^{٢}\right]\left[١ - ٠,٧٦^{٢}\right]}}$$

$$\therefore ر_{\text{ب ح . ا}} = \text{صفر}$$

وتمثل هذه الارتباطات أهم نتائج البحث الذى قام به براون (١) W, Brown سنة ١٩١٠ ، وبذلك دلت طريقة الارتباط الجزئى على أن ارتباط الجبر بالهندسة لايقوم إلا على ارتباط الهندسة بالحساب ، وارتباط الجبر بالحساب ، أى أن الحساب هو القدر المشترك بين هذين العلمين . وقد أيدت التجارب التى

---

(1) - Brown, W. An Objective Study of Mathematical Intelligence, Biometrika, Vol VII,1910 p.p. 352 - 367

أجريت بعد ذلك صحة نتائج براون التى اعتمدت فى جوهرها على الارتباط الجزئى، والتى أكدت عدم تجانس تلك العلوم الرياضية. ولهذا البحث، والأبحاث التى تلته أهميتها القصوى فى فهمنا للتحصيل الرياضى على أنه نشاط معقد مركب يقوم على نواحى تحصيلية عدة، وفى فهمنا للقدرة الرياضية على أنها قدرة مركبة تعتمد على قدرات عدة تؤلف فيما بينها هذه القدرة المركبة.

وهكذا استطعنا أن نستعين بالارتباط الجزئى لتحليل وفهم ارتباطات العلوم الرياضية فعندما عزلنا الحساب من علاقة الجبر بالهندسة أصبحت هذه العلاقة الجزئية مساوية للصفر بعد أن كانت تساوى ٠,١٨ .

جدول الارتباط الجزئى

حسب مقام معادلة الارتباط الجزئى للقيم العددية المختلفة لمعاملات الارتباط. ورصدت نتائج هذه العمليات فى جدول (١٤) بملحق الجداول الإحصائية النفسية ويستطيع القارىء أن يستعين بهذا الجدول ليحسب بسرعة مقام تلك المعادلة، والتحليل التالى يوضح فكرة هذا الجدول وطريقته.

$$\therefore \text{ر}_{\text{اب.ح}} = \frac{\text{ر}_{\text{اب}} - \text{ر}_{\text{اح}} \times \text{ر}_{\text{بح}}}{\sqrt{\left[1-(\text{ر}_{\text{اح}})^2\right]\left[1-(\text{ر}_{\text{بح}})^2\right]}}$$

$$\therefore \text{ر}_{\text{اب.ح}} = \left(\text{ر}_{\text{اب}} - \text{ر}_{\text{اح}} \times \text{ر}_{\text{بح}}\right)$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{\left[1-(\text{ر}_{\text{اح}})^2\right]\left[1-(\text{ر}_{\text{بح}})^2\right]}}$$

فمثلا إذا كانت ر ا ح = ٠,٢٥

، ر ب ح = ٠,٠٩

أمكننا أن نستعين بجدول ١٤ لمعرفة أن

$$\frac{1}{\sqrt{\left[1-(\text{ر ا ح})^{2}\right]\left[1-(\text{ر ب ح})^{2}\right]}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\left[1-(\text{٠,٢٥})^{2}\right]\left[1-(\text{٠,٠٩})^{2}\right]}}$$

= ١,٠٤ كما يدل على ذلك جدول (١٤)

أى أن

ر ا ب . ح = (ر ا ب − ٠,٢٥ × ٠,٠٩) × ١,٠٤

فإذا كانت ر ا ب = ٠,١٤

∴ ر ا ب . ح = (٠,١٤ − ٠,٢٥ × ٠,٠٩) × ١,٠٤

= (٠,١٤ − ٠,٠٢٢٥) × ١,٠٤

= ٠,١١٧٥ × ١,٠٤

= ٠,١٢٢

وهكذا ندرك أهمية تلك الجداول فى تيسير حساب معامل الارتباط الجزئى وخاصة الجذور التربيعية التى يشتمل عليها مقام تلك المعادلة .

أهمية الارتباط الجزئى فى التحليل العاملى

تعتمد الطرق الإحصائية المختلفة التى تهدف إلى تحليل النشاط العقلى المعرفى إلى قدراته الأولية على الارتباط الجزئى فى صوره المباشرة أو غير المباشرة . ويرجع الفضل إلى سبيرمان C. Spearman فى الإفادة من هذه الفكرة فى تحليل النشاط العقلى إلى قدرة عامة وقدرات أخرى خاصة .

ويتلخص الفرض الجوهرى الذى أقام عليه سبيرمان نظريته فى أنه إذا كانت القدرة العامة هى التى تكمن وراء نواحى النشاط العقلى المختلفة وتؤدى إلى ارتباط الاختبارات التى تقيس هذا النشاط ، فإن هذا الارتباط يتلاشى عند عزل أثر هذه القدرة من ارتباط أى اختبارين من تلك الاختبارات ويصبح مساوياً للصفر

فإذا رمزنا إلى القدرة العامة المشتركة بالرمز ش

ورمزنا إلى الاختبارات العقلية المختلفة بالرموز ا ، ب ، حـ ، ى

$$\therefore \; ر_{اب.ش} = \frac{ر_{اب} - ر_{اش} \times ر_{بش}}{\sqrt{\left[1 - (ر_{اش})^2\right]\left[1 - (ر_{بش})^2\right]}}$$

لكن $ر_{اب.ش}$ = صفر فرضاً

$$\therefore \; ر_{اب} - ر_{اش} \times ر_{بش} = \text{صفر}$$

$$\therefore \; ر_{اب} = ر_{اش} \times ر_{بش}$$

وبالمثل يمكن أن نبرهن على أن

$$\text{ر}_{\text{اح}} = \text{ر}_{\text{اش}} \times \text{ر}_{\text{حش}}$$

$$\therefore \frac{\text{ر}_{\text{اب}}}{\text{ر}_{\text{اح}}} = \frac{\text{ر}_{\text{اش}} \times \text{ر}_{\text{بش}}}{\text{ر}_{\text{اش}} \times \text{ر}_{\text{حش}}}$$

$$\therefore \frac{\text{ر}_{\text{اب}}}{\text{ر}_{\text{اح}}} = \frac{\text{ر}_{\text{بش}}}{\text{ر}_{\text{حش}}}$$

وبالمثل يمكن أن نبرهن أيضاً على أن

$$\frac{\text{ر}_{\text{ءب}}}{\text{ر}_{\text{ءح}}} = \frac{\text{ر}_{\text{بش}}}{\text{ر}_{\text{حش}}}$$

$$\therefore \frac{\text{ر}_{\text{اب}}}{\text{ر}_{\text{اح}}} = \frac{\text{ر}_{\text{ءب}}}{\text{ر}_{\text{ءح}}}$$

$$\therefore \text{ر}_{\text{اب}} \times \text{ر}_{\text{ءح}} - \text{ر}_{\text{اح}} \times \text{ر}_{\text{ءب}} = \text{صفر}$$

وهذه هي المعادلة التي اشتهرت بعد ذلك باسم معادلة الفروق الرباعية لسبيرمان والتي تدل على أنه إذا ما أصبحت قيمة هذه الفروق الرباعية مساوية للصفر فإن الإختبارات التي تؤلف ارتباطات تلك المعادلة ترجع في جوهرها إلى عامل عام مشترك بينها ، وأنه إذا كانت الارتباطات التي تجمع بين تلك الاختبارات ترجع إلى عامل عام مشترك فإن الفروق الرباعية تصبح مساوية للصفر .

هذا ولا يتسع مجال هذا الفصل لدراسة أهم معالم هذه النظرية

ونواحي قصورها ونقصها ، وإنما الذى يعنينا من أمرها الآن أنها تطبيق مباشر لفكرة الارتباط الجزئى .

ب — الانحدار

معنى الانحدار

يهدف الانحدار إلى الإفادة من الارتباط فى التنبؤ . فإذا علمنا معامل ارتباط درجات اختبار الحساب بدرجات اختبار الجبر ، وعلمنا درجة أى طالب فى اختبار الحساب فإننا نستطيع أن نتنبأ بدرجته فى الجبر . وإذا علمنا درجة طالب آخر فى اختبار الجبر فإننا نستطيع أن نتنبأ بدرجته فى الحساب .

ولهذا التنبؤ أهميته النفسية فى الإفادة من اختبارات الاستعدادات العقلية المختلفة التى تهدف إلى التنبؤ بمستويات الأفراد فى نواحى النشاط الجديدة التى لم يمارسوها من قبل .

وقد سمى هذا المفهوم الإحصائى بالانحدار لأنه ينحدر فى تقديره للدرجات المختلفة نحو المتوسط ولذا تسمى معادلات الانحدار أحياناً بمعادلات خطوط المتوسطات . وترجع فكرة هذه الخطوط إلى جداول التكرار المزدوج التى استعنا بها فى حسابنا لمعاملات ارتباط فئات الدرجات . وعندما نصل متوسطات أعمدة جداول التكرار المزدوج بخط يوضح اتجاهها فإن هذا الخط يسمى انحدار الاختبار الأول وعندما نصل متوسطات أسطر جداول التكرار المزدوج بخط يوضح اتجاهها فإن هذا الخط يسمى خط انحدار الاختبار الثانى :

وهكذا ندرك معنى هذا الانحدار وأهميته فى التنبؤ بدرجات الاختبار الثانى ص من درجات الاختبار الأول س ويسمى هذا النوع من التنبؤ بانحدار

ص على س ؛ ونستطيع أيضاً أن نتنبأ بدرجات الاختبار الأول س من درجات الاختبار الثانى ص ويسمى هذا النوع س على ص .

حساب الانحدار

تعتمد معادلات الانحدار على معاملات الارتباط ، وعلى الانحرافات المعيارية ، وعلى المتوسطات ، فهى بذلك تستعين بأهم المقاييس الإحصائية فى حسابها لهذا التنبؤ .

ا — استنتاج ص من س

تتلخص معادلة انحـــدار ص على س أو استنتاج ص من س فى الصورة التالية .

$$ص = ر \times \frac{ع_{ص}}{ع_{س}}(س - م_{س}) + م_{ص}$$

حيث يدل الرمز ص على الدرجة المجهولة التى نستنتجها من الدرجة المقابلة لها س
ويدل الرمز ر على معامل ارتباط درجات الاختبـار ص بدرجات الاختبار س .

ويدل الرمز $ع_{ص}$ على الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار ص

ويدل الرمز $ع_{س}$ على الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار س

ويدل الرمز $م_{س}$ على متوسط درجات الاختبار س

ويدل الرمز $م_{ص}$ على متوسط درجات الاختبار ص ،

ويمكن أن نعيد صياغة هذه المعادلة فى الصورة التالية :

$$\text{ص} - \text{م}_{\text{ص}} = \text{ر} \times \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}} (\text{س} - \text{م}_{\text{س}})$$

أى أن

$$\text{انحراف ص} = \text{معامل الارتباط} \times \frac{\text{الانحراف المعيارى لـ ص}}{\text{الانحراف المعيارى لـ س}} \times \text{انحراف س}$$

$$\therefore \text{ح}_{\text{ص}} = \text{ر} \times \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}} \times \text{ح}_{\text{س}}$$

وهكذا تبين لنا المعادلة الأولى الطريقة الإحصائية للتنبؤ بالدرجة ص من الدرجة المقابلة لها س ، وتبين المعادلة الثانية الطريقة الإحصائية للتنبؤ بانحراف الدرجة ص من انحراف الدرجة س المقابلة لها .

والجدول التالى يوضح طريقة حساب معادلة الانحدار .

الأفراد	الاختبار الأول س	س^{2}	الاختبار الثانى ص	ص^{2}	س ص
ا	٢	٤	٥	٢٥	١٠
ب	٣	٩	٧	٤٩	٢١
حـ	٧	٤٩	٦	٣٦	٤٢
ء	١٨	٣٢٤	١٢	١٤٤	٢١٦
هـ	٢٠	٤٠٠	١٠	١٠٠	٢٠٠
ن = ٥	مجـ س = ٥٠ م س = ١٠ ع س = ٧,٥٦	مجـ س^{2} = ٧٨٦	مجـ ص = ٤٠ م ص = ٨ ع ص = ٢,٦١	مجـ ص^{2} = ٣٥٤	س مجـ ص = ٤٨٩

(جدول ١١٠)

الخطوات الرئيسية لحساب معادلة الانحدار

وهكذا يوضح هذا الجدول طريقة حساب المقاييس الإحصائية اللازمة لمعادلة الانحدار .

ويدل العمود الثانى على درجات الاختبار س ومتوسطها $\text{م}_{\text{س}}$ = ١٠ وانحرافها المعيارى $\text{ع}_{\text{س}}$ = ٧,٥٦

ويدل العمود الرابع على درجات الاختبار ص ومتوسطها $\text{م}_{\text{ص}}$ = ٨ وانحرافها المعيارى $\text{ع}_{\text{ص}}$ = ٢,٦١

وسنستعين بباقى أعمدة هذا الجدول فى حساب معامل ارتباط الاختبار س بالاختبار ص وبما أن معادلة معامل ارتباط الدرجات الخام .

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\sqrt{\left[\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}\right]\left[\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}\right]}}$$

$$\therefore \text{ر} = \frac{٥ \times ٤٨٩ - ٥٠ \times ٤٠}{\sqrt{\left[٥ \times ٧٨٦ - (٥٠)^{٢}\right]\left[٥ \times ٣٥٤ - (٤٠)^{٢}\right]}}$$

$$\therefore \text{ر} = ٠,٩٠$$

وهكذا نستطيع الآن أن نحسب معادلة انحدار ص على س بالطريقة التالية

$$\because \text{ص} = \text{ر} \times \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}} \times (\text{س} - \text{م}_{\text{س}}) + \text{م}_{\text{ص}}$$

$$= ٠,٩٠ \times \frac{٢,٦١}{٧,٥٦}(\text{س} - ١٠) + ٨$$

$$= ٠,٣١ (س - ١٠) + ٨$$

$$= ٠,٣١ س - (١٠ \times ٠,٣١) + ٨$$

$$= ٠,٣١ س - ٣,١ + ٨$$

$$\therefore ص = ٠,٣١ س + ٤,٩$$

وهذه هي معادلة انحدار ص على س أو معادلة التنبؤ التي كنا نبحث عنها. فإذا كانت س تساوى ٢ مثلا فإننا نستطيع أن نستعين بهذه المعادلة في التنبؤ بقيمة ص . أي أن

$$ص = ٠,٣١ \times ٢ + ٤,٩$$

$$\therefore ص = ٠,٦٢ + ٤,٩$$

$$\therefore ص = ٥,٤٢$$

أي أن ص = ٥ تقريباً

وهذه هي نفس القيمة العددية للدرجة الصادية التي تقابل الدرجة السينية ٢ كما يبينها جدول ١١٠

هذا ويمكن أن نستعين بهذه المعادلة في التنبؤ بالدرجات البينية التي يحتمل وجودها في الاختبار س . فإذا أردنا مثلا أن نستنتج الدرجة المقابلة للدرجة السينية ٤ فإننا نتبع الخطوات التالية .

$$\therefore ص = ٠,٣١ س + ٤,٩$$

$$\therefore ص = ٠,٣١ \times ٤ + ٤,٩$$

$$= ١,٢٤ + ٤,٩$$

$$= ٦,١٤$$

$$\therefore ص = ٦ \text{ تقريباً}$$

أى أنه إذا حصل طالب ما على درجه تساوى ٤ فى الاختبار الأول س أثناء إجراء الاختبار الثانى ص فإننا نستطيع أى نتنبأ بأن درجته فى الاختبار ص تصبح مساوية ٦ لو أنه أجاب على الاختبار الثانى ص .

هذا ويقترب هذا التنبؤ من القيمة الحقيقية للدرجة المجهولة كلما ارتفعت القيمة العددية لمعامل الارتباط ر . ولذا اقترب تنبؤ مثالنا هذا من الحقيقة لأن ر = ٠,٩٠ . فإذا كانت ر مثلا تساوى ٠,٢ فإن تقديرنا يبتعد جداً عن القيمة الحقيقية لتلك الدرجة المجهولة .

والتحليل التالى الذى يفترض أن ر = ٠,٢ . يوضح هذه الفكرة .

$$\therefore \text{ص} = \text{ر} \times \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}} (\text{س} - \text{م}_{\text{س}}) + \text{م}_{\text{ص}}$$

$$\therefore \text{ص} = ٠,٢ \times \frac{٢,٦١}{٧,٥٦} (\text{س} - ١٠) + ٨$$

$$= \frac{٠,٥٢٢}{٧,٥٦} (\text{س} - ١٠) + ٨$$

$$\therefore \text{ص} = ٠,٠٧ \text{ س} + ٧,٣$$

فإذا كانت س = ٢ مثلا ، فإن

$$\text{ص} = ٠,٠٧ \times ٢ + ٧,٣$$

$$= ٧,٤٤$$

$$\therefore \text{ص} = ٧ \text{ تقريباً}$$

بينما القيمة الحقيقية لـ ص تساوى ٥ كما يدل على ذلك جدول ١١٠

ب — استنتاج س من ص

تتلخص معادلة انحدار س على ص أو استنتاج س من ص فى الصورة التالية

$$س = ر \frac{ع_س}{ع_ص}(ص - م_ص) + م_س$$

وهكذا تبين لنا هذه المعادلة الطريقة الإحصائية للتنبؤ بالدرجة س من الدرجة المقابلة لها ص هذا وسنستعين بنتائج جدول ١١٠ فى تطبيق هذه المعادلة، وبذلك تتخذ هذه المعادلة الصورة التالية :

$$س = ٠,٩٠ \times \frac{٧,٥٦}{٢,٦١}(ص - ٨) + ١٠$$

$$= ٢,٦١ (ص - ٨) + ١٠$$

$$= ٢,٦١ ص - ١٠,٨٨$$

وهذه هى معادلة التنبؤ بالدرجة السينية من الدرجة الصادية المقابلة لها كما يبينها جدول ١١٠ .

فإذا فرضنا أن ص = ٥ وأردنا أن نتنبأ بالقيمة السينية المحتملة لهذه الدرجة الصادية فإننا نتبع الخطوات التالية :

$$\because س = ٢,٦١ ص - ١٠,٨٨$$

$$\therefore س = ٢,٦١ \times ٥ - ١٠,٨٨$$

$$= ١,٦٣$$

$$\therefore س = ٢ \text{ تقريباً}$$

وهذه هي نفس القيمة العددية للدرجة السينية التي تقابل الدرجة الصادية ،
كما يدل على ذلك جدول ١٠٩ .

أهمية الانحدار للمعايير الإحصائية النفسية

بينا في الفصل الخامس من هذا الكتاب طريقة تحويل درجات أي اختبار إلى الأعمار العقلية المقابلة لها ، واعتمدنا في ذلك على حساب متوسط درجات الاختبار في كل سنة من سنين العمر الزمني . ثم أوضحنا طريقة رسم الخط البياني الذي يمثل علاقة متوسطات الدرجات بالأعمار الزمنية المتتابعة ، واعتمدنا في رسمنا لهذا الخط(١) على المحاولة التي تصل نقط الرسم البياني بخط يمر بأكبر عدد منها بحيث يصبح عدد النقط التي تعلو هذا الخط مساوياً لعدد النقط التي تنخفض عنه ، وقد أشرنا إلى أن الطريقة الإحصائية الدقيقة لرسم مثل هذا الخط تعتمد في جوهرها على طريقة تصغير المربعات .

هذا وتهدف معادلة الانحدار إلى تحقيق هذه الفكرة بطريقة إحصائية دقيقة . فإذا أمكننا أن نحسب معامل ارتباط متوسطات الدرجة بالأعمار الزمنية فإننا نستطيع أن نحسب انحدار الأعمار على الدرجات أي نستطيع أن نتنبأ بالعمر المقابل لكل درجة من درجات الاختبار . وبذلك تصبح الأعمار الزمنية هي المتغير السيني وتصبح الدرجات هي المتغير الصادي . وتتحول المشكلة إلى حساب انحدار س على ص أو التنبؤ بالعمر من الدرجة المقابلة لها وهكذا نستطيع أن نصل في النهاية إلى جدول دقيق يمثل معايير الأعمار الزمنية ويصلح لتحديد مستويات الأفراد بالنسبة لدرجات ذلك الاختبار .

---

(١) راجع الفصل الخامس من هذا الكتاب .

ح ـ الاغتراب

معنى الاغتراب

يهدف الاغتراب إلى قياس مدى استقلال الظواهر المعددة وابتعادها واغترابها . فهو بذلك يقيس عكس مايقيسه الارتباط. أي أنه يؤكد الناحية التي لا ترتبط فيها الظواهر المعددة . فهو بذلك يدل على مدى اختفاء التغير الاقتراني .

حساب الاغتراب

يرهن كيلي T. L. Kelley على أن المعادلة التالية تدل على علاقة الاغتراب بالارتباط وتمهد لطريقة حساب الاغتراب .

$$\text{الاغتراب} = \sqrt{\text{١ − مربع الارتباط}}$$

أي أن

$$غ = \sqrt{١ - ر^{٢}}$$

حيث يدل الرمز غ على الاغتراب

ويدل الرمز ر على الارتباط

فمثلا إذا كانت ر = ٠,٥ فإن

$$غ = \sqrt{١ - (٠,٥)^{٢}}$$

$$= \sqrt{1 - ٠{,}٢٥}$$

$$= \sqrt{٠{,}٧٥}$$

∴ ع = ٠,٨٧ تقريباً

وهكذا نرى أن الارتباط الذى يساوى ٠,٥ يقل فى قيمته العددية عن الاغتراب الذى يساوى ٠,٨٧ . ولذلك يحق لنا أن نقرر أن مدى استقلال هاتين الظاهرتين أكثر من مدى ارتباطهما .

وعندما تصبح ر = ٠,٧ ، فإن

$$غ = \sqrt{1 - (٠{,}٧)^2}$$

$$= \sqrt{1 - ٠{,}٤٩}$$

$$= \sqrt{٠{,}٥١}$$

∴ غ = ٠,٧ تقريباً

وهكذا نستطيع أن نعتمد على الاغتراب فى تحديد مدى ثقتنا فى الارتباط. فالارتباط الذى يساوى أو يزيد على ٠,٧ يدل على علاقة أكيدة بين المتغيرين والارتباط الذى ينقص عن ٠,٧ لا يؤكد علاقة أكيدة بين المتغيرين .

وبما أن الانحدار يعتمد فى جوهره على الارتباط . إذن فالارتباط الذى يساوى أو يزيد على ٠,٧ يمهد للتنبؤ الانحدارى الصحيح . والارتباط الذى يقل عن ٠,٧ يبتعد بالانحدار عن التنبؤ الصحيح . وهكذا يحدد الاغتراب مدى التنبؤ الانحدارى .

ونستطيع أن نعتمد على الاغتراب فى حساب النسبة المئوية للثقة فى الارتباط .

فإذا كانت ر = ٠,٥

فإن غ = ٠,٨٧

أى أن النسبة المئوية للاغتراب تساوى ٨٧٪ وبذلك تصبح النسبة المئوية لقوة ثقتنا فى هذا الارتباط المساوى لـ ٠,٥ هى ١٣٪ أى ١٠٠ — ٨٧ = ١٣

وإذا كانت ر = ٠,٨

فإن غ = ٠,٦

أى أن النسبة المئوية للاغتراب تساوى ٦٠ ٪ وبذلك تصبح النسبة المئوية لقوة ثقتنا فى هذ الارتباط الذى يساوى ٠,٨ هى ٤٠ ٪ .

ويسمى هذا المقياس الذى يعتمد على النسبة المئوية للاغتراب بمقياس النسبة المئوية للثقة فى الارتباط ويقاس بالمعادلة التالية .

النسبة المئوية للثقة فى الارتباط = ١٠٠ (١ — غ)

فإذا كانت ر = ٠,٨

فإن غ = ٠,٦

إذن النسبة المئوية للثقة فى هذا الارتباط = ١٠٠ (١ — ٠,٦) = ٤٠

أى أن النسبة المئوية للثقة فى الارتباط الذى يساوى ٠,٨ هى ٤٠ ٪ كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لمعنى مدى الثقة فى الارتباط .

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب الاغتراب مباشرة من جدول (١٥) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية والذى يدل على المقابلات الإغترابية للارتباط. فإذا كانت ر = ٠,٩٦ فإن هذا الجدول يدلنا على أن غ = ٠,٢٨ وهكذا بالنسبة لبقية القيم العددية الأخرى لمعاملات الارتباط.

الاغتراب والارتباط الجزئى

بما أن الارتباط الجزئى يهدف إلى عزل أثر أحد المتغيرات من ارتباط المتغيرين الآخرين. إذن فالعلاقة بين الارتباط الجزئى والاغتراب علاقة وثيقة كما تدل على ذلك معادلة الارتباط الجزئى والتحليل التالى يوضح هذه الفكرة.

$$\text{ر}_{\text{١ب.ح}} = \frac{\text{ر}_{\text{١ب}} - \text{ر}_{\text{١ح}} \times \text{ر}_{\text{ب ح}}}{\sqrt{\left[١ - (\text{ر}_{\text{١ح}})^{٢} \right]} \sqrt{\left[١ - (\text{ر}_{\text{ب ح}})^{٢} \right]}}$$

لكن اغتراب الارتباط ر ١ ح هو

$$\text{غ}_{\text{١ح}} = \sqrt{١ - (\text{ر}_{\text{١ح}})^{٢}}$$

واغتراب الارتباط ر ب ح

$$\text{غ}_{\text{ب ح}} = \sqrt{١ - (\text{ر}_{\text{ب ح}})^{٢}}$$

وهكذا ندرك مدى اعتماد معادلة الارتباط الجزئى على الاغتراب. فإذا عوضنا عن مقام تلك المعادلة بالمقابلات الاغترابية التى تساويه، فإن

$$\text{ر}_{\text{١ب.ح}} = \frac{\text{ر}_{\text{١ب}} - \text{ر}_{\text{١ح}} \times \text{ر}_{\text{ب ح}}}{\text{غ}_{\text{١ح}} \times \text{غ}_{\text{ب ح}}}$$

ولهذه المعادلة أهميتها الرياضية والمنطقية فى فهمنا للفكرة التى يقوم عليها هذا الارتباط الجزئى.

تمارين على الفصل التاسع

١ — ماهى أهم الفروق الجوهرية بين الارتباط الجزئى ، والانحدار ، والاغتراب .

٢ — إلى أى حد تعتمد الأبحاث النفسية على معاملات الارتباط الجزئى فى تحليل نتائج الاختبارات النفسية ، وفى الضبط الاحصائى للتجارب النفسية.

٣ — إذا علمت أن

ر ١ س = ٠,٧٢ ؛ ر ١ ح = ٠,٦٧ ؛ ر س ح = ٠,٦١

فاحسب معاملات الارتباط الجزئى التالية : —

ر ١ س . ح ؛ ر ١ ح . س ؛ ر س ح . ١

وفسر نتائج هذه العملية .

٤ — وضح الأسس الإحصائية النفسية التى اعتمد عليها سبيرمان فى صياغته العلمية لنظرية العاملين ؛ وبين أهمية الارتباط الجزئى فى بناء هذه النظرية .

٥ — ماهى أهم التطبيقات النفسية لمعادلات الانحدار ، وإلى أى حد تختلف طريقة حساب انحدار س على ص عن طريقة حساب ص على س

٦ — إذا علمت أن

ر س ص = ٠,٦١ ؛ ع س = ٧,٦ ؛ ع ص = ٧,٨٥ ؛ م س = ٧٨,١٥
م ص = ١١٥,٢٨

فاحسب معادلة انحدار س على ص ، ومعادلة ص على س

٧ - إلى أى حد يمكننا أن نعتمد على معاملات الاغتراب فى حكمنا على النسبة المئوية للارتباط

إحسب اغتراب معاملات الارتباط التالية : —

ر ا ب = ٠,٧٢ ، ر ا حـ = ٠,٦٧ ، ر ب حـ = ٠,٦١ ، ر س ص = ٠,٦١

٨ — وضح علاقة الاغتراب بالارتباط الجزئى .

الفصل العاشر

نظرية العينات والدلالة الاحصائية

مقدمة

بينا فى الفصول السابقة أهم مقاييس النزعة المركزية ، والتشتت ، والارتباط ، والمعانى الإحصائية النفسية لتلك المقاييس ، وخواصها الرئيسية وتطبيقاتها المختلفة .

ونستطيع أن نعتمد على تلك المقاييس اعتماداً مباشراً فى تصنيفنا للبيانات العددية التى تصف الظواهر المختلفة وفى تحليلنا لنتائج هذا التصنيف . ولذا يسمى هذا النوع الإحصاء الوصفى(١) لأنه يقتصر على وصف تلك الظواهر كما هى فى إطارها المحدود الذى رصدت فيه ، ولا يتعداها إلى أصلها العام .

وعندما يحاول الباحث أن يعتمد على تلك البيانات الإحصائية فى استنتاج المميزات الرئيسية للأصل العام الذى اشتقت منه ، فإنه ينحو بذلك نحو التعميم العلمى للظاهرة التى يبحثها ، ويهدف إلى استنتاج خواصها الإحصائية فى صورتها العامة . ولذا يسمى هذا النوع الاستدلال الإحصائى (٢) لأنه يستدل على الخواص الإحصائية للأصل (٣) من الخواص الإحصائية لإحدى أو بعض

---

(١) الاحصاء الوصفى Descriptive Statistics

(٢) الإستدلال الإحصائى Statistical Inference

(٣) الأصل The Father Population or The Universe

عيناتة . أى أنه يستنتج صفات الكل من الجزء أو الأجزاء التى تنطوى تحت إطاره .

وعندما نستطيع أن نختار تلك العينات اختياراً إحصائياً صحيحاً فإننا نستطيع أن نقترب فى استنتاجنا من الأصل الذى نهدف إليه فى تحليلنا وفى تطبيقاتنا المختلفة .

والمشكلة لا تقف عند هذا الحد بل تمتد فى جوهرها إلى الكشف عن مدى صحة ذلك الاستنتاج ودلالته الإحصائية ، حتى نستطيع أن ندرك مدى ثقتنا فى تعميم نتائج الأبحاث المختلفة التى نقوم بإجرائها .

١ ــ نظرية العينات

معنى العينات وأهميتها

عندما نحاول أن نطبق إحدى الاختبارات النفسية كاختبار الذكاء على طلبة المرحلة الابتدائية فإننا لا نستطيع أحياناً أن نطبق هذا الاختبار على جميع طلبة هذه المرحلة ، وإنما نقتصر على اختيار عينة من الطلبة تتمثل فيها جميع الصفات الرئيسية لجميع طلاب هذه المرحلة . ثم نجرى الاختبار ، ونحسب المعايير ، ونستعين بعد ذلك بتلك النتائج فى الحكم على مستويات جميع طلبة هذه المرحلة . أى أننا نعتمد على تلك العينة التى أجرينا عليها الاختبار فى استنتاج وتحديد مستويات جميع طلبة تلك المرحلة ومثلنا فى ذلك كمثل تاجر القطن الذى يختار عينات متعددة من محصول القطن ثم يختبرها جيداً ليستدل بذلك على مدى جودة ذلك المحصول . وهكذا ندرك أهمية هذه العملية فى توفير الجهد والمال والوقت .

هذا ويشترط فى العينة الجيدة أن تتمثل فيها جميع صفات الأصل الذى

اشتقت منه حتى يصبح استنتاجاً صحيحاً وإلا أخطأنا فى حكمنا على صفات ذلك الأصل . ولا تتحقق هذه الفكرة إلا إذا تساوت احتمالات ظهور كل جزء من أجزاء ذلك الأصل فى العينة المختارة حتى تصبح العينة صورة صادقة لذلك الأصل فى جميع خواصها الإحصائية .

انواع العينات

تنقسم العينات الإحصائية إلى نوعين رئيسيين :

١ ــ العينات الصغيرة ــ وهى التى لا يكاد يتجاوز عدد أفرادها ٣٠

٢ ــ العينات الكبيرة ــ وهى التى يزيد عدد أفرادها على ٣٠

وعندما يصل عدد أفراد العينة إلى ٣٠ فرداً أو ينقص عن ذلك القدر فإن المقاييس الإحصائية لتلك العينات الصغيرة تبتعد إلى حــــد كبير عن المقاييس الإحصائية للأصل الذى اشتقت منه ، وتحتاج عملية الاستدلال الإحصائى إلى وسائل خاصــة فى تحديد مدى الحــكم على صحة نتائج تلك العينات . ولذا تعتمد الطرق الإحصائية فى تعميمها لنتائج العينات على نوعها . أى أن وسائل دراسة العينات الصغيرة تختلف فى بعض نواحيها عن وسائل دراسة العينات الكبيرة وسنحاول أن تقتصر فى تحليلنا لنتائج تلك العينات على العينات الكبيرة لشيوعها فى ميدان علم النفس .

طرق اختيار العينات

تتلخص أهم الطرق الإحصائية لاختيار العينات فى الطريقة العشوائية (١) والطريقة الطبقية (٢) ، والطريقة المقصودة (٣) ، والطريقة العرضية (٤) .

---

(١) الطريقة العشوائية Random Method (٢) الطريقة الطبقية Stratified Method
(٣) الطريقة المقصودة Purposive Method (٤) الطريقة العرضية Accidental Method

١ — الطريقة العشوائية

تعتمد هذه الطريقة على المساواة بين احتمالات الاختيار لكل فرد من أفراد الأصل . أى أنها تعتمد على فكرة الصدفة العشوائية أو القرعة . وتتلخص أبسط وسائلها فى كتابة أسماء جميع أفراد الأصل على بطاقات صغيرة ، وتطوى كل بطاقة حتى يختفى تماماً الاسم الذى كتب عليها ثم تقلب هذه البطاقات حتى تختلط مع بعضها ، ثم نختار بالصدفة أو بالقرعة عدد الأفراد الذى نحدده لتلك العينة .

ونستطيع أيضاً أن نرمز لتلك الأسماء بأعداد ، ثم نكتب تلك الأعداد على قطع معدنية أو بطاقات صغيرة ونضعها فى إناء كبير ونقلبها جيداً ثم نسقط منها قطعة معدنية أو بطاقة ونسجل رقمها ثم نعود لنقلبها ونسقط قطعة أخرى ونسجل رقمها وهكذا نستمر فى هذه العملية حتى نصل إلى الحجم الذى نقدره لتلك العينة .

وقد طبق بعض العلماء [1] هذه الطريقة فى ترتيب الأعداد المختلفة ترتيباً عشوائياً وسجلوا نتائج بحثهم هذا فى جداول تسمى جداول الأعداد العشوائية وبذلك تصبح طريقة اختيار العينة العشوائية واضحة دقيقة سريعة . وقد وضعنا إحدى هذه الجداول فى ملحق الجداول الإحصائية — جدول رقم (١٦) .

فإذا أردنا مثلا أن نختار ٦ أفراد بطريقة عشوائية من جماعة مكونة من ١٠ أفراد فإننا نقرأ السطر الأول من اليمين إلى اليسار أو من اليسار إلى اليمين

---

(1) Kendall M, G. and Smith B B Tables of Random Sampling Numbers, 1951.

ونقرأ الأسطر التى تليه ونسجل الأعداد التى تمتد من ١ إلى ١٠ بالترتيب الذى يوضحه ذلك الجدول حتى نصل إلى الحجم الذى نريده للعينة وهو فى مثالنا هذا يساوى ٥ أفراد . وإذا تكرر أى عدد أثناء الاختيار فعلينا ألا نسجله مرة أخرى .

هذا وتدل الأعداد التالية على السطر الأول فى جداول الأعداد العشوائية .

٤٤٢٥   ٩٢٥٢   ٥١٥٥   ٨٦١٠   ٠٢١٠   ٣٨٠١   ٥٩٦٦   ٢٣١٧   ٤٢٢٨   ٢٠١٧

وبذلك يتلخص اختيارنا لتلك العينة فى الأعداد التالية .

٥ ، ٢ ، ٤ ، ٩ ، ١٠

وعندما نترجم هذه الأعداد إلى الأسماء التى تدل عليها ، فإننا نصل بذلك إلى الاختيار العشوائى لهؤلاء الأفراد .

وإذا أردنا مثلا أن نختار ١٠ أفراد من ٥٠ فرداً فإننا نوزع الاختيار بالتساوى بين الأعداد التى تمتد من ١ إلى ٥٠ وبذلك نختار من الأعداد التى تمتد من ١ إلى ١٠ عددين ، ونختار من الأعداد التى تمتد من ١١ إلى ٢٠ عددين ، وهكذا حتى نصل إلى اختيار عددين من الأعداد التى تمتد من ٤١ إلى ٥٠ .

وقد استعنا بجدول (١٦) فى هذا الاختيار . والأعداد التالية تدل على نتيجة هذه العملية .

٥ ، ٢ ، ١٧ ، ٢٠ ، ٢٣ ، ٢٢ ، ٤٠ ، ٣٨ ، ٤٩ ، ٥٠

ب — الطريقة الطبقية

تعتمد هذه الطريقة على التقسيمات الطبقية الأصل الذى نختار منه العينة . فإذا اتبعنا الطريقة العشوائية مثلا فى اختيار عينة لمحصول حقل زراعى ، فإن

هذه العينة قد لا تمثل جميع الصفات المختلفة لهذا الحقل ، فقد تكون أقسامه المتعددة مختلفة في درجة خصوبتها تبعاً لاختلاف موقعها ، فخصوبة الجزء المجاور لمياه الري ، تختلف عن خصوبة الجزء المجاور للطريق الزراعي . وهذه بدورها تختلف عن خصوبة الجزء المجاور لحقل زراعي آخر ، أو عن خصوبة المنطقة الوسطى لذلك الحقل . وعند ما نستطيع أن نقسم هذا الحقل إلى أجزائه المختلفة ، ثم نختار من كل جزء عينة عشوائية تتناسب في قدرها مع مساحات تلك الأجزاء فإننا بذلك نكون قد قسمنا الحقل إلى مستويات أو طبقات ثم مثلنا كل طبقة تمثيلا صحيحاً في العينة التي انتهينا إليها . وتسمى هذه الوسيلة بالطريقة الطبقية العشوائية .

وهكذا نستطيع أن ندرك أهمية هذه الطريقة وتطبيقاتها المباشرة في ميادين علم النفس والتربية والنواحي الاجتماعية المختلفة . ففي اختيارنا لعينة تمثل تلاميذ المرحلة الأولى يجب أن نراعي التقسيمات والصفات المختلفة لتلاميذ هذه المرحلة ، ونسبة عدد أفراد كل قسم إلى المجموع الكلي للأفراد . فمثلا يمكن أن نقسم هذه الصفات إلى مستويات الأعمار الزمنية ، والفرق الدراسية ، والنواحي الاجتماعية الاقتصادية لـ ، والأعمار العقلية ، والجنس ذكراً كان أم أنثى ؛ وهكذا بالنسبة للصفات الأخرى . وقد سبق أن بينا الأسس العلمية للتصنيف الإحصائي للصفات المختلفة في الفصل الأول من هذا الكتاب(١) .

ويمكن أن نلخص فكرة هذه الطريقة في الخطوات التالية .

١ — يقسم الأصل إلى صفاته الرئيسية المتصلة اتصالا مباشراً بهدف التجربة .

٢ — تحسب نسبة عدد أفراد كل قسم إلى المجموع الكلى للأفراد .

٣ — تختار العينات العشوائية الممثلة لتلك الأقسام المختلفة بحيث يتناسب قدرها مع درجة تركيز الصفة ، أو مجموع تكرار أفرادها .

٤ — تجمع هذه العينات الطبقية العشوائية فى عينة واحدة تمثل الأصل الذى اخترنا منه تلك العينة .

فإذا أردنا مثلا أن نختار عينة طبقية من مجموعة مكونة من ١٠٠٠ فرد ، ينقسمون إلى ذكور وإناث . وكان عدد الذكور يساوى ٤٠٠ وعدد الإناث يساوى ٦٠٠ فإن نسبة الذكور للإناث تساوى ٤ : ٦ ، وأردنا أن نختار من هؤلاء الأفراد ١٠٠ فرد فإننا نختار من الذكور ٤٠ بطريقة عشوائية ، ونختار من الإناث ٦٠ بطريقة عشوائية ، ثم نؤلف من هاتين المجموعتين عينة واحدة ، تشمل على ١٠٠ فرد .

حـ — الطريقة المقصودة

يعتمد بعض الباحثين على خبرتهم السابقة فى اختيار العينة التى يدرسونها . وقد تدل نتائج الأبحاث السابقة على أن إحدى المدارس تمثل المستوى العلمى لمدارس إحدى المناطق التعليمية تمثيلا إحصائياً صحيحاً . وبذلك يسهل على الباحث تحديد إطار الأصل الذى نختار منه العينة . وتسمى هذه الطريقة بالطريقة المقصودة لأنها تعتمد على نوع من أنواع الاختيار المقصود .

وتقوم فكرة هذه الطريقة على أن المدرسة المختارة تمثل جميع مدارس المنطقة ، وأن اختيار عينة عشوائية من هذه المدرسة يمثلها تمثيلا إحصائياً صحيحاً ، وبما أن المدرسة تمثل مدارس المنطقة ، إذن فالعينة المختارة من تلك المدرسة تمثل جميع مدارس المنطقة .

هذا ويجب أن يتأكد الباحث من صدق تمثيل تلك المدرسة لمدارس المنطقة حتى تكون العينة التي يختارها بعد ذلك صحيحة .

د — الطريقة العرضية

قد لا يستطيع الباحث أحياناً أن يستعين بإحدى الطرق السابقة فيلجأ إلى اختيار بعض المدارس القريبة منه بطريقة عرضيه ثم يجرى عليها تجربته ، ويصل إلى نتائجه الإحصائية من دراسة تلك العينة . ولا شك أن هذه النتائج لا تتعدى الإطار الضيق الذى خضع له الباحث فى إجراء تجربته . أى أن نتائجه تنطوى تحت الإحصاء الوصفى أكثر مما تنطوى تحت الاستدلال الإحصائى.

وعند ما يستطيع الباحث أن يثبت صحة اختياره لعينته ، وذلك باختيار عينات أخرى ، ومقارنة نتائجه الأولى بنتائجه التالية ، وإثبات أن المقاييس الإحصائية المختلفة لتلك العينات لا تختلف فى جوهرها من عينة لأخرى ، فإنه يستطيع بعد ذلك التحليل أن يتطور بنتائجه إلى مستوى التعميم .

وهكذا ندرك أهمية قياس مدى صحة اختيار العينة التجريبية لإثبات مدى صلاحية الطرق المختلفة لاختيار العينات . وستتناول فيما يلى الأسس العلمية لهذه الفكرة فى دراستنا للتحليل التتابعى لصحة الاختيار .

التحليل التتابعى لاختيار العينات

العينة الصحيحة هى التى تمثل الأصل الذى تنتمى إليه تمثيلا صادقاً . وتقترب العينة من أصلها كلما اقتربت مقاييسها الإحصائية من مقاييس ذلك

الأصل الذى انتزعت منه . فإذا أمكننا أن نقارن مقاييس النزعة المركزية للعينة بمقاييس النزعة المركزية للأصل ، وكان الفرق بين تلك المقاييس أقل من أن يؤثر فى هذا الاختلاف. وهكذا بالنسبة للمقاييس الإحصائية الأخرى، كانت العينة صورة صادقة لذلك الأصل .

لكن هذه المقارنة ـ فى الأغلب والأعم ـ شاقة صعبة ، ومستحيلة أحياناً، وخاصة إذا كان الأصل الذى تختار منه العينات لا ينتهى إلى حد معلوم أو إطـار ثابت .

وتتلخص الطريقة العملية التى تؤكد مدى مماثلة العينة لأصلها فى اختيار عينات عدة من أصل واحد بحيث تتساوى جميعاً فى عدد أفرادها ، ثم مقارنة متوسطات تلك العينات وانحرافاتها المعيارية ومقاييسها الإحصائية الأخرى ؛ فإن دلت تلك المقارنة على أن تلك الفروق أقل من أن تكون لهادلالة إحصائية حكمنا على جميع تلك العينات بأنها تنتمى إلى أصل واحد، وأمكننا أن نطمئن إليها ، ونؤلف منها جميعاً عينة واحدة تصلح لدراسة الظاهرة التى تجرى عليها تجاربنا العلمية .

وعندما تختلف المقاييس الإحصائية لبعض تلك العينات ، فعلينا أن نختار عينات أخرى حتى تثبت تلك المقاييس وتختفى فروقها الإحصائية ، وهكذا نستطيع أن نعتمد على تلك العينات فى دراسة الأصل الذى تنتمى إليه .

هذا ويستطيع الباحث أن يختار عينة تجريبية بإحدى الطرق السابقة ويحسب مقاييسها الإحصائية المختلفة ثم يضيف لتلك العينة عينة أخرى ، ويحسب المقاييس الإحصائية لتلك العينة الجديدة بعد الإضافة السابقة أى لمجموع أفراد العينة الأولى والثانية معاً ثم يقارن المقاييس الإحصائية للعينة الأولى قبل الإضافة بمقاييس تلك العينة بعد إضافة الثانية لها ، فإن دلت المقارنة على أنه

ليس للفروق القائمة دلالة إحصائية ، اطمأن الباحث إلى صحة تمثيل تلك العينة للأصل الذى تنتمى إليه ، واطمأن أيضاً على حجمها أى على عدد أفرادها وإن دلت المقارنة على أن للفروق القائمة دلالتها الإحصائية ، فعلى الباحث أن يستمر فى تحليله التتابعى وذلك بإضافة عينات أخرى إلى عينته الأولى ثم عليه أن يقارن أثر تلك الإضافات على المقاييس الإحصائية للعينة حتى يثبت ذلك الأثر

هذا ويمكن أن نلخص أهم وسائل التحليل التتابعى لاختيار العينات فى الوسيلتين التاليتين

١ — اختيار عدد من العينات المتساوية فى عدد أفرادها ، من أصل عام ومصدر واحد ، ثم مقارنة متوسطاتها وانحرافاتها ومقاييسها الاحصائية الأخرى

٢ — اختيار عينة واحدة ثم حساب مقاييسها الاحصائية المختلفة وإضافة عينة أخرى إلى العينة الأولى وحساب المقاييس الاحصائية للعينة الجديدة المكونة من العينتين الأولى والثانية وملاحظة مدى تغير القيم العددية لتلك المقاييس الإحصائية . وتستمر عملية الإضافة والمقارنة حتى تختفى تلك الفروق ويتلاشى التغير .

وتدل الطريقة الأولى على صحة عائلة العينة لأصلها ؛ وتدل الطريقة الثانية على ما دلت عليه الطريقة الأولى ، وتدل أيضاً على الحجم المناسب للعينة

(١) التحليل التتابعى Sequential Analysis.

ب ـ الدلالة الإحصائية

معنى الدلالة الاحصائية وأنواعها

تعتمد علاقة العينة بأصلها على طريقة اختيار العينة وعلى عدد أفرادها. وقد سبق أن بينا الطرق الإحصائية لاختيار العينات الصحيحة التي تتمثل فيها صفات الأصل الذي انتزعت منه، والوسائل الإحصائية لتقويم هذا الاختيار. ولخصنا هذه الوسائل التقويمية في التحليل التتابعي للاختيار.

هذا ويزداد اقتراب المقاييس الإحصائية للعينات من مقاييس الأصل كلما ازداد عدد افراد هذه العينات، حتى تنطبق تلك المقاييس على بعضها تمام الانطباق وذلك عندما يصبح عدد أفراد العينة مساوياً لعدد أفراد الأصل، أي عند ما تصبح العينة أصلا، وتتحول بذلك مقاييسها لتدل في جوهرها على الظاهرة الإحصائية في صورتها العامة الصحيحة.

وتهدف الدلالة الإحصائية إلى الكشف عن مدى هذا الاقتراب. ولذا تزداد ثقتنا في مقاييس العينة كلما اقتربت من أصلها؛ أو كلما كان تذبذبها حول هذا الأصل ضيقاً. أو بمعنى آخر كلما كان انحرافها عن مقاييس الأصل صغيراً.

ويقاس هذا الانحراف بأهم مقياس للتشتت وهو الانحراف المعياري للمتوسطات والمقاييس الإحصائية الأخرى ويسمى هذا النوع بالخطأ المعياري(١) لأنه يدل على مدى الخطأ المحتمل لتلك المقاييس في ابتعادها أو اقترابها من أصلها الذي انتزعت منه.

هذا ونستطيع أن نحدد مدى الانحرافات المعيارية لتلك المقاييس لنحدد

---

(١) الخطأ المعياري Standard Error

بذلك مدى ثقتنا فيها ، فالمدى الذى يمتد من — ع إلى + ع يختلف عن المدى الذى يمتد من — ٢ ع إلى + ٢ ع ؛ وهكذا نستطيع أن نستطرد فى تحديد هذا المدى إلى المستوى الذى يقرر حدود الثقة فى تلك المقاييس . وتسمى هذه الفكرة دلالة حدود الثقة (٢) .

وعند ما نقيس الدلالة الإحصائية لمعاملات الارتباط ، نستطرد فى فكرتنا لنقرر ما إذا كان الارتباط قائماً فعلا أم أنه يرجع فى جوهره إلى أخطاء العينات . فإذا كان الارتباط حقيقياً فإنه لا يساوى صفراً ، وإن كان غير قائم فى حقيقته فهو إذن يساوى صفراً . أى أننا نقيس مدى ابتعاده أو اقترابه من الصفر ، وتسمى هذه الفكرة دلالة الفرض الصفرى (٣) .

الخطأ المعيارى

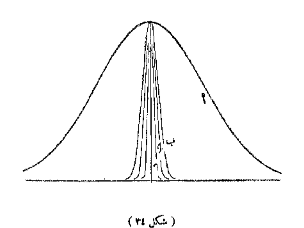
تعتمد فكرة الخطأ المعيارى للمقاييس الإحصائية المختلفة على التوزيع التكرارى لتلك المقاييس . فإذا اخترنا بعض العينات المتساوية فى عدد أفرادها ، وكان الاختيار من أصل واحد ، ثم حسبنا مثلا متوسطات تلك العينات ، فإن التوزيع التكرارى لتلك المتوسطات يميل إلى أن يكون اعتدالياً فى توزيعه . وكلما كان حجم تلك العينات كبيراً ، أى كلما كثر عدد أفرادها ، صغر انحرافها المعيارى وضاق تبعاً لذلك انحرافها عن متوسطها العام . والشكل التالى يوضح هذه الفكرة (٣) .

---

(٢) حدود الثقة Confidence Limits

(٣) الفرض الصفرى Null Hypothesis

Dawson, S. An Introduction to the Computation of Statistics, 1933 P. 96.



(شكل ٣٤)

علاقة التوزيع التكراري لمتوسطات العينات بعدد أفرادها

ويدل المنحنى ا على التوزيع التكراري للأصل ، ويدل المنحنى ب على التوزيع التكراري لمتوسطات العينات التي يساوي عدد أفراد كل منها ٤٩ فرداً ، ويدل المنحنى حـ على التوزيع التكراري لمتوسطات العينات التي يساوي عدد أفراد كل منها ١٠٠ فرد ، ويدل المنحنى ى على التوزيع التكراري لمتوسطات العينات التي يساوي عدد أفراد كل منها ٤٠٠ فرد . وهكذا نرى أن الانحراف المعياري لتلك التوزيعات يضيق ويصغر كلما كثر عدد أفرادها . أي أن انحراف متوسطات العينات عن المتوسط الحقيقي يتناسب تناسباً عكسياً مع عدد أفراد تلك العينات .

وقد كشفت الأبحاث الإحصائية الرياضية عن الصور المختلفة لهذا التناسب . وهكذا نستطيع أن نعتمد على نتائج تلك الأبحاث في قياسنا للأخطاء المعيارية للمتوسط وللمقاييس الإحصائية المختلفة .

الخطأ المعياري للمتوسط

تعتمد طريقة قياس الخطأ المعياري للمتوسط على الانحراف المعياري للعينة وعلى عدد أفرادها . وهو يتناسب تناسباً طردياً مع الانحراف المعياري ، وتناسباً عكسياً مع الجذر التربيعي لعدد أفراد العينة ، أي أن

$$\text{الخطأ المعياري للمتوسط} = \frac{\text{الانحراف المعياري للعينة}}{\text{الجذر التربيعي لعدد أفراد العينة}}$$

$$\therefore ع_م = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

حيث يدل الرمز $ع_م$ على الخطأ المعياري للمتوسط .

فإذا كان متوسط درجات إحدى العينات يساوي ٢٩,٥٥

والانحراف المعياري لهذه الدرجات يساوي ٨,٩٨

وعدد أفراد العينة يساوي ٣٥٠

$$\therefore ع_م = \frac{٨,٩٨}{\sqrt{٣٥٠}}$$

$$= \frac{٨,٩٨}{١٨,٧٠٨٣}$$

$= ٠,٤٨$ تقريباً

أي أن الانحراف المعياري للعينات التي تنتمي إلى الأصل الذي اخترنا منه هذه العينة يساوي ٠,٤٨ ، وبذلك يصبح الخطأ المعياري لمتوسط هذه العينة يساوي ٠,٤٨ ، أي أن حدود هذا المتوسط هي :

المتوسط + الخطأ المعياري = ٨,٩٨ + ٠,٤٨

= ٩,٤٦

والمتوسط — الخطأ المعيارى = ٨,٩٨ — ٠,٤٨

= ٨,٥٠

وبذلك تمتد القيمة العددية لمتوسط هذه العينة من ٨,٥٠ إلى ٩,٤٦

وبما أن التوزيع التكرارى للمتوسطات يميل إلى أن يكون اعتدالياً فى شكله العام ، وبما أن المساحة الاعتدالية المحصورة بين — ع ، + ع فى التوزيع الاعتدالى تساوى ٦٨ ٪ كما يدل على ذلك جدول المساحات المعيارية المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول ٤) أو جدول الارتفاعات المعيارية المبين أيضاً بملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول ٣) . وبذلك تصبح نسبة المساحة الاعتدالية المحصورة بين — ع ، + ع إلى المساحة الكلية حوالى ٢ : ٣ واحتمال وقوع المتوسط خارج هذا المدى هو ١ : ٣ أى أن نسبة احتمال وجود هذا المتوسط فى هذا المدى إلى احتمال عدم وجوده فى هذا المدى تساوى ٢ : ١

وهكذا نستطيع أن نقرر الدلالة الإحصائية لمتوسط تلك العينة وذلك بالاستعانة بالخطأ المعيارى .

الخطأ المعيارى للوسيط

تعتمد طريقة قياس الخطأ المعيارى للوسيط على نفس الفكرة التى اعتمدنا عليها فى قياسنا للخطأ المعيارى للمتوسط . أى على التوزيع التكرارى للوسيط الذى نحسبه من العينات التى تنتمى فى جوهرها لأصل واحد ، وعلى الانحراف المعيارى لتوزيع ذلك الوسيط . أى أن هذه الطريقة تعتمد على انحراف وسيط العينة عن المتوسط العام للعينات لأن التوزيع التكرارى للوسيط يميل إلى أن يكون اعتدالياً فى شكله العام . وبما أن الوسيط ينطبق على المتوسط فى

التوزيع الاعتدالى . إذن يقاس انحراف وسيط العينة عن المتوسط العام كما قسنا انحراف متوسط العينة عن المتوسط العام .

ولذا تشبه المعادلة التى تدل على الخطأ المعيارى للوسيط معادلة الخطأ المعيارى للمتوسط مع تعديل بسيط فى بعض نواحيها .

وتتلخص هذه المعادلة فى الصورة التالية :

الخطأ المعيارى للوسيط = ١,٢٥٣ × الخطأ المعيارى للمتوسط

$$\therefore \text{ع}_\text{ط} = ١,٢٥٣ \times \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

حيث يدل الرمز $\text{ع}_\text{ط}$ على الخطأ المعيارى للوسيط

فإذا كان الوسيط = ٢٣,٦

والانحراف المعيارى = ٥,٧

وعدد أفراد العينة = ١٠٠

$$\therefore \text{ع}_\text{ط} = ١,٢٥٣ \times \frac{٥,٧}{\sqrt{١٠٠}}$$

$$= \frac{٧,١}{١٠}$$

$$\therefore \text{ع}_\text{ط} = ٠,٧١$$

إذن حدود هذا الوسيط هى

الوسيط + الخطأ المعيارى = ٥,٧ + ٠,٧١ = ٦,٤١

الوسيط – الخطأ المعيارى = ٥,٧ – ٠,٧١ = ٤,٩٩

وبذلك تمتد القيمة العددية لوسيط هذه العينة من ٤,٩٩ إلى ٦,٤١ وتقتنافى احتمال وقوع الوسيط فى هذا المدى إلى وقوعه خارج هذا المدى هى ٢ إلى ١ .

الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى

تعتمد طريقة قياس الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى على التوزيع التكرارى للانحرافات المعيارية التى نحسبها للعينات المختلفة التى تنتمى فى جوهرها إلى أصل واحد . ويميل هذا التوزيع لأن يكون اعتدالياً ، ومثله فى ذلك كمثل التوزيعات التكرارية للمتوسط والوسيط .

وتتلخص معادلة الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى فى الصورة التالية .

$$\text{الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى} = \frac{\text{الانحراف المعيارى}}{\text{الجذر التربيعى لضعف عدد أفراد العينة}}$$

$$\therefore ع_ع = \frac{ع}{\sqrt{٢ ن}}$$

حيث يدل الرمز $ع_ع$ على الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى

ويدل الرمز ع على الانحراف المعيارى

فإذا كان الانحراف المعيارى = ٠,٨٢

وكان عدد أفراد العينة = ٣٥٠

فإن الخطأ المعيارى الانحراف المعيارى يحسب بالطريقة التالية

$$ع_ع = \frac{٠,٨٢}{\sqrt{٢ \times ٣٥٠}}$$

$$= \frac{٠,٨٢}{\sqrt{٧٠٠}}$$

∴ ع ع = ٠,٢٢

إذن فحدود هذا الانحراف المعيارى هى

الانحراف المعيارى + الخطأ المعيارى = ٥,٨٢ + ٠,٢٢

= ٦,٠٤

الانحراف المعيارى − الخطأ المعيارى = ٥,٨٢ − ٠,٢٢

= ٥,٦٠

وبذلك تمتد القيمة العددية لهذا الانحراف المعيارى من ٥,٦٠ إلى ٦,٠٤ ؛ وثقتنا فى احتمال وقوع الانحراف المعيارى فى هذا المدى إلى وقوعه خارج هذا المدى هى ٢ إلى ١

الخطأ المعيارى للنسبة

اعتمدنا على النسب المختلفة فى حسابنا للارتباط الثنائى بنوعيه، وفى تفسيرنا لبعض الظواهر النفسية ، ومن الأمثلة التى توضح فائدة النسب المختلفة فى الوصف والتحليل الإحصائى نسبة النجاح فى أى امتحان إلى المجموع الكلى للأفراد ، أو نسبة الإجابات الصحيحة على أى سؤال من أسئلة إحدى الاختبارات إلى المجموع الكلى للإجابات أو نسبة الإجابات الخاطئة إلى هذا المجموع الكلى . وسنعتمد على هذه النسب بعد ذلك فى تحديد مستوى سهولة الأسئلة أو صعوبتها ، فإذا أجاب ٦٠ طالباً إجابة صحيحة على سؤال ما ، وكان عدد الطلاب يساوى ١٠٠ فإن نسبة سهولة هذا السؤال تساوى $\frac{٦٠}{١٠٠}$ أو ٠,٦ وبذلك تصبح نسبة الصعوبة مساوية لـ ٠,٤ لأن ٠,٦ + ٠,٤ = ١

ويقاس الخطأ المعيارى للنسبة بالمعادلة التالية .

$$\text{الخطأ المعيارية للنسبة} = \sqrt{\frac{\text{نسبة الاستجابات الصحيحة} \times \text{نسبة الاستجابات الخاطئة}}{\text{عدد الأفراد}}}$$

$$\therefore \quad ع_ا = \sqrt{\frac{ا \times ب}{ن}}$$

حيث يدل الرمز $ع_ا$ على الخطأ المعياري للنسبة ا

ويدل الرمز ا على نسبة الاستجابات الصحيحة إلى المجموع الكلي للاستجابات

ويدل الرمز ب على نسبة الاستجابات الخاطئة إلى المجموع الكلي للاستجابات

وحيث أن ا + ب = ١

فإذا كانت نسبة الإجابات الصحيحة = ٠,٦٣

∴ نسبة الإجابات الخاطئة = ١ − ٠,٦٣ = ٠,٣٧

وكان عدد الأفراد = ١٠٠

$$\therefore \quad ع_ا = \sqrt{\frac{٠,٦٣ \times ٠,٣٧}{١٠٠}}$$

$$= \sqrt{\frac{٠,٢٣٣١}{١٠٠}}$$

$$\therefore \quad ع_ا = ٠,٠٤٨$$

هذا ويعتمد تفسير هذا الخطأ المعياري على نفس الفكرة التي اعتمدنا عليها في تفسيرنا للأخطاء المعيارية المتوسط ، والوسيط ، والانحراف المعياري .

الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات

يميل التوزيع التكرارى لفروق المتوسطات إلى أن يكون اعتدالياً فى شكله العام . ويزداد هذا الميل نحو الصورة الاعتدالية كلما كثر عدد أفراد العينة ، وخاصة عندما يتجاوز هذا العدد ٣٠ فرداً فى كل عينة من تلك العينات .

ولذا يخضع الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات لنفس التفسيرات الإحصائية التى خضعت لها الأخطاء المعيارية السابقة .

ولهذه الفروق أهميتها فى المقارنات النفسية والتربوية والاجتماعية كمقارنة القدرة العددية عند البنات بالقدرة العددية عند البنين ، ومقارنة إحدى نتائج طرق التدريس بنتائج طريقة أخرى ، ومقارنة العلاقات الاجتماعية فى جماعة ما بالعلاقات الاجتماعية فى جماعة أخرى .

هذا وتختلف طريقة حساب الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات تبعاً لاختلاف العلاقة القائمة بين العينات التى تقارن متوسطاتها . ولذا يحسب الخطأ المعيارى لمتوسطات العينات المرتبطة بطريقة تختلف عن حساب الخطأ المعيارى لمتوسطات العينات غير المرتبطة .

الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات المرتبطة

يحسب الخطأ المعيارى لفروق متوسطات العينات المرتبطة بالمعادلة التالية

$$\text{ع}_{\text{م}٢ - \text{م}١} = \sqrt{\text{ع}^{٢}_{\text{م}٢} + \text{ع}^{٢}_{\text{م}١} - ٢ \times \text{ر} \times \text{ع}_{\text{م}٢} \times \text{ع}_{\text{م}١}}$$

حيث يدل الرمز $ع_{م_2 - م_1}$ على الخطأ المعيارى لفرق متوسط العينة الأولى من العينة الثانية

ويدل الرمز $ع_{م_2}$ على الخطأ المعيارى لمتوسط العينة الثانية

ويدل الرمز $ع_{م_1}$ على الخطأ المعيارى لمتوسط العينة الأولى

ويدل الرمز $ر$ على معامل ارتباط درجات العينة الأولى بدرجات العينة الثانية

وسيدرك القارىء أن $ع_{م_2 - م_1}$ تساوى $ع_{م_1 - م_2}$ لأن نفس الرموز القائمة تحت علامة الجذر التربيعى تبقى كما هى إذا أعيد كتابة المعادلة السابقة فى الصورة التالية،

$$ع_{م_2 - م_1} = \sqrt{ع^2_{م_1} + ع^2_{م_2} - ٢ \times ر \times ع_{م_1} \times ع_{م_2}}$$

$$\therefore ع_{م_2 - م_1} = ع_{م_1 - م_2}$$

وسنستعين بهذه المعادلة فى قياس أثر التدريب على القدرة الحسابية عند تلاميذ الفرقة الخامسة بالمرحلة الابتدائية . والبيانات التالية توضح نتائج هذه التجربة .

متوسط درجات الطلبة قبل التدريب $م_1$ = ١٤,٢

الانحراف المعيارى لدرجات الطلبة قبل التدريب $ع_1$ = ٣,١

متوسط درجات الطلبة بعد التدريب $م_2$ = ١٦,٤

الانحراف المعيارى لدرجات الطلبة بعد التدريب $ع_2$ = ٢,٨

معامل ارتباط درجات الطلبة قبل التدريب بدرجات الطلبة بعدالتدريب

$ر$ = ٠,٧٣

عدد أفراد الطلبة ن = ١٠٠

∴ الخطأ المعيارى لمتوسط الدرجات قبل التدريب ع م١

$$= \frac{٣,١}{\sqrt{١٠٠}} = ٠,٣١$$

والخطأ المعيارى لمتوسط الدرجات بعد التدريب ع م٢

$$= \frac{٢,٨}{\sqrt{١٠٠}} = ٠,٢٨$$

وبذلك يحسب الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين بالطريقة التالية : ـ

$$∴ ع_{م١ - م٢} = \sqrt{ع^{٢}_{م٢} + ع^{٢}_{م١} - ٢ ر × ع_{م٢} × ع_{م١}}$$

$$= \sqrt{٠,٢٨^{٢} + ٠,٣١^{٢} - ٢ × ٠,٧٣ × ٠,٢٨ × ٠,٣١}$$

$$= \sqrt{٠,٢٤٠٥ - ٠,١٧٢٠}$$

$$= \sqrt{٠,٠٦٨٥}$$

$$∴ ع_{م٢ - م١} = ٠,٢٦$$

أى أن الخطأ المعيارى للفرق بين متوسطات الدرجات بعد التدريب وقبله يساوى ٠,٢٦

وبذلك يصبح الانحراف المعيارى لفروق متوسطات تلك العينات مساوياً لـ ٠,٢٦ .

لكن فرق المتوسطات فى مثالنا هذا يحسب بالطريقة التالية

م ٢ — م ١ = ١٦,٤ — ١٤,٢

∴ الفرق = ٢,٢

والمشكلة الإحصائية التى تواجهنا الآن هى الحكم على دلالة هذا الفرق ، وإلى أى حد يختلف عن الصفر . أى هل ترجع هذه القيمة العددية المساوية لـ ٢,٢ إلى الصدفة وبذلك يصبح الفرق فى حقيقته مساوياً للصفر ؟ أما أنها ترجع إلى ناحية أساسية تدل على أثر ذلك التدريب ؟

وخير طريقة لمعالجة هذه المشكلة هى طريقة الفرض الصفرى .

فلنفرض أن متوسط التوزيعات التكرارية لهذه الفروق يساوى صفراً ولنحسب بعد ذلك مدى اقتراب أو ابتعاد الفرق المساوى لـ ٢,٢ فى مثالنا هذا من المتوسط الفرضى المساوى للصفر ، لندرك من ذلك دلالته الإحصائية .

لكن الانحراف المعيارى للتوزيعات التكرارية لتلك الفروق هو نفسه الخطأ المعيارى للفرق الذى حصلنا عليه تجريبياً بين المتوسطين . إذن نستطيع أن نحسب مدى الثقة فى هذا الفرق وذلك بتحويله إلى درجات معيارية ونسبته إلى المنحنى الاعتدالى المعيارى .

وبما أن الدرجة المعيارية = $\frac{\text{الدرجة — المتوسط}}{\text{الانحراف المعيارى}}$

وبما أن هذه الدرجة فى مثالنا هذا = ٢,٢

والمتوسط = صفر

والانحراف المعيارى = ٠,٢٦

∴ الدرجة المعيارية المقابلة لـ ٢,٢ = $\frac{\text{٢,٢ — صفر}}{\text{٠,٢٦}}$

= ٨,٥ تقريباً

لكن الدرجة المعيارية التي تساوى ٨,٥ والتي قد تقع على يمين المتوسط فتصبح موجبة فتساوى + ٨,٥ والتي قد تقع على يسار المتوسط فتصبح سالبة ، فتساوى — ٨,٥ تستغرق تقريباً كل المساحة الاعتدالية التي تقع تحت المنحنى الاعتدالي المعيارى . أي أننا نستطيع أن نقرر أن هذا الفرق يرجع إلى فرق أصيل ولا يرجع إلى مجرد الصدفة .

وعندما تصبح هذه الدرجة المعيارية مساوية لـ ٢,٥٨ بدلا من ٨,٥ ، فإن المساحة الاعتدالية المعيارية التي تقع بين — ٢,٥٨ ، + ٢,٥٨ تصبح مساوية ٠,٩٩٠٢ كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات المعيارية المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية في جدول رقم (٣)، الذي يوضح الدرجات المعيارية والمساحات المحصورة بين تلك الدرجات والمتوسط . وبما أن المساحة المحصورة بين الدرجة المعيارية المساوية لـ ٢,٥٨ والمتوسط تساوى ٠,٤٩٥١ كما يدل على ذلك جدول رقم ٣ الذى أشرنا إليه . إذن فالمساحة المحصورة بين — ٢,٥٨ ، + ٢,٥٨ تساوى ضعف تلك المساحة أي ٠,٩٩٠٢ . إذن فالمساحة التي تقع خارج تلك الحدود تصبح مساوية لـ ١ — ٠,٩٩٠٢ = ٠,٠١

وبذلك يصبح إحتمال وجود الفرق الجوهرى الذى تدل عليه الدرجة المعيارية ٢,٥٨ مساوياً ٩٩٪ وإحتمال عدم وجود هذا الفرق مساوياً لـ ١٪ .

وتسمى هذه الأفكار التي استعنا بها في فهم الدلالة الإحصائية لفروق المتوسطات بالفرض الصفرى لأننا إعتمدنا على صفر التوزيع الإعتدالي المعيارى في الحكم على مدى إنحراف الفرق التجريبي للمتوسطات عن هذا الصفر . وتسمى الخطوة التالية لذلك في تحليلنا السابق بحدود الثقة ، لأننا اعتمدنا على تلك الحدود في الحكم على قوة احتمال ثقتنا في وجود الفرق أو إحتمال ثقتنا في عدم وجود الفرق .

وعندما تصبح هذه الدرجة المعيارية مساوية لـ ١,٩٦ بدلا من ٨,٥ فإن المساحة الاعتدالية المحصورة بين − ١,٩٦ ، + ١,٩٦ تصبح مساوية ٠,٩٥٠ أى أن المساحة التى تقع خارج هذا النطاق تصبح مساوية لـ ١ − ٠,٧٥٠ = ٠,٠٥٠

وبذلك يصبح احتمال وجود الفرق الجوهرى الذى تدل عليه الدرجة المعيارية ١,٩٦ مساوياً ٩٥٪ واحتمال عدم وجود هذا الفرق مساوياً لـ ٥٪

وهكذا يصطلح الإحصائيون على تلك الحدود فى الحكم على دلالة الفروق وبذلك تتلخص حدود الثقة فيما يلى :

١ — الحد الأدنى للدلالة يقع عند الدرجة المعيارية ١,٩٦ ويؤدى إلى ٥٪ شك وإلى ٩٥٪ ثقة .

٢ — الحد العلوى للدلالة يقع عند الدرجة المعيارية ٢,٥٨ ويؤدى إلى ١٪ شك وإلى ٩٩٪ ثقة .

وعندما تقل الثقة عن ٩٥٪ لا نستطيع أن نقرر مدى تمايز الفرق القائم عن الصفر ، وعندما تزيد الثقة عن ٩٢٪ نستطيع أن نقرر بتأكيد أكثر من ٩٩٪ مدى تمايز الفرق القائم عن الصفر .

وقد سميت الدرجة المعيارية لفروق المتوسطات بالنسبة الحرجة (١) لأنها تقرر دلالة تلك الفروق . أى أن .

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{\text{فرق المتوسطين}}{\text{الخطأ المعيارى لفرق المتوسطين}}$$

$$= \frac{م_٢ - م_١}{ع_{م_٢ - م_١}}$$

---

(١) النسبة الحرجة Critical Ratio

وبذلك تصبح النسبة الحرجة فى مثالنا السابق مساوية لـ

$$\text{النسبة الحرجه} = \frac{١٦٫٤ - ١٤٫٢}{٠٫٢٦}$$

$$= \frac{٢٫٢}{٠٫٢٦}$$

$$= ٨٫٥$$

وهذه هى نفس الطريقة التى حسبنا بها الدرجة المعيارية المقابلة لـ ٢٫٢ . أى الدرجة المعيارية المقابلة لفرق المتوسط .

ب — الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات غير المرتبطة

إذا كنا نقارن متوسط درجات طلبة فصل ما فى إحدى الاختبارات النفسية بدرجات طلبة فصل آخر فى نفس هذا الاختبار فإننا لا نستطيع أن نحسب الارتباط بين درجات الفصلين لأن هذا الارتباط يعتمد على مقارنة درجات كل طالب فى كل مرة نختبره فيها بدرجاته فى المرات الأخرى التى تلى هذا الاختبار أى أن الارتباط بين درجات طلبة الفصل الأول فى هذا الاختبار وطلبة الفصل الثانى فى نفس هذا الاختبار يصبح مساوياً للصفر .

وبما أن معادلة الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات المرتبطة تتلخص فى :—

$$ع_{م٢ - م١} = \sqrt{ع^{٢}_{م٢} + ع^{٢}_{م١} - ٢ \times ر \times ع_{م٢} \times ع_{م١}}$$

وبما أن $ر = \text{صفر}$

$$\therefore ٢ \times ر \times ع_{م٢} \times ع_{م١} = \text{صفر}$$

وبذلك تصبح معادلة الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات غير المرتبطة مساوية لـ

$$ع_{م_2 - م_1} = \sqrt{ع^2_{م_2} + ع^2_{م_1}}$$

وسنستعين بهذه المعادلة فى حساب دلالة الفرق بين متوسط تحصيل الفصل الأول فى الحساب ومتوسط تحصيل الفصل الثانى فى نفس هذه المادة، كما تدل على ذلك البيانات العددية التالية :

متوسط درجات طلبة الفصل الأول فى اختبار الحساب	$م_1$	= ١٤
الانحراف المعيارى لدرجات الفصل الأول	$ع_1$	= ٢,١
عدد تلاميذ الفصل الأول	$ن_1$	= ٤٩
متوسط درجات طلبة الفصل الثانى فى اختبار الحساب	$م_2$	= ١٧
الانحراف المعيارى لدرجات الفصل الثانى	$ع_2$	= ٢,٨
عدد تلاميذ الفصل الثانى	$ن_2$	= ٤٩

∴ الخطأ المعيارى لمتوسط درجات الفصل الأول $ع_{م_1} = \frac{٢,١}{\sqrt{٤٩}}$

$$= \frac{٢,١}{٧}$$

$$= ٠,٣$$

والخطأ المعيارى لمتوسط درجات الفصل الثانى $ع_{م_2} = \frac{٢,٨}{\sqrt{٤٩}}$

$$= \frac{٢,٨}{\sqrt{٧}}$$

$$= ٠,٤$$

∴ الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين $ع_{م_2 - م_1} = \sqrt{٠,٤^2 + ٠,٣^2}$

$= \sqrt{٠,١٦ + ٠,٠٩}$

$= \sqrt{٠,٢٥}$

$= ٠,٥$

وبما أن الفرق بين المتوسطين هو $م_2 - م_1 = ١٧ - ١٤$

$= ٣$

لكن النسبة الحرجة $= \frac{م_2 - م_1}{ع_{م_2 - م_1}}$

∴ النسبة الحرجة $= \frac{٣}{٠,٥}$

$= ٦$

وبما أن القيمة العددية لهذه النسبة تزيد عن الحد الأعلى للثقة بكثير ، وذلك لأن الحد الأعلى للثقة فى إحتمال وجود فرق جوهرى هو ٩٩٪ أى عند الدرجة المعيارية أو النسبة الحرجة التى تساوى ٢,٥٨ وبما أن هذه النسبة التى حصلنا عليها فى مثالنا هذا تساوى ٦ إذن نستطيع أن نقرر أن هناك فرقاً جوهرياً بين تحصيل تلاميذ الفصل الأول وتلاميذ الفصل الثانى فى مادة الحساب؛ أى أن ذلك الفرق المساوى لـ ٣ لا يرجع إلى الصدفة . أى أنه لا يساوى صفراً وذلك لأن لقيمته العددية دلالة إحصائية كبيرة .

الخطأ المعيارى لفرق الانحرافات المعيارية

تقاس الدلالة الإحصائية لفروق الانحرافات المعيارية بنفس الطرق التى استعنا بها فى قياس دلالة فروق المتوسطات . وبذلك يدل الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المعيارية على الثقة التى تساوى ٢ والشك الذى يساوى ١ أى أن نسبة احتمال الثقة إلى الشك كنسبة ٢ إلى ١ . وعندما نضرب هذا الخطأ المعيارى فى ١,٩٦ فإن هذا الاحتمال يرتفع إلى ٩٥ ٪ ثقة ٥ ٪ شك . وعندما نضرب الخطأ المعيارى فى ٢,٥٨ فإن الاحتمال يرتفع إلى ٩٩ ٪ ثقة ١ ٪ شك وبذلك تخضع حدود الدلالة الإحصائية لنفس فكرة حدود الثقة التى بيناها قبل ذلك فى تحليلنا لدلالة فروق المتوسطات .

الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المعيارية المرتبطة

يقاس الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المرتبطة بالمعادلة التالية .

$$ع_{ع_٢ - ع_١} = \sqrt{ع^٢_{ع_٢} + ع^٢_{ع_١} - ٢ \times ر^٢ \times ع_{ع_٢} \times ع_{ع_١}}$$

حيث يدل الرمز $ع_{ع_٢ - ع_١}$ على الخطأ المعيارى لفرق الانحرافين المعياريين $ع_٢$ ، $ع_١$

ويدل الرمز $ع_{ع_٢}$ على الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى $ع_٢$

ويدل الرمز $ع_{ع_١}$ على الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى $ع_١$

ويدل الرمز $ر^٢$ على مربع معامل ارتباط الاختبارين أو المقياسين أو الظاهرتين .

ب — الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المعيارية غير المرتبطة

يقاس الخطأ المعيـــارى لفروق الانحرافات المعيارية غير المرتبطة بالمعادلة التالية

$$ع_{ع_٢ - ع_١} = \sqrt{ع^٢_{ع_٢} + ع^٢_{ع_١}}$$

وذلك لأن $ر^٢$ = صفر

$$∴ ٢ \times ر^٢ \times ع_{ع_٢} \times ع_{ع_١} = \text{صفر}$$

وهكذا تتحول معادلة الخطأ المعيارى لفروق الانحرافات المعيارية غير المرتبطة إلى تلك الصورة التى يتلاشى فيها الحد المرتبط بـ $ر^٢$.

الخطأ المعيارى للارتباط

يختلف التوزيع التكرارى للارتباط عن التوزيع التكرارى المتوسط والوسيط والانحراف المعيارى والنسبة . وذلك لأن الارتباطات العالية تميل إلى الالتواء الشديد فى توزيعها التكرارى وخاصة عندما تقترب قيمتها العددية من الواحد الصحيح . ويتأثر شكل التوزيع أيضاً بعدد أفراد العينة . وعندما يقل هذا العدد عن ٣٠ فإن التوزيع يميل أيضاً إلى الالتواء .

ولذا تختلف طرق حساب الأخطاء المعيارية للارتباط تبعاً لاختلاف نوع الارتباط وقيمته العددية . وسنقتصر فى تحليلنا التالى على الارتباط التتابعى لأنه أكثرها شيوعا وأدقها تقديراً .

ويقاس الخطأ المعيارى للارتباط العادى الذى لا يقترب من الصفر أو

الواحد الصحيح بالطريقة العادية التي اتبعناها في حساب الأخطاء المعيارية للمقاييس الإحصائية المختلفة . ويقاس الخطأ المعياري للارتباط الكبير الذي يقترب من الواحد الصحيح بطريقة المقابلات اللوغاريتمية لهذا الارتباط لأن توزيعها أكثر اعتدالا من التوزيع التكراري للارتباط .

ويقاس الخطأ المعياري للارتباط الصغير الذي يقترب من الصفر بطريقة الفرض الصفري لمعرفة ما إذا كان الارتباط في جوهره يساوي صفراً أم أن لقيمته العددية الصغيرة دلالة إحصائية تصلح للتفسير

ا — الخطأ المعياري للارتباط العادي

يقاس الخطأ المعياري لهذا الارتباط بالمعادلة التالية :

$$\text{الخطأ المعياري للارتباط التتابعي} = \frac{\text{١ — مربع الارتباط}}{\text{الجذر التربيعي لعدد الأفراد}}$$

$$\therefore \text{ع}_{\text{ر}} = \frac{\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

حيث يدل الرمز ع ر على الخطأ المعياري لمعامل الارتباط .

فإذا كان معامل الارتباط التتابعي = ٠,٦

وكان عدد أفراد العينة = ٤٠٠

$$\therefore \text{ع}_{\text{ر}} = \frac{\text{١} - \text{٠,٦}^{\text{٢}}}{\sqrt{\text{٤٠٠}}}$$

$$= \frac{1 - ٠{,}٣٦}{٢٠}$$

$$= \frac{٠{,}٦٤}{٢٠}$$

$$٠{,}٠٣٢ = ع_{٠٫٠ر}$$

ويعتمد تفسير هذا الخطأ المعيارى على نفس الفكرة التى أعتمدنا عليها فى تفسيرنا للأخطاء المعيارية السابقة .

ب — الخطأ المعيارى للارتباط الكبير

يقاس الخطأ المعيارى للارتباطات الكبيرة بطريقة المقابلات اللوغاريتمية ، لتلك الارتباطات . وتتلخص خطوات هذه الفكرة فى تحويل الارتباط ر إلى المقابل اللوغاريتمى $ر'$ ثم حساب الخطأ المعيارى $ع_{ر'}$ وبذلك نستطيع أن نحكم على الدلالة الإحصائية $ع_{ر'}$.

ويقاس الخطأ المعيارى للقابلات اللورغايتمية بالمعادلة التالية

$$ع_{ر'} = \frac{1}{\sqrt{ن - ٣}}$$

فإذا كان معامل الارتباط التتابعى ر = ٠٫٨٤

فإن المقابل اللوغاريتمى $ر' = ١{,}٢٢$

كما يدل على ذلك جدول (١٣) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية
وكان عدد الأفراد ن = ٦٧
فإن الخطأ المعيارى للمقابل اللوغاريتمى بالطريقة التالية

$$ع_ر = \frac{١}{\sqrt{٦٧ - ٣}}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{٦٤}}$$

$$= \frac{١}{٨}$$

$$\therefore ع_ر = ٠,١٢٥$$

وبذلك تصبح حدود هذا الخطأ المعيارى كما يلى :

المقابل اللوغاريتمى + الخطأ المعيارى = ١,٢٢ + ٠,١٢٥

= ١,٣٤٥

والمقابل اللوغاريتمى – الخطأ المعيارى = ١,٢٢ – ٠,١٣٥

= ١,٠٩٥

أى أن القيمة العددية للمقابل اللوغاريتمى تمتد من ١,٠٩٥ إلى ١,٣٤٥ وثقتنا فى وقوع هذا المقابل اللوغاريتمى فى هذا المدى إلى وقوعه خارج هذا المدى هى ٢ إلى ١ .

وبما أننا نهدف إلى معرفة الأخطاء المعيارية وحدود الدلالة الاحصائية لمعامل الارتباط إذن فعلينا أن نجد القيم العددية التى تدل على تلك المقابلات

اللوغاريتمية . وسنستعين بجدول ١٣ المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية لهذا التحويل .

وبما أن الحد الأدنى للمقابل اللوغاريتمى = ١,٠٩٥

إذن الحد الأدنى لمعامل الارتباط = ٠,٨٠

وبما أن الحد الأعلى للمقابل اللوغاريتمى = ١,٤٤٥

إذن الحد الأعلى لمعامل الارتباط = ٠,٨٧

وبذلك تمتد القيمة العددية لمعامل الارتباط الذى يساوى ٠,٨٤ ، من ٠,٨٠ إلى ٠,٨٧ ، وتتنافى وقوع الارتباط فى هذا المدى إلى وقوعه خارج هذا المدى هى ٢ إلى ١ .

ى — الخطأ المعيارى للارتباط الصغير

يقاس الخطأ المعيارى للارتباطات الصغيرة بطريقة الفرض الصفرى ، وتتلخص فكرة هذه الطريقة فى الخطوات التالية :

بما أن الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط $= \frac{1 - ر^2}{\sqrt{ن}}$

وبما أننا نفرض أن ر = صفر

إذن الخطأ المعيارى للارتباط المساوى للصفر $= \frac{1}{\sqrt{ن}}$

فإذا كان عدد أفراد العينة = ١٠٠

إذن فالخطأ المعيارى للارتباط المساوى للصفر $= \frac{1}{\sqrt{100}}$

= ٠,١

فإذا كانت القيمة العددية لمعامل الارتباط الذى نحسب دلالته الإحصائية أكبر من ٠,١ فإننا نستطيع أن نقرر أن نسبة ثقتنا فى أن هذا الارتباط أكبر من أن يساوى صفراً إلى إحتمال مساواته للصفر هى ٢ إلى ١ .

وإذا نقصت القيمة العددية للارتباط عن ۰٫۱ فإننا نستطيع أن نقرر أنه يساوى صفراً .

هذا وفى مقدورنا أن نمتد بحدود الدلالة الإحصائية إلى ۹۵٪ ثقة، ٥٪ شك. وذلك بحساب القيمة العددية للخطأ المعيارى الذى يمتد إلى ۱٫۹٦ كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لفكرة حدود الدلالة الإحصائية والفرض الصفرى لفروق المتوسطات .

وبما أن الخطأ المعيارى للارتباط يدل على الإنحراف المعيارى لتوزيع معاملات الإرتباط .

إذن فالخطأ المعيارى الذى يمتد إلى ۱٫۹٦ درجة معيارية = ۱٫۹٦ × ۰٫۱
= ۰٫۱۹٦

فإذا كانت القيمة العددية لمعامل الإرتباط الذى نحسب دلالته الإحصائية أكبر من ۰٫۱۹٦ فإننا نستطيع أن نقرر أن ثقتنا فى أن هذا الإرتباط لايساوى صفراً هى ۹۵ ٪ واحتمال مساواته للصفر ٥ ٪

ونستطيع أيضاً أن نمتد بحدود الثقة إلى مستوى ۹۹ ٪ ثقة ، ۱ ٪ شك أى أن الخطأ المعيارى الذى يمتد إلى ۲٫۵۸ درجة معيارية = ۲٫۵۸ × ۰٫۱
= ۰٫۲۵۸

فإذا كانت القيمة العددية لمعامل الإرتباط الذى تحسب دلالته الإحصائية أكبر من ۰٫۲۵۸ استطعنا أن نقرر أن ثقتنا فى أن هذا الارتباط لايساوى صفراً هى ۹۹ ٪ واحتمال مساواته للصفر ۱ ٪

وهكذا نرى أن فكرة حساب حدود الثقة للفرض الصفرى ترتبط إرتباطاً

مباشراً بعدد أفراد العينة وقد حسب والاس[1] H. A. Wallace وسنديكور G. W. Snedecor الدلالة الإحصائية للارتباط الذى يزيد فى قيمته العددية عن الصفر ، وبذلك نستطيع أن نقرر مباشرة الفرض الصفرى لمعاملات الارتباط كما يدل على ذلك جدول (١٧) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية .

والمثال التالى يوضح طريقة قراءة ذلك الجدول

إذا كان معامل الارتباط = ٠,٤

وكان عدد الأفراد = ٤٧

فإن درجات الحرية = ٤٧ — ٢

= ٤٥

لأن حساب الارتباط يعتمد على ازدواج درجات المقياس الأول بدرجات المقياس الثانى بالنسبة لجميع الأفراد ، أى أن عدد القيود الإحصائية يساوى ٢ ولذا طرحنا ٢ من عدد الأفراد لنحسب بذلك درجات الحرية ولنستطيع قراءة ذلك الجدول الذى يعتمد فى مدخله على تلك الدرجات كما يدل على ذلك العمود الأول فى جدول ١٧ المبين بملحق الجداول الإحصائية

هذا ويدل العمود الثانى على الدلالة الإحصائية التى تمتد حدودها إلى ٩٥٪ ثقة ، ٥٪ شك ،

ويدل العمود الثالث على الدلالة الإحصائية التى تمتد حدودها إلى ٩٩٪ ثقة ، ١٪ شك .

---

(1) Wallace, H. A., and Snedecor, G. W. Correlation and Machine Calculation, 1931 .

وهكذا نرى أنه عندما تصبح درجات الحرية مساوية ٤٥ فإن الحد الأدنى للدلاله الإحصائية الذى يقع عند ٩٥ ٪ ثقة ، ٥ ٪ شك يدل على أن القيمة العددية للارتباط يجب أن تساوى ٢٨٨,٠ أو تزيد عن هذه القيمة حتى نستطيع أن نقرر أن الإرتباط أكبر من أن يساوى صفراً . ونرى أيضاً أن الحد العلوى للارتباط الذى يقع عند ٩٩ ٪ ثقة ، ١ ٪ شك يدل على أن القيمة العددية للارتباط يجب أن تساوى ٣٧٢,٠ حتى نستطيع أن نقرر أن الإرتباط أكبر من أن يساوى صفراً

وبما أن القيمة العددية لمعامل الإرتباط فى مثالنا هذا تساوى ٤,٠ إذن نستطيع أن نقرر أنه لايساوى صفراً ، وثقتنا فى هذا الحكم تصل إلى ٩٩٪ ثقة ، ١٪ شك .

تمارين على الفصل العاشر

١ — لماذا يعتمد الباحثون على العينات فى أبحاثهم التجريبية ، وما معنى العينة وشروطها وأنواعها .

٢ — ماهى الأسس التى تعتمد عليها الطريقة العشوائية فى إختيار العينات ، وما هى وسائلها العلمية .

٣ — أذكر الخطوات الرئيسية التى تعتمد عليها الطريقة الطبقية فى اختيار العينات .

٤ — ماهى الوسائل الإحصائية التى تعتمد عليها الطريقة المقصودة ، والطريقة العرضية فى إختيار العينات .

٥ — وازن بين الطرق المختلفة لاختيار العينات التجريبيه .

٦ — ماهى الأسس العلمية التى يعتمد عليها التحليل التتابعى لاختيار العينات

٧ — ما معنى الدلالة الإحصائية ؟

٨ — ناقش أهمية الدلالة الإحصائية للمقاييس المختلفة ، وبين أنواعها الرئيسية .

٩ — ماهى الفكرة التى يعتمد عليها الخطأ المعيارى فى قياسه للدلالة الإحصائية للمقاييس المختلفة .

١٠ — إحسب الخطأ المعيارى لمتوسط درجات العينة التى

متوسطها = ١٥,١٩   الوسيط = ١٤,٣

انحرافها المعيارى = ٥,٨٢   عدد الأفراد = ٣٥٠

وضح معنى هذا الخطأ المعيارى

١١ — احسب الخطأ المعيارى لوسيط التمرين السابق ، ووضح معناه .

١٢ — احسب الخطأ المعيارى للانحراف المعيارى المبين بالتمرين رقم ١٠ ووضح معناه .

١٣ — إذا كانت نسبة سهولة إحدى أسئلة اختبارات الذكاء ٠,٧٢ فاحسب الخطأ المعيارى لتلك النسب إذا علمت أن عدد الأفراد يساوى ٥٠

١٤ — احسب الخطأ المعيارى لفرق المتوسطين التاليين إذا علمت أن

متوسط درجات الطلبة قبل التدريب	= ١٧
الإنحراف المعيارى لدرجات الطلبة قبل التدريب	= ٤,١
متوسط درجاته الطلبه بعد التدريب	= ١٩
إرتباط درجات قبل التدريب بدرجات بعد التدريب	ر = ٠,٦٥
عدد الأفراد	ن = ٦٤

١٥ — إحسب الدلالة الإحصائية لفرق متوسطى التمرين السابق وبين إلى أى حد يختلف هذا الفرق عن الصفر ، ووضح حدود الثقة المختلفة لتلك الدلالة .

١٦ — إحسب الخطأ المعيارى لفرق المتوسطين التاليين

متوسط درجات الفصل الأول	= ٢١
الأنحراف المعيارى لدرجات الفصل الأول	= ٤,٥
عدد أفراد الفصل الأول	= ٨١
متوسط درجات الفصل الثانى	= ٢٦
الإنحراف المعيارى لدرجات الفصل الثانى	= ٤,٩
عدد أفراد الفصل الثانى	= ٦٤

١٧ – إحسب الدلالة الإحصائية لفرق متوسطي التمرين السابق وبين إلى أي حد يختلف هذا الفرق عن الصفر ، ووضح حدود الثقة المختلفة لتلك الدلالة .

١٨ – ماهي الأسس الإحصائية التي تعتمد عليها فكرة النسبة الحرجة وكيف تحسب وماهي أهم تطبيقاتها .

١٩ – إحسب الأخطاء المعيارية لمعاملات الارتباط التالية .

ر = ٠,٩١ ن = ١٠٠

ر = ٠,٤٥ ن = ١٥٠

ر = ٠,١٢ ن = ٦٥

٢٠ – إحسب الدلالة الإحصائية لمعاملات ارتباط التمرين السابق ووضح حدود الثقة لتلك الدلالات .

الفصل الحادي عشر

الثبات

مقدمة

تقوم فكرة الاختبارات النفسية على قياس عينات من السلوك الإنساني ، ثم تستطرد من هذا القياس إلى استنتاج المميزات الرئيسية لهذا السلوك . ولذا تعتمد على الاستدلال الإحصائي أكثر مما تعتمد على الإحصاء الوصفي .

والاختبارات بهذا المعنى وسائل لقياس النواحي النفسية المختلفة ، كما يقيس المتر النواحي الطولية ، والكيلو النواحي الوزنية ، والساعة النواحي الزمنية .

وتعتمد صحة القياس على مدى ثبات(١) نتائجه وصدقها (٢) .

فالمقياس الثابت يعطي نفس النتائج إذا قاس نفس الشيء مرات متتالية . فإذا قست طول قطعة من القماش ودل القياس على أن طولها ٥ر١ متراً ، ثم أعدنا عملية القياس ودلت النتائج للمرة الثانية على أن الطول يساوي ٥ر١ متراً استنتجنا من ذلك أن نتائج هذا القياس ثابتة . وبما أن المقياس المتري يقيس الأطوال ولا يقيس شيئاً آخر غير هذه الأطوال فهو إذن صادق فيما يقيس لأنه يقيس الصفة التي يهدف إلى قياسها . فإذا قاس المتر صفة الوزن بدل قياسه لصفة الطول لم يصبح صادقاً في قياسه للطول . وصدق المقاييس المادية أوضح من أن

(١) الثبات Reliability
(٢) الصدق Validity

يدرس علمياً ، لكن صدق المقاييس النفسية يحتاج إلى كثير من الدراسة والتحليل ، فقد لا ندرى مثلا مدى صدق اختبارات الذكاء فى قياسها لصفة الذكاء إلا إذا أقمنا الدليل العلمى على صحة هذا الزعم وذلك بحساب وتقدير صدق تلك الاختبارات .

وسنتناول فى هذا الفصل دراسة المعالم الرئيسية للمفهوم الإحصائى النفسى للثبات والطرق العلمية لقياس هذا الثبات والعوامل المؤثرة فيه . وسنرجىء دراسة الصدق للفصل التالى .

معنى الثبات

إذا أجرى اختبار ما على مجموعة من الأفراد ورصدت درجات كل فرد فى هذا الاختبار ثم أعيد إجراء نفس هذا الاختبار على نفس هذه المجموعة ورصدت أيضاً درجات كل فرد ، ودلت النتائج على أن الدرجات التى حصل عليها الطلبة فى المرة الأولى لتطبيق الاختبار هى نفس الدرجات التى حصل عليها هؤلاء الطلبة فى المرة الثانية ، استنتجنا من ذلك أن نتائج الاختبار ثابتة ثباتاً تاماً لأن نتائج القياس لم تتغير فى المرة الثانية بل ظلت كما كانت قائمة فى المرة الأولى .

وخير طريقة لمقارنة هذه الدرجات هى حساب معامل ارتباط درجات الإختبار فى المرة الأولى بدرجات هذا الإختبار فى المرة الثانية . وعندما تثبت الدرجات فتصبح واحدة فى المرتين يصبح معامل الارتباط مساوياً للواحد الصحيح .

لكن المقاييس النفسية لاتصل إلى هذه الدقة المثالية التى قد تقترب منها فى قياسنا العلمى للصفات المادية المختلفة كالطول والوزن والزمن . ولذا يقترب معامل

ارتباط الاختبار بنفسه من الواحد الصحيح لكنه لا يساوى هذا الواحد الصحيح . وينشأ هذا الفرق من الأخطاء المختلفة التى تتصل من قريب أو بعيد بنتائج المقاييس النفسية والتى لا تخضع فى جوهرها للضبط العلمى أو التحكم الدقيق فى الظاهرة التى تخضعها للقياس، وذلك لأن نتائج القياس تتأثر إلى حدها بالحالة النفسية للفرد وبحالته الجسمية وبالتغيرات الجوية والأصوات المفاجئة وبغيرها من العوامل التى تؤثر بطريق مباشر فى ثبات تلك النتائج .

وعندما نحسب معامل ارتباط الاختبار بنفسه ونحصل على قيمة عددية تدل على هذا الارتباط فإننا بذلك نحسب الجزء الثابت من هذا الاختبار، أى الجزء الذى لا يتأثر بتلك الأمور الخارجية .

وهكذا نستطيع أن نقسم درجة أى فرد فى هذا الاختبار إلى جزئين . جزء جوهرى ثابت لا يتأثر بالعوامل الخارجية المختلفة ، وجزء يتأثر بهذه العوامل . وبما أن هذا الجزء الأخير الذى لا يتأثر بالعوامل الخارجية يختلف تبعاً لاختلاف هذه العوامل . إذن فهو لا يرتبط ببعضه فى المرات المتتالية التى نجرى فيها هذا الاختبار على نفس الفرد . أى أنه الجزء الخاطىء من الدرجة الذى يتلاشى ويختفى عندما نحسب معامل ارتباط الدرجات . أى أن معامل ارتباط تلك الأجزاء الخاطئة يساوى صفراً ، أو بمعنى آخر .

الدرجة التجريبية = الدرجة الحقيقية + الدرجة الخاطئة .

أى أن

$$س_ح = س_ق + س_خ$$

حيث يدل الرمز $س_{ج}$ على الدرجة التجريبية التى نحصل عليها فعلا عند إجراء الاختبار .

ويدل الرمز $س_{ق}$ على الدرجة الحقيقية التى نفترض ثباتها .
ويدل الرمز $س_{خ}$ على الدرجة الخاطئة التى نفترض تغيرها .

وعندما نعيد إجراء هذا الاختبار على نفس هذا الفرد فإن الدرجة التى يحصل عليها فى المرة الثانية تختلف عن الدرجة التى حصل عليها فى المرة الأولى وذلك لتغير قيمة الدرجة الخاطئة فى المرة الثانية عن قيمتها فى المرة الأولى . وهكذا بالنسبة للمرة الثالثة والرابعة وغير ذلك من المرات المتتالية .

$$\therefore س_{ج١} = س_{ق} + س_{خ١}$$
$$س_{ج٢} = س_{ق} + س_{خ٢}$$
$$س_{ج٣} = س_{ق} + س_{خ٣}$$
$$س_{ج٤} = س_{ق} + س_{خ٤}$$

وهكذا بالنسبة لأى عدد من المرات التى يجرى فيها هذا الاختبار على نفس هذا الفرد . وكذلك بالنسبة لأى عدد من الأفراد .

وبما أن معامل ارتباط الدرجة الخاطئة $س_{خ١}$ بالدرجة الخاطئة $س_{خ٢}$ يساوى صفراً ، إذن فالارتباط القائم بين $س_{ج١}$ ، $س_{ج٢}$ يعتمد فى جوهره على $س_{ق}$ التى لم تتغير فى المرتين . أى أن الثبات يقيس الجزء الحقيقى من الدرجة التجريبية . ولذا تعتمد فكرة هذا الثبات على أن

$س_{خ١}$ لاتساوى ولا ترتبط بـ $س_{خ٢}$
وأن $س_{خ١}$ لاتساوى ولا ترتبط بـ $س_{خ٣}$

وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الخاطئة

وعندما يقيس الثبات مدى ارتباط الاختبار بنفسه فى المرتين التى يطبق فيهما على نفس مجموعة الأفراد فإنه أيضاً يقيس عدم ارتباط الاختبار بنفسه أو بمعنى آخر يقيس الاغتراب .

وهكذا تعتمد فكرة الثبات على مدى انحراف درجة كل فرد فى التطبيق الأول للاختبار عنها فى التطبيق الثانى لنفس هذا الاختبار . وبما أن هذا الانحراف يقاس بالانحراف المعيارى وبمربع هذا الانحراف المعيارى المسمى بالتباين . إذن فتباين الاختبار ينقسم إلى التباين الحقيقى للدرجات وإلى تباين خطأ المقياس .

∴ تباين درجات الاختبار = التباين الحقيقى للدرجات + تباين الخطأ

$$\therefore \quad ع^{2}_{ج} = ع^{2}_{ق} + ع^{2}_{خ}$$

حيث يدل الرمز $ع^{2}_{ج}$ على التباين التجريبى للدرجات

ويدل الرمز $ع^{2}_{ق}$ على التباين الحقيقى لهذه الدرجات

ويدل الرمز $ع^{2}_{خ}$ على تباين الخطأ .

وهكذا يعرف الثبات بأنه الجزء الحقيقى من التباين العام للاختبار وهذا الجزء الحقيقى هو الذى يعطينا القيمة العددية لارتباط الاختبار بنفسه .

الثبات والدلالة الإحصائية

ترتبط فكرة الثبات بفكرة الدلالة الإحصائية التى بيناها فى الفصل

السابق من هذا الكتاب ، وذلك لأن الثبات يتأثر بالأخطاء التجريبية كما تتأثر بها أيضاً الدلالة الإحصائية للمقاييس المختلفة .

لكن الثبات يدل على أخطاء القياس فى تقديره للجزء الحقيقى الثابت للاختبار . وهو لهذا يعتمد فى نتائجه على تطبيق الاختبار أكثر من مرة على نفس مجموعة الأفراد . أى أنه يقارن مدى اختلاف نتائج الاختبار فى المرات المتتابعة . فهو لهذا يرتبط ارتباطاً مباشراً بخطأ القياس .

وتقيس الدلالة الإحصائية خطأ العينات ، لأنها تعتمد فى جوهرها على مقارنة مدى اختلاف نتائج القياس بالنسبة لعدد كبير من مجموعات الأفراد أو بالنسبة لعينات كثيرة من الأفراد ، لتقيس بذلك مدى اتصال هذه العينات بالأصل الذى انتزعت منه .

وبذلك تقرر الدلالة الإحصائية لمتوسط إحدى العينات الخطأ المعيارى لهذا المتوسط ومدى ابتعاده أو اقترابه من متوسط الأصل الذى انتزعت منه هذه العينة . وهكذا بالنسبة لدلالة المقاييس الإحصائية الأخرى .

الطرق الإحصائية لقياس الثبات

تعتمد جميع طرق حساب ثبات نتائج الاختبارات النفسية اعتماداً مباشراً على فكرة معاملات الارتباط كما سبق أن أشرنا إلى ذلك فى تحليلنا لمعنى الثبات . وإذا كان الارتباط يدل على الثبات فإن الاغتراب يدل على عدم الثبات أو على الشوائب التى تحول بين الاختبار ودقة القياس (١) .

---

(1) It may be noted that the Coefficent was termed by Spearman a "Reliablity Coefficient,, and was taken to indicate the degree to which the measurements had been freed from disturbing factors „

ويمكن أن نلخص أهم الوسائل الإحصائية لقياس الثبات فى الطرق التالية :-

ا - طريقة إعادة الاختبار (١) .

ب - طريقة التجزئة النصفية (٢) .

حـ - طريقة تحليل التباين (٣) .

ى - طريقة الاختبارات المتكافئة (٤) .

ا - طريقة إعادة الاختبار

تقوم فكرة هذه الطريقة على إجراء الاختبار على مجموعة من الأفراد ثم إعادة إجراء نفس الاختبار على نفس مجموعة الأفراد بعد مضى فترة زمنية وهكذا يحصل كل فرد على درجة فى الإجراء الأول للاختبار وعلى درجة أخرى فى الإجراء الثانى للاختبار ، وعندما نرصد هذه الدرجات ونحسب معامل ارتباط درجات المرة الأولى بدرجات المرة الثانية فإننا نحصل بذلك على معامل ثبات الاختبار .

وتصلح هذه الطريقة للاختبارات الموقوتة ذات الزمن المحدد والتى تعتمد إلى حد كبير على السرعة . وتصلح أيضاً للاختبارات غير الموقوتة التى لا تخضع للتحديد الزمنى السابق وتقوم فى جوهرها على قياس قوة الاستجابات الفردية أكثر مما تعتمد على قياس سرعة تلك الاستجابات .

See, Burt, C. the Reliability of Teachers, Assessment of Their Pupils. B. J. Edu. P, Vol. XV, 1945 p.p. 80 — 92.

١ — إعادة الاختبار Test — Retest.

٢ — التجزئة النصفية Split — half.

٣ — تحليل التباين Analysis of variance

٤ — الاختبارات المتكافئة Parallel Tests

ولاتصلح هذه الطريقة لحساب ثبات الإختبارات التى تهدف إلى قياس التذكر أو ترتبط ارتباطاً مباشراً بهذه العملية العقلية وذلك لتأثر عملية التذكر تأثراً مباشراً بالفاصل الزمنى الذى يمضى بين إجراء الاختبار للمرة الأولى وإعادة إجرائه للمرة الثانية .

وقد دلت نتائج الأبحاث التجريبية (١) على أن الحد المناسب للفاصل الزمنى الذى يمضى بين إجراء الاختبار فى المرة الأولى والثانية يجب ألا يتجاوز أسابيع قليلة بالنسبة للأطفال أو طلبة المرحلة الأولى وطلبة المرحلة الأعدادية وألا يتجاوز ستة أشهر بالنسبة للكبار البالغين كطلبة المرحلة الثانوية وطلبة الجامعات .

ومهما يكن من هذا التحديد الزمنى فإن العوامل المؤثرة على الموقف التجريبى فى الإجراء الأول للاختبار تختلف إلى حد ما عن العوامل المؤثرة على الموقف التجريبى فى الإجراء الثانى ، وهذا يؤدى إلى ضعف الضبط التجريبى ولذا تتأثر النتائج النهائية لتلك الطريقة بالشوائب الكثيرة التى يصعب إخضاعها للظروف التجريبية الدقيقة وهكذا ندرك مدى قصور هذه الطريقة عن مستوى الدقة العلمية التى نهدف إليها فى أبحاثنا المختلفة . وقد يعاب عليها أيضاً أنها تكلف الباحث جهداً ومالا ووقتاً .

ب — طريقة التجزئة النصفية

تتلخص أهم معادلات طريقة التجزئه النصفية فيما يلى : —

١ — معادلة سبيرمان وبراون .

1— Anastasi, A Psychological Testing 1954, P. P· 105 - 106.

٢ — معادلة رولون
٣ — معادلة جتمان
٤ — معادلة جلكسون

وسنبين فيما يلي مميزات كل معادلة من تلك المعادلات ، وتطبيقاتها المختلفة ونواحي قصورها .

١ — معادلة سبيرمان وبراون للتجزئة النصفية

بين سبيرمان C. Spearman [1] وبراون W. Brown [2] سنة ١٩١٠ أنه يمكن التنبؤ بمعامل ثبات أى اختبار إذا علمنا معامل ثبات نصفه أو أى جزء منه . فمثلا إذا أمكننا أن نقسم أى اختبار إلا جزئين متكافئين ثم حسبنا معامل ارتباط هذين الجزئين فإننا نستطيع ان نستعين بمعادلة التنبؤ لسبيرمان وبروان فى معرفة معامل ثبات الاختبار الكلي الذى يتكون من هذين الجزئين وهكذا نستطيع أن نتغلب على الصعوبات التجريبية التى حالت بيننا وبين دقة حساب الثبات بالطريقة السابقة التى تعتمد على فكرة إعادة إجراء الاختبار.

وتعتمد فكرة تكافؤ الاختبـــارات على تساوى القيم العددية لمقاييسها الإحصائية المختلفة ، فمثلا إذا أمكننا أن نقسم الاختبار إلى ثلاثة أجزاء ، فإن هذه الأجزاء تصبح متكافئة عندما تتحقق الشروط التالية .

---

(1) Spearman, C. Gorrelation Calculated from faulty Data · B. J. 1910, p.p. 271 — 295.

(2) Brown, W. Some Exprimental Results in the Correlation of Mental Abilties. B. J. P., 1910, p.p. 296 — 322.

$$\text{م}_1 = \text{م}_2 = \text{م}_3$$
$$\text{ع}_1 = \text{ع}_2 = \text{ع}_3$$
$$\text{ر}_{12} = \text{ر}_{13} = \text{ر}_{23}$$

حيث يدل الرمز ١ على الجزء الأول ، ويدل الرمز ٢ على الجزء الثانى ، ويدل الرمز ٣ على الجزء الثالث . وحيث تتساوى أيضاً مستويات صعوبة الأسئلة فى هذه الأجزاء . أى أن صعوبة السؤال الأول فى الجزء الأول تساوى صعوبة السؤال الأول فى الجزء الثانى وهذه بدورها تساوى صعوبة السؤال الأول فى الجزء الثالث .

وتتلخص الفكرة العامة لمعادلة التنبؤ فى الصورة التالية .

$$\text{ر}_{11} = \frac{\text{ن ر}}{1 + (\text{ن} - 1)\,\text{ر}}$$

حيث يدل الرمز ر_{11} على معامل ثبات الاختبار .

ويدل الرمز ن على عدد الأجزاء .

ويدل الرمز ر على معامل إرتباط هذه الأجزاء أو بمعنى آخر معامل إرتباط أى جزئين .

لأن $\text{ر}_{12} = \text{ر}_{13} = \text{ر}_{23}$ = معامل إرتباط أى جزئين .

وتعتمد الطريقة التجريبية العملية لحساب الثبات على تجزئة الاختبار إلى جزئين فقط بحيث يتكون الجزء الأول من الدرجات الفردية للاختبار ويتكون الجزء الثانى من الدرجات الزوجية للاختبار وبذلك تتحول معادلة التنبؤ إلى الصورة التالية :

$$ر_{١١} = \frac{٢ر}{١ + ر}$$

حيث أن ن أصبحت مساوية لـ ٢ .

والجدول التالى يوضح طريقة تجزئة درجات الاختبار إلى نصفين بحيث يقوم النصف الأول على درجات الأسئلة الفردية ويقوم النصف الثانى على درجات الأسئلة الزوجية .

الأفراد	الأسـئلة ١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	درجات الأسئلة الفردية	درجات الأسئلة الزوجية
١	١	١	١	١	١	٠	٠	٠	٣	٢
٢	١	١	١	١	١	١	٠	٠	٣	٣
٣	١	١	٠	١	١	٠	٠	٠	٢	٢
٤	١	١	١	٠	١	١	١	١	٤	٣
٥	١	١	١	٠	٠	١	٠	٠	٢	٢
٦	١	١	١	١	٠	٠	١	١	٣	٣
٧	١	١	١	٠	١	١	٠	٠	٣	٢
٨	١	١	١	١	١	١	١	٠	٤	٣
٩	١	١	١	١	٠	٠	٠	٠	٢	٢
١٠	١	١	١	١	١	١	١	١	٤	٤

(جدول ١١١)

طريقة تجزئة درجات الاختبار إلى جزئين :- فردى ، وزوجى

حيث يدل العمود الأول على الأفراد ، وتدل أعمدة الأسئلة على إجابات كل فرد على كل سؤال من أسئلة الاختبار ، فمثلا الفرد ١ أجاب إجابات صحيحة

على الأسئلة ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ وأجاب إجابات خاطئة على الأسئلة ٦ ، ٧ ، ٨ أى أن مجموع الإجابات الصحيحة على الأسئلة الفردية يساوى ٣ ومجموع الإجابات الصحيحة على الأسئلة الزوجية يساوى ٢ وهكذا بالنسبة لبقية الأفراد .

وتتلخص طريقة معادلة التنبؤ فى حساب معامل ارتباط الدرجات الفردية بالدرجات الزوجية . والطريقة التى تصلح لحساب هذا الارتباط هى طريقة الارتباط التتابعى . وقد سبق أن بينا فى الفصل الثامن من هذا الكتاب طريقة حساب هذا الارتباط . وهو يحسب فى مثالنا هذا بالطريقة التالية

$$\therefore \text{معامل الإرتباط} = \frac{\text{ن مج س ص} - \text{مج س} \times \text{مج ص}}{\sqrt{\left[\text{ن مج س}^{2} - (\text{مج س})^{2}\right]\left[\text{ن مج ص}^{2} - (\text{مج ص})^{2}\right]}}$$

∴ معامل إرتباط الجزء الفردى بالجزء الزوجى

$$= \frac{١٠ \times ٨٢ - ٣٠ \times ٢٦}{\sqrt{\left[١٠ \times ٩٦ - ٩٠٠\right]\left[١٠ \times ٧٢ - ٦٧٦\right]}}$$

$$= \frac{٤٠}{\sqrt{٢٦٤٠}}$$

$$= \frac{٤٠}{٥١,٣٨}$$

∴ معامل الإرتباط = ٠,٧٨ تقريباً

وهكذا نستطيع أن نستعين بارتباط الجزئين الذى يدل على ثبات نصف الإختبار فى التنبؤ بمعامل ارتباط الاختبار بنفسه أو بمعنى آخر معامل ثبات الإختبار ، وذلك بالاستعانة بمعادلة التنبؤ لسبيرمان وبراون كما يدل على ذلك التحليل التالى .

$$\therefore ر_{11} = \frac{2ر}{1 + ر}$$

وبما أن ر $= 0.78$ فى مثالنا هذا

$$\therefore ر_{11} = \frac{2 \times 0.78}{1 + 0.78}$$

$$= \frac{1.56}{1.78}$$

$$\therefore ر_{11} = 0.88 \text{ تقريباً}$$

أى أن معامل ثبات الإختبار يساوى ٠,٨٨

هذا وقد حسبت معاملات ثبات الاختبار لكل القيم العددية الدالة على معاملات أرتباط النصف الفردى بالنصف الزوجى ورصدت هذه القيم فى جدول (١٨) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية . وبذلك نستطيع أن نقرأ مباشرة معامل الثبات الذى يقابل أرتباط النصفين المساوى لـ ٠,٧٨ ، وسنرى أنه يساوى ٠,٨٨ ، وهكذا تصبح عملية حساب الثبات عملية سريعة وسهلة .

ولا تصلح طريقة سبيرمان وبراون لحساب ثبات الاختبارات التى لا تنقسم إلى أجزاء متكافئة ، وخاصة عندما تختلف القيم العددية للتباين أختلافاً كبيراً . أى عندما تختلف القيمة العددية لتباين الجزء الفردى عن القيمة

العددية ، لتباين الجزء الزوجي اختلافاً واضحاً . وذلك لأن البرهان الرياضي لمعادلة التنبؤ يفترض تساوي الأجزاء في بنائه الإحصائي لتلك المعادلة كما يدل على ذلك البحث الذي نشره سبيرمان وبراون

ولا تصلح هذه الطريقة أيضاً لحساب ثبات الاختبارات الموقوتة التي تعتمد اعتماداً كبيراً على سرعة الاستجابات لأن كثرة الأسئلة المتروكة في آخر كل اختبار تؤثر على الارتباط القائم بين الجزئين ، ويتغير بذلك معامل الثبات .

وقد حاول هورست P. Horst (١) أن يحسب معامل ثبات الاختبار بطريقة سبيرمان وبراون وذلك عندما لا تكون أطوال الأجزاء التي ينقسم لها الاختبار متساوية كأن يمثل الجزء الأول ربع الاختبار وأن يمثل الجزء الثاني ثلاثة أرباع الاختبار واستعان على ذلك بمعادلة جديدة لتحقيق هذه الفكرة . وبما أن عملية قسمة الاختبار تخضع لاختيار الباحث ، فلا ضرورة إذن لهذا التعقيد اللهم إلا في الحالات النادرة التي قد تدعو إلى مثل ذلك التقسيم .

وقد حاول موسيير C. I. Mosier (٢) أيضاً أن يحسب معامل ثبات الاختبار بطريقة سبيرمان وبراون وأقام فكرته على معامل ارتباط أي جزء من جزئي الاختبار بالاختبار كله وكان يهدف من هذا إلى حساب معامل الثبات بطريقة أسرع من طريقة سبيرمان وبراون التي تعتمد على حساب معامل ارتباط الجزئين . ومهما يكن من أمر هذه الطريقة الجديدة فهي في جوهرها لا تعدو أن تكون إحدى الصور الرياضية لمعادلة سبيرمان وبراون ، ولكنها لا تسرع بالعملية كما كان يظن موسيير .

---

(1) **Horst,** P. Estimating Test Reliability from Parts of unequal length. Edu. P. Meas. 1951, 11. p.p. 398 — 371.

(2) **Mosier,** C. I. A Short Cut in Estimation of Split - Halves **Coefficients.** Edu P. Meas' 1941, p.p. 407 — 408.

وقد نجح رولون P.T. Rulon فى الكشف عن إحدى الصور الرياضية الجديدة التى تؤدى إلى حساب معامل الثبات بطريقة أسهل وأسرع من طريقة سبيرمان وبراون .

٢ — معادلة رولون المختصرة للتجزئة النصفية

تهدف هذه الطريقة إلى تبسيط معادلة سبيرمان وبراون وذلك بحساب تباين فروق درجات النصفين ، وحساب تباين درجات الاختبار . وتتلخص فكرة رولون P. J. Rulon [1] فى المعادلة التالية : —

$$ر_{11} = 1 - \frac{ع^{2}_{ف}}{ع^{2}}$$

حيث يدل الرمز ر ١١ على معامل الثبات

ويدل الرمز ع٢ف على تباين فروق درجات النصفين .

ويدل الرمز ع٢ على تباين درجات الاختبار .

والجدول التالى يوضح طريقة حساب معامل الثبات بهذه الطريقة .

---

(1) Rulon, P. J. A Simplified Procedure for Determining the Reliability of a Test by Split - Halves. Harv. Educ. Rev1939, 9, P. P. 99 — 103.

الأفراد	درجات الأسئلة الفردية	درجات الأسئلة الزوجية	فروق الدرجات الفردية ـ الزوجية	درجات الاختبار الفردية + الزوجية
١	٣	٤	١ —	٧
٢	٥	٦	١ —	١١
٣	٩	٧	٢ +	١٦
٤	٨	٤	٤ +	١٢
٥	٢	٣	١ —	٥
عدد الأفراد ن = ٥	المجموع = ٢٧ مربع الدرجات = ٧٢٩ مجموع المربعات = ١٨٣	المجموع = ٢٤ مربع الدرجات = ٥٧٦ مجموع المربعات = ١٢٦	المجموع = ٣ مربع الدرجات = ٩ مجموع المربعات = ٢٣	المجموع = ٥١ مربع الدرجات = ٢٦٠١ مجموع المربعات = ٥٩٥

(جدول ١١٢)

حساب معامل الثبات بطريقة رولون

حيث يدل العمود الرابع على فروق درجات الأسئلة الزوجية من درجات الأسئلة الفردية . هذا ولا تختلف النتيجة النهائية لهذه العملية إذا حسبنا فروق درجات الأسئلة الفردية من درجات الأسئلة الزوجية . وعلى القارئ، أن يقوم بحساب هذه الفروق ليرى أن تباين فروق الحالة الأولى يساوي تباين فروق الحالة الثانية .

وبما أن التباين يدل على مربع الانحراف المعياري . إذن فتباين الفروق يحسب بالمعادلة التالية :

بما أن الانحراف المعياري $= \frac{1}{ن}\sqrt{ن \text{ مج س}^2 - (\text{مج س})^2}$

لكن التباين = مربع الانحراف المعياري

∴ التباين $= \frac{1}{ن^2}\left[ن \text{ مج س}^2 - (\text{مج س})^2\right]$

∴ تباين الفروق $ع^2_ف = \frac{1}{٢٥}(٥ \times ٢٣ - ٩)$

$= \frac{١٠٦}{٢٥}$

∴ $ع^2_ف = ٤,٢٤$

وتباين درجات الاختبار $ع^2 = \frac{1}{٢٥}(٥ \times ٥٩٥ - ٢٦٠١)$

$= \frac{٣٧٤}{٢٥}$

∴ $ع^2 = ١٤,٩٦$

∴ معامل الثبات $ر_{11} = ١ - \frac{٤,٢٤}{١٤,٩٦}$

$= ١ - ٠,٢٨٣٤$

∴ $ر_{11} = ٠,٧٢$ تقريباً

وعلى القارىء أن يحسب معامل ثبات هذا الاختبار بطريقة سبيرمان وبروان وسيرى أنه يساوى ٠,٨٠ . وهكذا ندرك مدى اقتراب طريقة رولون فى حسابها للثبات من طريقة سبيرمان وبروان

٣ — معادلة جتمان العامة للتجزئة النصفية

سبق أن بينا فى دراستنا لمعادلة التنبؤ لسبيرمان وبروان لحساب معامل الثبات عدم صلاحية هذه المعادلة لحساب ثبات الاختبارات التى لا تتساوى الانحرافات المعيارية لجزئيها وقد توصل جتمان Guttman, L.[1] إلى معادلة عامة[2] تصلح لحساب الثبات عندما لا تتساوى الانحرافات المعيارية لجزئى الاختبار ، وتصلح أيضاً لحساب هذا المعامل عندما تتساوى هذه الانحرافات المعيارية . وتتلخص هذه الفكرة فى المعادلة التالية :

$$\text{ر}_{11} = 2\left(1 - \frac{\text{ع}^2_1 + \text{ع}^2_2}{\text{ع}^2}\right)$$

حيث يدل الرمز ع^2_1 على تباين درجات الأسئلة الفردية

ويدل الرمز ع^2_2 على تباين درجات الأسئلة الزوجية .

---

(1) Guttman, L. A Basis for Analysing Test-Retest Reliability. Psychom., 1945, P. P. 255—282.

(٢) تصلح هذه المعادلة لحساب ثبات الاختبارات عندما تنقسم إلى عدد من الأجزاء وقد تصل هذه الأقسام إلى الحد الذى يصبح فيه كل سؤال من أسئلة الاختبار جزءاً من هذه الاجزاء . والصورة العامة لهذه المعادلة هى :

$$\text{ر}_{11} = \frac{\text{ن}}{\text{ن} - 1}\left(1 - \frac{\text{مجـ ع}^2\text{ح}}{\text{ع}^2}\right)$$

حيث يدل الرمز ن على عدد الأجزاء التى ينقسم لها الاختبار .

ويدل الرمز مجـ ع٢ح على مجموع تباين هذه الأجزاء .

ويدل الرمز ع٢ على تباين الاختبار .

وعندما نحسب معامل ثبات درجات الاختبار المبينة فى الجدول السابق (جدول ١١٢) نرى أن

تباين درجات الأسئلة الفردية $ع_{1}^{2} = \frac{١}{٢٥} (٥ \times ١٨٣ - ٧٢٩)$

$$= \frac{٩١٥ - ٧٢٩}{٢٥}$$

$$= \frac{١٨٦}{٢٥}$$

$$\therefore \quad ع_{1}^{2} = ٧,٤٤$$

وتباين درجات الأسئلة الزوجية $ع_{2}^{2} = \frac{١}{٢٥} (٥ \times ١٢٦ - ٥٧٦)$

$$= \frac{٦٣٠ - ٥٧٦}{٢٥}$$

$$= \frac{٥٤}{٢٥}$$

$$\therefore \quad ع_{2}^{2} = ٢,١٦$$

وتباين درجات الاختبار $ع^{2} = ١٤,٩٦$

كما سبق أن حسبناه فى طريقة رولون

$$\therefore \quad ر_{11} = ٢ \left(١ - \frac{٧,٤٤ + ٢,١٦}{١٤,٩٦} \right)$$

$$= ٢ \left(١ - \frac{٩,٦٠}{١٤,٩٦} \right)$$

$$= ٢ (١ - ٠,٦٤١٧)$$

$$= ٢ \times ٠,٣٥٨٣$$

$$\therefore \quad ر_{11} = ٠,٧٢ \text{ تقريباً}$$

وهذه هى نفس النتيجة التى حصلنا عليها لنفس هذا المثال وذلك عندما طبقنا طريقة رولون المختصرة لحساب معامل الثبات .

٤ — معادلة جلكسون للاختبارات الموقوتة

تتأثر معادلة التنبؤ لسبيرمان وبراون بالزمن المحدد للاختبار، ولذا لا تصلح هذه المعادلة لحساب ثبات الاختبارات الموقوتة التي تحول بين أغلب الأفراد وبين تكملة الاختبار في الزمن المحدد للإجابة. هذا وكلما قل الزمن المحدد للاختبار زادت تبعاً لذلك نسبة الأسئلة المتروكة في آخر الاختبار أو الأسئلة التي لا يستطيع أغلب الأفراد الإجابة عنها لضيق الوقت وبذلك يزداد التشابه القائم بين نصفي الاختبار وترتفع القيمة العددية لمعامل ارتباط الأسئلة الفردية بالأسئلة الزوجية ويزداد تبعاً لذلك معامل ثبات الاختبار إلى حد ما. ولذا يجب أن نصحح القيمة العددية لهذا الثبات حتى يدل على الثبات الحقيقي الذي لا يخضع لهذا العامل الزمني. وقد اقترح جلكسون H. Gulliksen [1] المعادلة التالية لحساب ثبات الاختبارات الموقوتة.

$$\bar{\text{ر}}_{11} = \text{ر}_{11} - \frac{\text{م}_{\text{ت}}}{\text{ع}^{2}_{\text{ن}}}$$

حيث يدل الرمز $\bar{\text{ر}}_{11}$ على معامل ثبات الاختبارات الموقوتة. أو معامل الثبات بعد تصحيح أثر السرعة.

ويدل الرمز ر_{11} على معامل الثبات الذي حسب بطريقة سبيرمان براون

ويدل الرمز $\text{م}_{\text{ت}}$ على متوسط الأسئلة المتروكة في آخر الاختبار. ويحسب هذا برصد عدد الأسئلة المتروكة عند كل فرد، ثم تجمع الأسئلة المتروكة عند كل فرد، ويقسم هذا المجموع على عدد الأفراد لحساب متوسط الأسئلة المتروكة

---

(1) Gulliksen, H. The Reliability of Speeded Tests. Psychometrika, 1950, 15, P. P. 259—269.

ويدل الرمز ع^{2}خ على تباين الخطأ . ويحسب برصد عدد الاستجابات الخاطئة عند كل فرد ويضاف إلى هذا المجموع عدد الأسئلة المحذوفة ، أى الأسئلة التى حذفها الفرد أثناء إجابته على الاختبار دون أن يجيب عليها . ثم يحسب تباين هذه الأعداد بالنسبة لكل الأفراد

وبذلك تعتمد فكرة هذه المعادلة على الأنواع الرئيسية لإجابات الأفراد على أسئلة الاختبارات الموقوتة والتى تتلخص فيما يلى : —

١ — الإجابات الصحيحة على الأسئلة ، وسنرمز لهذا النوع بالرمز ص
٢ — الإجابات الخاطئة على الأسئلة ، وسنرمز لهذا النوع بالرمز خ
٣ — الأسئلة المحذوفة ، وسنرمز لهذا النوع بالرمز و
٤ — الأسئلة المتروكة ، وسنرمز لهذا النوع بالرمز ك

والمثال التالى يوضح هذه الأنواع الرئيسية بالنسبة لإجابة الفرد ا على اختبار موقوت

الأفراد	الأسئلة ١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	مج ص	مج خ + و	مج ك
ا	ص	ص	و	خ	ص	و	ك	ك	٣	٣	٢

جدول ١١٣
طريقة رصد الأنواع المختلفة لاستجابات الفرد على أسئلة اختبار موقوت

وعندما نرصد جميع استجابات الأفراد بهذه الطريقة نستطيع أن نحسب متوسط الأسئلة المتروكة ، وتباين الخطأ .

فإذا فرضنا مثلا أننا حصلنا على القيم التالية

ر١١ = ٠,٨ ؛ مـ ت = ٢ ؛ ع٢خ = ١٠

فإننا نستطيع تطبيق معادلة جلكسون فى حساب ثبات الاختبار الموقوت بالطريقة التالية : —

∴ ر١١ = ٠,٨ — ٢/١٠

= ٠,٨ — ٠,٢

= ٠,٦

هذا ولا تصلح هذه المعادلة للاختبارات التى تعتمد اعتماداً كلياً على السرعة والتى يقل زمنها عن الزمن المناسب للاختبار لأن القيمة العددية لمتوسط الأسئلة المتروكة قد تزداد عن القيمة العددية لتباين الخطأ . وبذلك يصبح الكسر

مـ ت / ع٢خ أكبر من الواحد الصحيح ، وتتحول قيمة ر١١ إلى قيمة سالبة .

ولذا تستخدم طريقة إعادة الاختبار أو طريقة الاختبارات المتكافئة لحساب ثبات مثل هذا النوع من الاختبارات .

حـ — طريقة تحليل التباين

استعان كودر G, F Kuder وريتشاردسن M, W, Richardson (١)

---

(1) Kuder, G, F, and Richardson, M. W. The Theory of the Estimation of Test Reliability. Psychometrika, 1937,2. P, P. 151—160.

— Richardson, M. W., and Kuder, G, F., The Calculation of Test Reliability Coefficients based upon the Method of Rational Equivalence. V, Edu, Psy, 1939, 30, P, P 681—687.

فى دراستهما للثبات بتحليل أسئلة الاختبار ودراسة تباين تلك الأسئلة . ولذلك تعتمد طريقتهما على الدراسة التفصيلية لهذا التباين ، وقد تمكن الباحثان من استنتاج بعض المعادلات التى تصلح لقياس الثبات . وتحتاج أغلب هذه المعادلات إلى وقت طويل وجهد شديد لحساب الثبات من المقاييس الإحصائية لأسئلة الاختبار . ولذا لم تلق صدى قوياً بين المشتغلين بالدراسات الإحصائية النفسية . وقد حاول الباحثان تبسيط طريقتهما فى معادلة عامة لحساب الثبات بطريقة سهلة سريعة . وتتلخص فكرة هذه المعادلة فى الصورة التالية :

$$\text{ر}_{11} = \frac{\text{ن ع}^2 - \text{م}\,(\text{ن} - \text{م})}{(\text{ن} - 1)\,\text{ع}^2}$$

حيث يدل الرمز ر_{11} على معامل ثبات الاختبار .

ويدل الرمز ن على عدد أسئلة الاختبار

ويدل الرمز ع^2 على تباين درجات الاختبار

ويدل الرمز م على متوسط درجات الاختبار

هذا ويعتمد البرهان الرياضى لهذه المعادلة على الفروض التالية :

١ — أن تتقارب صعوبة أسئلة الاختبار .

٢ — أن يجيب كل فرد على جميع أسئلة الاختبار .

٣ — أن يقيس الاختبار قدرة واحدة ، أو صفة واحدة .

٤ — أن تتساوى معاملات ارتباط الأسئلة ؛ أى أن يصبح معامل ارتباط السؤال الأول بالسؤال الثانى مساوياً لمعامل ارتباط السؤال الأول بالسؤال الثالث وهكذا بالنسبة لبقية ارتباطات الأسئلة .

ولذا يضيق النطاق التطبيقى لهذه المعادلة إلى الحد الذى يجعلها غير صالحة فى كثير من الأحوال .

وقد استطاع بيرت C. Burt (١) أن يبرهن على صحة هذه المعادلة بطريقة تحليل التباين دون أن يخضع برهانه للفروض السابقة . ولذا أصبحت تلك المعادلة صالحة لقياس ثبات الاختبارات الموقوتة وغير الموقوتة بشرط ألا يكون عدد الأسئلة المتروكة كبيراً أى أن يستطيع أغلب الأفراد الوصول إلى نهاية الاختبارات فى الزمن المحدد له

وعندما نستعين بهذه المعادلة فى حساب معامل ثبات الاختبار المبين بجدول ١١٢ والذى سبق أن حسبنا ثباته بطريقة رولون ، نرى أن :

الدرجات : ٧ ، ١١ ، ١٦ ، ١٢ ، ٥

مجموع الدرجات = ٥١

عدد الأفراد = ٥

∴ المتوسط م = $\frac{٥١}{٥}$ = ١٠,٢

الانحراف المعيارى ع = ٣,٨٧

التباين ع^{2} = ١٤,٩٦

ولنفرض أن عدد الأسئلة ن = ٣٠

$$\therefore \text{ر}_{11} = \frac{\text{٣٠} \times \text{١٤,٩٦} - \text{١٠,٢} \,(\text{٣٠} - \text{١٠,٢})}{(\text{٣٠} - \text{١}) \times \text{١٤,٩٦}}$$

$$= \frac{\text{٢٩٩,٢} - \text{٩٩,٩٦}}{\text{٢٨٤,٢٤}}$$

$$= \frac{\text{١٩٩,٢٤}}{\text{٢٨٤,٢٤}}$$

$$\therefore \text{ر}_{11} = \text{٠,٧٠} \ \text{تقريباً}$$

---

(1) Burt, C. The Reliability of Teachers' Assessment of their pupils, B. J. Edu. Psy., 1945, P. P. 80 –92.

وقد سبق أن حسبنا القيمة العددية لثبات هذا الاختبار بطريقة رولون وبينا أنها تساوى ٠,٧٢ ، وحسبناها أيضاً بطريقة سبيرمان وبراون وبينا أنها تساوى ٠,٨٠

وهكذا نرى أن القيمة العددية لمعامل الثبات بطريقة كودر وريتشاردسن أقل قيمة نحصل عليها فى قياسنا لهذا الثبات ، وأن القيمة العددية لثبات نفس هذا الاختبار بطريقة سبيرمان وبراون تمثل أعلى قيمة نحصل عليها فى قياسنا لهذا الثبات .

ولذا يرى بعض العلماء أن طريقة سبيرمان وبراون تدل على الحد الأعلى لثبات الاختبار وأن طريقة كودر وريتشاردسن تدل على الحد الأدنى لهذا الثبات . ولهذه الحدود أهميتها القصوى فى صحة الحكم على الثبات .

ء — طريقة الاختبارات المتكافئة

تعتمد فكرة الاختبارات المتكافئة على نفس الفكرة التى اعتمدت عليها طريقة التجزئة النصفية لسبيرمان وبراون فى تقسيم الاختبار إلى اختبارين متكافئين أو أكثر وفى التحقق من هذا التقسيم بدراسة الفروق القائمة بين الانحرافات المعيارية . وقد سبق أن بينا فى دراستنا لتلك الطريقة الشروط الأساسية للتكافؤ ولخصناها فيما يلى :

١ — $م_١ = م_٢ = م_٣$

٢ — $ع_١^٢ = ع_٢^٢ = ع_٣^٢$

٣ — $ر_{١٢} = ر_{٢٣} = ر_{٣١}$

٤ — تماثل تدريج الصعوبة فى كل الأجزاء

وذلك بالنسبة للأجزاء الثلاثة التي يمكن أن ينقسم لها الاختبار الأصلي وقد بين جلكسون H. Gullikson [1] وثورنديك R. h, Thorndike [2] أن أقل عدد من الأجزاء المتكافئة التي يمكن أن ينقسم إليه الاختبار الأصلي هو ثلاثة حتى نتأكد من تساوي معاملات الارتباط.

وعندما نستطيع تقسيم الاختبار الأصلي إلى هذه الأجزاء فإننا نتمكن أن نحسب ثبات أي جزء منها، وذلك بحساب معامل ارتباطه بأي جزء من الأجزاء الأخرى. وبذلك نحسب ثبات الاختبارات الجزئية مباشرة من معاملات الارتباط وبما أن معاملات ارتباط الاختبارات الجزئية المتكافئة متساوية، إذن فثبات أي اختبار منها يدل على ثبات أي اختبار آخر.

هذا وفي مقدورنا أن نزيد القيمة العددية لمعامل الثبات وذلك بضم اختبارين جزئيين معاً في اختبار واحد وحساب معامل ثبات هذا الاختبار الجديد بطريقة سبيرمان وبراون ونستطيع أيضاً أن نقسم الاختبار الكلي إلى أجزاء متكافئة ونستمر في تقسيمنا هذا حتى يصبح كل سؤال من أسئلة الاختبار جزءاً من هذه الأجزاء.

أهم العوامل التي تؤثر على الثبات

تتلخص أهم العوامل التي تؤثر على ثبات نتائج الاختبارات فيما يلي: —

أ — عدد الأسئلة

ب — زمن الاختبار

(1) Gullikson, H, Theory of Mental Tests. 1950, P. P. 173-191

(2) Thorndike, R. H,. Reliability. In Lindquist' E. F. Educational Measurement, 1951, P. P. 561-562.

حـ ـ التبـــاين

د ـ التخمين

هـ ـ صياغة الأسئلة

و ـ حالة الفرد

وسنبين أثر كل عامل من هذه العوامل على الثبات وأهم الطرق التي يستعين بها الباحث للتحكم في هذه النواحي توطئة لزيادة القيمة العددية لهذا الثبات .

١ ـ عدد الأسئلة

ترتفع القيمة العددية لمعامل الثبات تبعاً لزيادة عدد أسئلة الاختبار . أي أن معامل ثبات الاختبار الطويل أكبر من معامل ثبات هذا الاختبار عندما ينقص عدد أسئلته إلى النصف أو الثلث أو أية نسبة أخرى . وقد سبق أن بينا في دراستنا لطريقة التجزئة النصفية لسبيرمان وبراون أن معامل ثبات نصف الاختبار يقل عن معامل ثبات الاختبار الكلي . هذا ويمكن أن نستعين بتلك المعادلة في التنبؤ بالطول المناسب للاختبار حتى نحصل على معامل ثبات معين . فمثلا إذا كان معامل ثبات الاختبار يساوى ٠,٧ وأردنا أن نزيده إلى ٠,٩ فإن علينا أن نزيد من عدد الأسئلة لنحصل على هذا الثبات . وبما أن الصورة العامة لمعادلة سبيرمان وبراون تقوم في جوهرها على عدد الأجزاء التي ينقسم إليها الاختبار ؛ إذن نستطيع أن نحسب مضاعفات الاختبار للحصول على معامل ثبات معين ، وذلك بحساب قيمة عدد هذه الأجزاء أو بمعنى آخر حساب قيمة ں في المعادلة التالية .

$$ر_{١١} = \frac{ں ر}{١ + (ں - ١) ر}$$

ويمكن أن نعيد صياغة رموز هذه المعادلة فى الصورة التالية :

$$ر_{بب} = \frac{ن\, ر_{١١}}{١ + (ن - ١)\, ر_{١١}}$$

حيث يدل الرمز $ر_{١١}$ على معامل ثبات الاختبار كما هو قائم فعلا قبل الزيادة .

ويدل الرمز $ر_{بب}$ على معامل ثبات الاختبار كما يجب أن يكون بعد الزيادة .

فإذا كان معامل الثبات = ٠,٧

وأردنا أن نرفع هذا الثبات إلى ٠,٩

$\therefore$ $ر_{١١}$ = ٠,٧

، $ر_{بب}$ = ٠,٩

$$\therefore \quad ٠,٩ = \frac{ن \times ٠,٧}{١ + (ن - ١)\, ٠,٧}$$

$$\therefore \quad ٠,٩ = \frac{ن \times (٠,٧)}{٠,٣ + ن \times ٠,٧}$$

$$\therefore \quad ن = \frac{٠,٢٧}{٠,٠٧}$$

$$= ٣,٩$$

= ٤ تقريباً

وهكذا نرى أن عملية زيادة الثبات من ٠,٧ إلى ٠,٩ تتطلب زيادة عدد أسئلة الاختبار إلى أربعة أمثالها .

ب — زمن الاختبار

يتأثر ثبات الاختبارات الموقوتة بالزمن المحدد لها. وقد أكدت أبحاث ليندكويست F. F. Lindquist وكوك[1] W. W. Cook هذه الفكرة. وبذلك يزداد الثبات تبعاً لزيادة الزمن حتى يصل إلى الحد المناسب للاختبار فيصل الثبات إلى نهايته العظمى ثم يقل الثبات بعد ذلك كلما زاد الزمن عن ذلك الحد.

ح — التباين

يرتبط الثبات ارتباطاً مباشراً بتباين درجات الاختبار، وقد سبق أن بينا علاقة التباين التجريبي بالتباين الحقيقي وبتباين الخطأ في دراستنا لمعنى الثبات. ولذا ينقص ثبات الاختبار عندما ينقص التباين، ويزداد الثبات تبعاً لزيادة التباين. وبما أن التباين يدل على فروق الأفراد في درجات الاختبار، إذن فالأسئلة المتناهية في الصعوبة أو السهولة تؤدي إلى خفض الثبات، والأسئلة المتدرجة في صعوبتها تدريجاً متزناً متصلا تؤدي إلى رفع الثبات. ويصل الثبات إلى نهايته العظمى عندما تصل صعوبة الأسئلة إلى ٥ر٠ لأن ذلك يدل على النهاية العظمى لتمييز الأسئلة كما سنوضح ذلك في دراستنا التحليلية لأسئلة الاختبار[2].

---

(1) Lind quist, E. F., and Cook W. W., Experimental Procedures in Test Evaluation. J. Exp. Educ., 1933. P.P 163 - 185

(2) التمييز = السهولة × الصعوبة

وعندما تصبح الصعوبة مساوية لـ ٥ر٠ تصبح السهولة مساوية لـ ١ — ٥ر٠ = ٥ر٠ وبذلك يصبح التمييز مساوياً لـ ٥ر٠ × ٥ر٠ = ٢٥ر٠ ولو فرضنا مثلا أن الصعوبة تساوى ٧ر٠ إذن فالسهولة تساوى ١ — ٧ر٠ = ٣ر٠ وبذلك يصبح التمييز مساوياً لـ ٧ر٠ × ٣ر٠ = ٢١ر٠ وهذا أقل من القيمة السابقة التي كانت صعوبتها مساوية لـ ٥ر٠

وهكذا نرى أن معامل ثبات درجات اختبار مجموعة متجانسة من الأفراد ينقص فى قيمته العددية عن معامل ثبات درجات نفس الاختبار على مجموعة أخرى أقل تجانساً من المجموعة الأولى .

فإذا طبقنا اختباراً ما على مجموعة من الأفراد انحرافها المعيارى ١٠ ووجدنا أن معامل الثبات يساوى ٠,٨ فإننا نستطيع أن نتنبأ بمعامل ثبات هذا الاختبار عندما نعيد تطبيقه على مجموعة من الأفراد انحرافها المعيارى ٢٠ وذلك بتطبيق المعادلة التالية :

$$\text{ر}_{22} = 1 - \frac{\text{ع}_1^2 (1 - \text{ر}_{11})}{\text{ع}_2^2}$$

حيث يدل الرمز ر_{22} على معامل ثبات المجموعة الثانية

ويدل الرمز ر_{11} على معامل ثبات المجموعة الأولى

ويدل الرمز ع_1^2 على تباين المجموعة الأولى

ويدل الرمز ع_2^2 على تباين المجموعة الثانية

وبما أن :

$$\text{ر}_{11} = ٠,٨ ، \text{ع}_1 = ١٠ ، \text{ع}_2 = ٢٠$$

إذن يمكننا أن نتنبأ بالقيمة العددية لمعامل ثبات المجموعة الثانية وذلك بالتعويض فى المعادلة السابقة

$$\text{ر}_{22} = ١ - \frac{١٠٠ (١ - ٠,٨)}{٤٠٠}$$

$$= ١ - \frac{٢٠}{٤٠٠}$$

$$= ١ - ٠,٠٥$$

$$\therefore \text{ر}_{22} = ٠,٩٥$$

وهكذا نرى مدى زيادة القيمة العددية لمعامل ثبات الاختبار تبعاً لزيادة تباين درجاته . ولذا يجب أن نرصد تباين الاختبار عند رصدنا لمعامل ثباته .

د – التخمين

ينقص الثبات تبعاً لزيادة أثر التخمين ، وذلك لأن الإجابة التي تعتمد على التخمين في المرة الأولى لإجراء الاختبار لا تعتمد على نفس هذا التخمين في المرة الثانية لإجراء ذلك الاختبار على نفس المجموعة وبذلك تضعف الصلة بين نتائج المرة الأولى ونتائج المرة الثانية ، وتنخفض تبعاً لذلك القيمة العددية لمعامل الثبات . وهكذا يؤثر الغش والتخمين تأثيراً ضاراً على ثبات الاختبار .

وتختلف الاختبارات في مدى تأثرها بالتخمين تبعاً لنوعها ، وأكثر هذه الأنواع تأثراً بالتخمين الاختبارات التي تعتمد على الاختيار من متعدد ، وبذلك يختار الفرد الإجابة الصحيحة من إجابتين أو أكثر . والأمثلة التالية توضح هذه الفكرة .

(١) ٧ × ٤ = ٢١ أو ٢٨ إختيار من احتمالين

(٢) ٧ × ٤ = ١٨ أو ٢٨ أو ٢٤ إختيار من ثلاثة إحتمالات

(٣) ٧ × ٤ = ١٦ أو ١٨ أو ٢٦ أو ٢٨ إختيار من أربعة احتمالات

وسندرس هذه الأنواع دراسة وافية في الفصل الخاص بتحليل أسئلة الاختبارات .

وقد أكدت أغلب الدراسات (١) التي بحثت معاملات ثبات هذه الأنواع

(1) Adkins, D. C, and others, Construction and Analysis of Achievement Tests, 1947, P. 159

أن الثبات يرتفع تبعاً لزيادة عدد الاحتمالات ، والجدول التالى يوضح نتائج إحدى هذه الدراسات .

عدد الاحتمالات	معامل الثبات
٢	٠,٨٤
٣	٠,٨٩
٧	٠,١٩

جدول (١٤)
علاقة الاحتمالات بالثبات

هـ - صياغة الأسئلة

الأسئلة الغامضة ، الخادعة ، العاطفية ، الطويلة تقلل الثبات . والأسئلة الواضحة المبنى ، الموضوعية ، القصيرة تزيد الثبات ، ولذا يجب أن يدقق الباحث فى اختيار ألفاظ الأسئلة وعباراتها ونوعها حتى يصل بذلك إلى الثبات الحقيق للاختبار .

و - حالة الفرد

يتأثر الثبات بحالة الفرد الصحية والنفسية وبمدى تدربه على الموقف الاختبارى ولذا يؤدى المرض والتعب والتوتر الانفعالى إلى نقصان الثبات ،

تمارين على الفصل الحادى عشر

١ — بين الأسس الإحصائية النفسية التى تقوم عليها فكرة الثبات .

٢ — وضح أهمية تقسيم الدرجة التجريبية إلى أجزائها الحقيقية والخاطئة وتقسيم التباين التجريبى إلى هذه الأقسام ، وأهمية هذا التقسيم فى فهمنا العلمى لمعنى الثبات .

٣ — ما هى الفروق الجوهرية بين الثبات والدلالة الإحصائية .

٤ — ما هى أهم مميزات وعيوب حساب الثبات بطريقة إعادة الاختبار .

٥ — اشرح أهم الطرق التى تعتمد فى حسابها للثبات على طريقة التجزئة النصفية وبين مميزات وعيوب كل طريقة من هذه الطرق .

٦ — إذا كان معامل ارتباط النصف الفردى بالنصف الزوجى للاختبار يساوى ٠,٨ . فما هو معامل ثبات الاختبار .

٧ — إذا كان تباين فروق درجات النصف الفردى والزوجى للاختبار يساوى ٥,٦ وكان تباين الاختبار الكلى يساوى ١٢,٤ فما هو معامل ثبات هذا الاختبار .

٨ — إذا كان تباين الجزء الفردى للاختبار يساوى ٨,٢ وتباين الجزء الزوجى يساوى ٤,٣ وتباين درجات الاختبار يساوى ١١,٥ فما هو معامل ثبات هذا الاختبار .

٩ — إذا كان معامل ثبات اختبار موقوت ٠,٧ ، ومتوسط الأسئلة المتروكة يساوى ٣ وتباين الخطأ يساوى ٨ فما هو معامل الثبات بعد تصحيح أثر السرعة .

١٠ — بين الأسس والتطبيقات المختلفة لحساب الثبات بطريقة التباين .

١١ ـ اختبار عدد أسئلته ٤٠ ومتوسطه ١٨,٢ وانحرافه المعيارى ٨ فما هو معامل ثباته .

١٢ ـ ماهى الأسس العلمية التى تعتمد عليها طريقة الاختبارات المتكافئة فى حساب الثبات ، وما هى عيوب ومميزات هذه الطريقة .

١٣ ـ بين أهم العوامل التى تؤثر على الثبات ووضح أثر كل عامل من هذه العوامل .

١٤ ـ احسب القيمة العددية لـ ن التى تزيد ثبات الاختبار من ٠,٦ إلى ٠,٩ .

١٥ ـ احسب ثبات درجات مجموعة من الأفراد انحرافها المعيارى ١٢ إذا علمت أن ثبات درجات هذا الاختبار يساوى ٠,٧ لمجموعة أخرى من الأفراد انحرافها المعيارى يساوى ٨ .

الفصل الثاني عشر

الصدق

معنى الصدق وأهميته

الاختبار الصادق يقيس ما وضع لقياسه . فاختبار الذكاء الذي يقيس الذكاء فعلا اختبار صادق ، مثله في ذلك كمثل المتر في قياسه للأطوال ، والكيلو في قياسه للأوزان ، والساعة في قياسها للزمن .

وتختلف الاختبارات في مستويات صدقها تبعاً لاقترابها أو ابتعادها من تقدير تلك الصفة التي تهدف إلى قياسها ، فاختبار الذكاء الذي يصل في قياسه لتلك القدرة إلى مستوى ٠,٨ . أصدق في هذا القياس من أي اختبار آخر للذكاء لا يصل إلى هذا المستوى ، أي أنه أصدق مثلا من الاختبار الذي يصل في قياسه للذكاء إلى مستوى ٠,٥ .

ويحسب مستوى صدق الاختبار بمقارنة نتائجه بنتائج مقياس آخر دقيق لتلك الصفة . ويسمى هذا المقياس بالميزان(١) إذ به نزيد صدق الاختبار .

فإذا فرضنا مثلا أن اختبار بينيه Binet(٢) هو أصدق اختبار لقياس الذكاء فإننا نستطيع أن نحسب صدق أي اختبار آخر للذكاء وذلك بمقارنة نتائج هذا الاختبار بنتائج اختبار بينيه ، وهذا يعني اتخاذ مقياس بينيه للذكاء ميزاناً نقيس به صدق اختبارات الذكاء الأخرى .

---

(١) الميزان Critêrion

ويعرف الميزان بأنه علامة ظاهرة أو باطنة بها تبين الأشياء والمعاني ونستطيع الحكم عليها (راجع مصطلحات المجمع اللغوي في الفلسفة)

(٢) اختبار بينيه للذكاء هو أول اختبار دقيق وضع لقياس الذكاء .

والصدق بهذا المعنى صفة نسبية وذلك لأن الاختبار الذى يصدق فى قياسه لأية قدرة كالقدرة اللغوية لا يصدق غالباً فى قياسه لقدرة أخرى كالقدرة العددية أى أن الاختبار الصادق بالنسبة لقدرة ما ، غير صادق بالنسبة لقدرة أخرى ، شأنه فى ذلك شأن المتر الذى يصدق فى قياسه للأطوال ولا يصدق فى قياسه الأوزان . أى أنه نسبى أيضاً فى صدقه .

وهكذا نرى أن الصدق يعتمد فى جوهره على مقارنة أداء الأفراد فى الاختبار بأدائهم فى الميزان ، أياً كان نوع هذا الميزان .

وللصدق أهميته القصوى فى بناء الاختبارات النفسية وذلك بالكشف عن محتوياتها الداخلية ، وفى الإفادة من تلك الاختبارات فى الاختيار التعليمى والمهنى ، أى فى التنبؤ بمستويات الأفراد فى حياتهم التعليمية والمهنية ، توفيراً للجهد والمال والتدريب حتى يطمئن كل فرد إلى أنه يعمل فى الميدان الذى يتفق مع استعداداته ومواهبه ومهاراته المختلفة .

أنواع الصدق

تتلخص أهم أنواع الصدق (١) فيما يلى :

ا – الصدق الوصفى ، ويشتمل على الأنواع التالية :

١ – الصدق الفرضى

٢ – الصدق السطحى .

٣ – الصدق المنطق .

---

(١) الصدق الوصفى Descriptive Valtdity ، الصدق الإحصائى Statistical Validity
الصدق الفرضى Validity by assumption ، الصدق الذاتى Intrinsic Validity
الصدق السطحى Face Validty ، الصدق التجريبى Émpirical Validity
الصدق المنطق Logical Validity ، الصدق العاملى Factorial Validity

ب — الصدق الإحصائى ويشتمل على الأنواع التالية :

١ — الصدق الذاتى .

٢ — الصدق التجريبى .

٣ — الصدق العاملى .

ويعتمد الصدق الوصفى على الدراسة التمهيدية للاختبار لمعرفة مدى صلاحيته للتجريب ، ويعتمد الصدق الإحصائى على تحليل نتائج الاختبار بعد تجربته . وقد سبق أن بينا معنى الصدق وقصرناه على النوع الثانى أى على الصدق الإحصائى لأنه هو المفهوم العلمى الدقيق للصدق .

ا — الصدق الوصفى

١ — الصدق الفرضى

لا يدل اسم الاختبار ، فى الأغلب والأعم ، على صدقه ، فهنالك اختبارات أطلق عليها الناس أسماء لا تمت إلى صدقها بصلة وثيقة لأنها لم تخضع للتحليل العلمى الإحصائى الذى يكشف بوضوح عن هذا الصدق . وهكذا يفترض الناس أن اختباراً ما يقيس الذكاء فيطلقون عليه ذلك الاسم ظناً منهم أنه فعلا يقيس هذا الذكاء . وأغلب الامتحانات المدرسية تنطوى تحت هذا النوع لأنها افتراضية ، ولم يقم الدليل العلمى على ما تقيسه ولذا لا يصلح هذا النوع للحكم على مدى صدق الاختبار .

٢ — الصدق السطحى

يدل الصدق السطحى على المظهر العام للاختبار كوسيلة من وسائل القياس العقلى . أى أنه يدل على مدى مناسبة الاختبار للمختبرين ، ويبدو ذلك فى وضوح تعليماته وصحة ترتيبها للخطوات الأساسية التى يتبعها المختبر فى فهمه للأسئلة وإجابته عنها ، وعلى دقة تحديد الزمن المناسب للاختبارات الموقوتة التى

تعتمد على السرعة ، وعلى تحديد مستويات الصعوبة للاختبارات غير الموقوتة التى تعتمد على القوة ؛ وعلى نوع الأسئلة ومدى صلاحيتها لإثارة الاستجابات المناسبة من المختبرين . فالاختبار الحسابى الذى يدور حول المسائل المدرسية العادية قد لايثير الاستجابة المناسبة من الجنود أو العمال بالرغم من أنه يثير الاستجابات المناسبة من الطلبة .

هذا وعندما يدرك كل مختبر فكرة الاختبار إدراكا واضحاً ، ويشعر بأهميته ، وينشط للاجابة عليه ؛ نستطيع أن نحكم على صدق هذا الاختبار من الناحية السطحية .

وينطوى الصدق السطحى للاختبار أيضاً على سهولة الإمكانيات العملية لطبعه وتصحيحه وتفسير نتائجه .

وهكذا ندرك أهمية هذا النوع من الصدق فى بناء الاختبارات العقلية .

٣ — الصدق المنطقى

يهدف الصدق المنطقى إلى الحكم على مدى تمثيل الاختبار للميدان الذى يقيسه . فالاختبار العددى الذى يعتمد على الألفاظ أكثر مما يعتمد على الأعداد اختبار غير صادق من الناحية المنطقية . والاختبار المكانى الذى يعتمد على العمليات العددية أكثر مما يعتمد على النواحى المكانية اختبار غير صادق من الناحية المنطقية . وهكذا بالنسبة للميادين الأخرى .

أى أن فكرة الصدق المنطقى تقوم فى جوهرها على اختيار أسئلة الاختبار بالطريقة الطبقية أو الطبقية العشوائية التى تمثل ميدان القياس تمثيلا إحصائياً صحيحاً . ولذا يعتمد بناة الاختبارات الحديثة على هذا النوع من الصدق فى صياغة وإعداد الاختبارات المختلفة ، فيبدأون بتحليل المجال أو الميدان الاختبارى أو الناحية التى يراد قياسها تحليلا يكشف عن عناصرها المختلفة وأقسامها الرئيسية ، ثم يفصل كل قسم إلى أجزائه المختلفة ، وتقدر النسب

المئوية لأجزاء كل قسم من هذه الأقسام ، وبذلك تصبح عملية إختيار العينة الطبقية أو الطبقية العشوائية للأسئلة عملية ميسورة وتصبح أيضاً عملية صياغة الأسئلة عملية صحيحة شاملة .

ب ــ الصدق الإحصائي

١ ــ الصدق الذاتي

يعرف الصدق الذاتي بأنه صدق الدرجات التجريبية للاختبار بالنسبة للدرجات الحقيقية التي خلصت من شوائب أخطاء القياس . وبذلك تصبح الدرجات الحقيقية للاختبار هي الميزان الذي ننسب إليه صدق الاختبار . وبما أن الثبات يقوم في جوهره على معامل ارتباط الدرجات الحقيقية للاختبار بنفسها إذا أعيد إجراء الاختبار على نفس مجموعة الأفراد التي أجري عليها أول مرة كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا لمعنى الثبات . إذن فالصلة وثيقة بين الثبات والصدق الذاتي .

ويقاس الصدق الذاتي بحساب الجذر التربيعي لمعامل ثبات الاختبار . والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

معامل ثبات الاختبار = ٠,٦٤

∴ معامل الصدق الذاتي = $\sqrt{٠,٦٤}$

= ٠,٨

ويسمى هذا الصدق الذاتي أحياناً بالثبات القياسي[١] .

ولهذا الصدق أهميته القصوى في تحديد النهاية العظمى لمعاملات الصدق

(١) الثبات القياسي Index of Reliability

التجريبي والصدق العاملي . أي أن الحد الأعلى لمعامل صدق الاختبار يساوي معامل صدقه الذاتي ، وبذلك لا يمكن أن تتجاوز القيمة العددية لمعامل صدق الاختبار معامل صدقه الذاتي . فإذا كان الصدق الذاتي مساوياً لـ ٠,٧ مثلا ، فإن معامل صدق مثل هذا الاختبار يساوي أو يقل عن ٠,٧ ، وهو في الأغلب والأعم يقل عن ٠,٧ ، ولا يصل إليها إلا نظرياً .

وسنبين هذه النواحي بالتفصيل في دراستنا للعوامل التي تؤثر على الصدق .

٢ — الصدق التجريبي

ويسمى معامل ارتباط الاختبار بالميزان بالصدق التجريبي أو الواقعي أو العملي ، وهو أهم أنواع الصدق وأكثرها شيوعاً .

وتعتمد فكرة الصدق التجريبي على صدق الميزان نفسه . وهكذا ندرك أهمية اختيار الميزان الدقيق ، وسنتناول هذه الناحية بالتفصيل في دراستنا لأنواع الموازين .

ويصلح هذا النوع من الصدق للتنبؤ بدرجات الميزان من درجات الاختبار لأنه يقوم على معامل الارتباط . وتتلخص طريقة التنبؤ في حساب انحدار درجات الميزان على درجات الاختبار كما سبق أن بينا ذلك في دراستنا لمعاملات الانحدار .

وسنبين أهمية هذه الفكرة في تحليلنا المقبل لفوائد الصدق في الاختبار التعليمي والمهني .

٣ — الصدق العاملي

يعتمد هذا النوع من الصدق على التحليل العاملي للاختبارات المختلفة ولموازينها التي تنسب إليها .

وتقوم فكرة التحليل العاملي على حساب معاملات ارتباط الاختبارات والموازين المختلفة ثم تحلل هذه الارتباطات إلى العوامل التي أدت إلى ظهورها ،

وبذلك يؤدي هذا التحليل إلى الكشف عن العوامل المشتركة العامة والطائفية التي تتكون منها الاختبارات المختلفة ، ويؤثر العامل العام على جميع الاختبارات بنسب مختلفة تسمى معاملات تشبع الاختبارات بالعامل العام، ويؤثر العامل الطائفي في بعض الاختبارات بنسب مختلفة تسمى أيضاً معامـــلات تشبع الاختبارات بالعامل الطائفي . أي أن العوامل الطائفية تقسم الاختبارات إلى تجمعات وفقاً لما تقيسه تلك الاختبارات ، فتؤلف من الاختبارات العددية قسماً أو طائفة ، وتؤلف من الاختبارات اللغوية قسماً آخر أو طائفة ، وهكذا تكشف تلك العوامل عن مدى ارتباط كل اختبار من اختبارات أي مجموعة من تلك المجموعات بالعامل أو القدرة التي تمثلها تلك المجموعة .

وقد تطورت فكرة هذا التحليل العاملي تطوراً سريعاً منذ بدأت بأبحاث سبيرمان في مستهل هذا القرن . وقد كانت في نشأتها الأولى تؤكد فقط أهمية العامل العام وبذلك كان الصدق العاملي للاختبارات المختلفة ينسب دائماً إلى مدى تشبعها بذلك العامل العام أياً كان نوعه . والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

اختبار التفكير = ٠,٨ عامل عام + ٠,٦ عامل خاص أو خطأ المقياس

أي أن اختبار التفكير صادق في قياسه لذلك العامل العام بدرجة ٠,٨

وقد تطورت الأبحاث العاملية بعد ذلك تطوراً أدى إلى تأكيد العوامل الطائفية وإهمال أثر العامل العام لقصوره عن توضيح المكونات الطائفية للاختبارات المختلفة . والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

اختبار التفكير = ١,٨ + ٠,٤ ب + ٠,٣ جـ + ٠,٥ عامل خاص أو خطأ المقياس

حيث يدل الرمز ا على القدرة الطائفية الأولى ولتكن مثلا القدرة الاستدلالية

ويدل الرمز ب على القدرة الطائفية الثانية ولتكن مثلا القدرة اللفظية

ويدل الرمز جـ على القدرة الطائفية الثالثة ولتكن مثلا القدرة العددية

ويدل العامل الخاص على خطأ المقياس

وبذلك يصبح الصدق العاملي لهذا الاختبار هو تشبعه بالقدرات ، وتصبح القيم العددية لذلك الصدق هي نفس تلك المعاملات التي دلت عليها المعادلة العاملية السابقة .

وقد أصبح في مقدور علم النفس الإحصائي أن يجمع بين الاتجاهين : العام والطائفي في نظام واحد ، وبذلك تمت الخطوة الثالثة لتطور الأبحاث العاملية ، وتمت معها عملية الكشف عن الصدق العاملي العام والطائفي للاختبارات المختلفة .

ولهذه الطريقة أهميتها الكبرى في تحليل عدد كبير من الاختبارات والموازين تحليلا علمياً دقيقاً يؤدي إلى الكشف عن أقوى تلك الاختبارات بالنسبة لأي ميزان ، وعدد النسب الصحيحة لجمع نتائج بعض الاختبارات في درجة واحدة صادقة صدقاً عالياً بالنسبة لميزان معين . أي عن الصدق الجمعي .

الطرق الاحصائية لقياس الصدق

تتلخص أهم الطرق الإحصائية المعروفة لقياس الصدق فيما يلي :

١ — طريقة معاملات الارتباط — وهي من أدق الطرق المعروفة لحساب الصدق وأطولها أيضاً . ويعتمد الصدق التجريبي والصدق العاملي اعتماداً كلياً على هذه الطريقة وهي تؤدي إلى معرفة معامل الصدق (١) بطريقة صحيحة .

٢ — طريقة المقارنة الطرفية (٢) — وتقوم في جوهرها على مقارنة متوسط درجات الأقوياء في الميزان بمتوسط درجات الضعاف في نفس ذلك الميزان بالنسبة لتوزيع درجات الاختبار . ولذا سميت بالمقارنة الطرفية لاعتمادها على الطرف الممتاز والطرف الضعيف للميزان .

---

١ — معامل الصدق Validity Coefficient

٢ — المقارنة الطرفية The Comparison of Extreme Groups

٣ — طريقة الجدول المرتقب (١) — وتعتمد على مقارنة التوزيع التكرارى لدرجات الأفراد فى الميزان بالتوزيع التكرارى لدرجات الأفراد فى الاختبار فهى بذلك تقوم على فكرة التكرار المزدوج .

وسنتناول فيما يلى كل طريقة من هذه الطرق بالدراسة والتحليل .

١ — طريقة معاملات الارتباط

سبق أن بينا أن معامل الصدق يساوى معامل ارتباط الاختبار بالميزان أياً كان نوع هذا الميزان ، اختباراً أو عاملا أو أى مقياس آخر . وهكذا تتلخص هذه الطريقة فى حساب ذلك الارتباط بالطريقة التى تصلح له .

وبما أن معامل الصدق يدل على مدى صلاحية الاختبار للتنبؤ بدرجات الميزان حتى نستعين بمثل ذلك الاختبار بعد ذلك فى قياس الاستعداد للدراسة أو المهنة التى يقيسها ذلك الميزان إذن فالصدق وحده لا يصلح بصورته المباشرة للتنبؤ ، ولذا يحسب التنبؤ بطريقة الانحدار والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

لنفرض أن الرمز ص يدل على درجات الميزان .

والرمز س يدل على درجات الاختبار

إذن فالمعادلة التى تصلح لاستنتاج درجات الميزان من درجات الاختبار هى معادلة انحدار ص على س ، وقد سبق أن درسنا هذه المعادلة فى الصورة التـــالية :

$$ص = ر \times \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} (س - م_{س}) + م_{ص}$$

١ — الجدول المرتقب Expectancy Chart

وهكذا نستطيع أن نتنبأ بدرجة أى فرد فى الدراسة أو المهنة المقبلة وذلك بمعرفة درجته فى الاختبار الذى حسبنا معامل صدقه بالنسبة لتلك الدراسة أو المهنة .

لكن هذا التنبؤ يتأثر بأخطاء العينات . ولذا يجب أن نعرف مدى الدلالة الإحصائية لهذا التنبؤ . وبما أن الخطأ المعيارى يدل على تلك الدلالة . إذن فعلينا أن نحسب الخطأ المعيارى للتنبؤ بدرجات ص من درجات س .

ويحسب الخطأ المعيارى للانحدار بالمعادلة التالية .

$$ع_{ص/س} = ع_{ص} \sqrt{1 - ر^2}$$

حيث يدل الرمز $ع_{ص/س}$ على الخطأ المعيارى لانحدار ص على س .
ويدل الرمز $ع_{ص}$ على الانحراف المعيارى لدرجات الميزان ص :
ويدل الرمز ر على معامل صدق الاختبار ، أو بمعنى آخر معامل ارتباط الاختبار بالميزان .

هذا ويمكن حساب $\sqrt{1 - ر^2}$ مباشرة من معامل الاغتراب وذلك بالاستعانة بجدول رقم ١٥ المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية الذى يدل على المقابلات الاغترابية غ للارتباط ر . وقد سبق أن بينا أن الاغتراب $غ = \sqrt{1 - ر^2}$ وهكذا نستطيع أن نعيد صياغة المعادلة السابقة فى الصورة التالية .

$$ع_{ص/س} = ع_{ص} \times غ$$

فإذا فرضنا أن معامل الصدق ر = ٠,٧٥

∴ معامل الاغتراب غ = ٠,٦٦

وفرضنا أن الانحراف المعيارى ع‌ص = ٦,٥

∴ ع ص / س = ٦,٥ × ٠,٦٦

= ٤,٣ تقريباً .

أى أن حدود أى درجة من درجات الميزان ص التى تقابل الدرجة س من درجات الاختبار س تمتد من (ص − ٤,٣) إلى (ص + ٤,٣) ؛ واحتمال وقوع الدرجة فى هذا النطاق إلى احتمال وقوعها خارج هذا النطاق يساوى ٢ إلى ١ كما سبق أن بينا ذلك فى تفسيرنا لمعنى الدلالة الإحصائية للخطأ المعيارى (١) .

٢ — طريقة المقارنة الطرفية

عندما تدل نتائج الاختبار على أن الأقوياء فى الميزان أقوياء فى الاختبار وأن الضعاف فى الميزان ضعاف فى الاختبار يصبح الاختبار صادقاً . ويزداد الصدق تبعاً لزيادة هذا الاقتران ويتناقص تبعاً لتناقص هذا الاقتران . ولذا نرى الأهمية الطرفية لمستويات الميزان فى هذه المقارنة .

ومن أبسط الطرق التى تستخدم لتحقيق هذه الفكرة مقارنة متوسطات درجات الأقوياء بمتوسطات درجات الضعاف ثم حساب دلالة الفروق بين هذه المتوسطات . وعندما تصبح لتلك الفروق دلالة إحصائية واضحة نستطيع أن نقرر أن الاختبار يميز بين الأقوياء والضعاف فى الميزان ، وبذلك نطمئن إلى صدقه ، وعندما لا تصبح لتلك الفروق دلالة إحصائية واضحة فإننا لا نستطيع الاطمئنان إلى صدق مثل هذا الاختبار .

أى أن هذه الطريقة تدل على صدق الاختبار ولا تدل بطريقة عددية أكيدة

---

(١) راجع الفصل العاشر من الكتاب — نظرية العينات والدلالة الإحصائية .

على مقدار هذا الصدق . ولذا يقصر استخدامها على الأحكام السريعة التمهيدية التى تفصل الاختبارات المختلفة إلى ما هو صادق وما هو غير صادق بالنسبة لميزان ما ، وتصلح أيضاً لترتيب تلك الاختبارات ترتيباً يدل على مدى صدقها بالنسبة للميزان .

هذا ولا غنى للباحث عن هذه الطريقة عندما لا يستطيع الحصول على ترتيب جميع الأفراد بالنسبة لمستويات الميزان المختلفة. بل يستطيع فقط الحصول على الأفراد الممتازين والضعاف .

والجدول التالى يوضح طريقة حساب فروق المتوسطات الطرفية ، والكشف عن دلالتها الإحصائية .

فئات درجات الاختبار	منتصفات الفئات	تكرار المستوى الميزانى الضعيف	تكرار المستوى الضعيف × منتصفات الفئات	تكرار المستوى الميزانى القوى	تكرار المستوى القوى × منتصفات الفئات
٥٠ — ٥٤	٥٢	١	٥٢	٠	
٥٥ — ٥٩	٥٧	٢	١١٤	٠	
٦٠ — ٦٤	٦٢	١	٦٢	٠	
٦٥ — ٦٩	٦٧	٥	٣٣٥	٠	
٧٠ — ٧٤	٧٢	٨	٥٧٦	٣	٢١٦
٧٥ — ٧٩	٧٧	٤	٣٠٨	٦	٤٦٢
٨٠ — ٨٤	٨٢	٠	٠	٧	٥٧٤
٨٥ — ٨٩	٨٧	٠	٠	٥	٤٣٥
٩٠ — ٩٤	٩٢	٠	٠	٣	٢٧٦
٩٥ — ٩٩	٩٧	٠	٠	٣	٢٩١
		مج = ٢١	مج = ١٤٤٧ $م_1 = \frac{١٤٤٧}{٢١}$ = ٦٨,٩٠ $ع_1$ × ٦,٨١	مج = ٢٧	مج = ٢٢٥٤ $م_2 = \frac{٢٢٥٤}{٢٧}$ = ٨٣,٤٨ $ع_2$ = ٧,٤٣

جدول ١١٥
طريقة حساب المتوسطات الطرفية وانحرافاتها المعيارية

ويدل العمود الأول في هذا الجدول على فئات درجات الاختبار . وبذلك تمتد الفئة الأولى من ٥٠ إلى ٥٤ والثانية من ٥٥ إلى ٥٩ وهكذا حتى تمتد الفئة الأخيرة من ٩٥ إلى ٩٩ .

وتدل درجات العمود الثاني على منتصفات تلك الفئات ، فمنتصف الفئة الأولى ٥٢ ومنتصف الفئة الثانية ٥٧ ، ومنتصف الفئة الأخيرة ٩٧ .

وقد رصدنا في العمود الثالث تكرار أفراد المستوى الضعيف في الميزان كل أمام درجته في الاختبار ، وبذلك يدل السطر الأول في هذا العمود على أن فرداً واحداً من أفراد المستوى الضعيف في الميزان حصل على درجة في الاختبار تقع في الفئة الأولى لدرجات هذا الاختبار التي تمتد من ٥٠ إلى ٥٤ ، ويدل السطر الثاني على أن ٢ من أفراد هذا المستوى حصلا على درجات في الاختبار تقع في الفئة التي تمتد من ٥٥ إلى ٥٩ ، وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى .

ويدل العمود الرابع على حاصل ضرب منتصف كل فئة من فئات الاختبار في التكرار المقابل لها ، وبذلك يبين السطر الأول في هذا العمود حاصل ضرب ٥٢ × ١ = ٥٢ ويبين السطر الثاني حاصل ضرب ٥٧ × ٢ = ١١٤ وهكذا بالنسبة لبقية الفئات وقد حسب متوسط درجات أفراد هذا المستوى وذلك بقسمة مجموع الدرجات المساوى لـ ١٤٤٧ على عدد أفراد هذا المستوى الذي يساوى ٢١ ، وبذلك أصبح المتوسط مساويا لـ ٦٨,٩

ويدل العمود الخامس على تكرار أفراد المستوى القوى في الميزان بالنسبة لفئات درجات الاختبار ، فمثلا يدل السطر الأخير على أن عدد أفراد المستوى الممتاز الذين حصلوا على درجات في الاختبار تقع في الفئة ٩٥ — ٩٩ هو ٣ ؛ ويدل السطر الذي قبله على أن عدد أفراد هذا المستوى الذين حصلوا على درجات في الاختبار تقع في الفئة ٩٠ - ٩٤ هو ٣ أيضاً . وهكذ بالنسبة لبقية تكرار هذا العمود .

ويدل العمود السادس على حساب متوسط هذا المستوى بنفس الطريقة التى اتبعناها فى حساب متوسط المستوى الضعيف . وبما أن مجموع تكرار هذا العمود يساوى ٢٧ ، ومجموع درجات هذا المستوى يساوى ٢٢٥٤ إذن فمتوسط درجات هذا المستوى يساوى ٨٣,٤٨

أى أن :

متوسط درجات أفراد المستوى الميزانى الضعيف = ٦٨,٩٠

ومتوسط درجات أفراد المستوى الميزانى القوى = ٨٣,٤٨

ولحساب الدلالة الإحصائية للفرق القائم بين هذين المتوسطين تحسب أولا الخطأ المعيارى لكل متوسط وذلك بحساب الانحراف المعيارى لدرجات كل مستوى من هذين المستويين ، ثم نستعين على حساب دلالة الفرق بالنسبة الحرجة وقد سبق أن بينا أن :

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{م_٢ - م_١}{\sqrt{ع^٢_{م١} + ع^٢_{م٢}}}$$

وذلك بالنسبة للمتوسطات غير المرتبطة ، هذا وتحسب الأخطاء المعيارية للمتوسطات من المعادلات التالية :

$$ع_{م١} = \frac{ع_١}{\sqrt{ن_١}} \quad ، \quad ع_{م٢} = \frac{ع_٢}{\sqrt{ن_٢}}$$

لكن الانحراف المعيارى لدرجات المستوى الميزانى الضعيف $ع_١ = ٦,٨١$

$$\therefore \text{الخطأ المعيارى لمتوسط درجات هذا المستوى} \quad ع_{م١} = \frac{٦,٨١}{\sqrt{٢١}}$$

$$= ١,٤٩$$

والانحراف المعياري لدرجات المستوى الميزاني القوي $ع_٢ = ٧,٤٣$

$$\therefore \text{الخطأ المعياري لمتوسط درجات هذا المستوى } ع_{م٢} = \frac{٧,٤٣}{\sqrt{٢٧}}$$

$$= ١,٤٣$$

$$\therefore \text{النسبة الحرجة} = \frac{٨٣,٤٨ - ٦٨,٩٠}{\sqrt{(١,٤٣)^٢ \times (١,٤٩)^٢}}$$

$$= \frac{١٤,٥٩}{\sqrt{٢,٠٤٤٩ + ٢,٢٢٠١}}$$

$$= \frac{١٤,٥٨}{٢,٠٧}$$

∴ النسبة الحرجة = ٧,٠٤ تقريباً

وبما أن هذه النسبة تزيد على ٢,٥٨ درجة معيارية أو على ٣ ؛ إذن فالفرق القائم بين المتوسطين له دلالة إحصائية أكيدة ولا يرجع إلى الصدفة . أي أن درجات هذا الاختبار تميز تمييزاً واضحاً بين المستويات الضعيفة والقوية للميزان سواء أكان هذا الميزان مهنة أو عملا أو دراسة أي أن هذا الاختبار صادق في قياسه لتلك الصفة التي يقيسها الميزان .

هذا ونستطيع أن نحصل على ترتيب جميع الأفراد في الميزان ثم نقسم هؤلاء الأفراد إلى قسمين : قوي وضعيف ، ونحسب بعد ذلك معامل ارتباط هذا التقسيم الثنائي للميزان بالتدريج المتتابع للاختبار بطريقة معامل الارتباط الثنائي أو الثنائي الأصيل لنحصل على القيمة العددية لمثل هذا الصدق ، وبذلك نطور

هذه الطريقة التقريبية إلى دقة الطريقة الأولى التي تعتمد على حساب مثل ذلك الارتباط .

وترجع فكرة هذه الطريقة إلى تقسيم مستويات الميزان بالوسيط إلى طرفين : علوى وسفلى أو ما فوق الوسيط وما دون الوسيط ، ثم يحسب بعد ذلك معامل الارتباط لهذا التقسيم الثنائي ويختار من القسم العلوى الـ ٢٧ ٪ الأقوياء ، ويختار من القسم السفلى الـ ٢٧ ٪ الضعاف ويحسب من ذلك معامل الارتباط من جدول فلاناجان J.Flanagan المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول رقم (١٦) ، أو بطريقة جونسون A. P. Johnson السريعة كما سنبين ذلك بالتفصيل في تحليلنا لصدق أسئلة الاختبارات في الفصل التالي .

٣ — طريقة الجدول المرتقب

تعتمد هذه الطريقة على الإفادة من التكرار المزدوج للاختبار والميزان في تقدير صدق الاختبار ، وتؤدى إلى الكشف عن معرفة النسب المئوية للنجاح في كل مستوى من مستويات الميزان بالنسبة لكل مستوى من مستويات الاختبار .

وتتلخص خطوات هذه الطريقة في حساب جدول التكرار المزدوج للاختبار والميزان ثم تحويل خلايا هذا الجدول إلى ما يسمى بالجدول المرتقب(١) وذلك بحساب النسبة المئوية لكل تكرار ، وبذلك نستطيع تفسير نتائج الاختبار في ضوء هذه النسب المئوية والمثال التالي يوضح خطوات هذه الطريقة

(1) Adkins, D. C., and Others. Construction and Analysis of Achievement Tests, 1947, P. P. 13—165.

جدول التكرار المزدوج للاختبار والميزان		مستويات النجاح فى الميزان					المجموع
		١	٢	٣	٤	٥	
فئات درجات الاختبار	٥٠ — ٥٩	٣	١٣	١١	٦		٣٣
	٦٠ — ٦٩	٦	٢١	٣٠	٦		٦٣
	٧٠ — ٧٩	١٢	٢٤	٤٥	٢٤	٩	١١٤
	٨٠ — ٨٩		٩	١٥	٢٤	١٢	٦٠
	٩٠ — ٩٩			٦	١٨	٦	٣٠

(جدول ١١٦)

التكرار المزدوج لفئات درجات الاختبار ولمستويات النجاح فى الميزان

حيث يدل العمود الأول على فئات الدرجات التى تبدأ بالفئة ٥٠ — ٥٩ وتنتهى إلى الفئة ٩٠ — ٩٩

ويدل السطر الأول على مستويات الأداء والنجاح فى الميزان التى تبدأ بالمستوى الأول الذى يعد أضعف هذه المستويات ويليه المستوى الثانى الذى يفضله فى القوة ثم تنتهى إلى المستوى الخامس الذى يعد أقوى هذه المستويات

وتدل الخلايا الداخلية لهذا الجدول على التكرار المزدوج للاختبار والميزان، وبذلك نرى أن التوزيع التكرارى لمستويات الميزان بالنسبة للفئة الأولى لدرجات الاختبار التى تمتد من ٥٠ إلى ٥٩ هو ٣ أفراد فى المستوى الميزانى

الأول ، ١٣ فرداً في المستوى الميزاني الثاني ١١ فرداً في المستوى الميزاني الثالث ، ٦ أفراد في المستوى الميزاني الرابع ، وصفر في المستوى الميزاني الخامس . أي تكرار النجاح في المهنة بالنسبة للفئة الأولى ٥٠ — ٥٩ يميل إلى التجمع في المستويات الدنيا لهذا الميزان . أي أن الفئة الدنيا للاختبار تقترن إلى حد ما بالمستويات الضعيفة للميزان . ويمكن أن نستطرد في فهمنا لخلايا هذا الجدول حتى نصل إلى أعلى فئات الدرجات التي تمتد من ٩٠ إلى ٩٩ فنرى أن التوزيع التكراري لمستويات الميزان يساوي صفراً في المستوى الميزاني الأول ، وصفراً في المستوى الميزاني الثاني ثم يرتفع هذا التكرار ليساوي ٦ أفراد في المستوى الميزاني الثالث ١٨٢ فرداً في المستوى الميزاني الرابع ؛ ٦ أفراد في المستوى الميزاني الخامس . أي أن الفئة العليا للميزان تقترن إلى حد ما بالمستويات القوية للميزان .

لكن هذا الجدول بصورته القائمة لا يدل بطريقة واضحة أكيدة على المقارنة الاقترانية لفئات الاختبار ومستويات الميزان . ولذا تحسب النسب المئوية للخلايا الداخلية لذلك الجدول حتى نكشف عن النسبة المئوية للنجاح في كل مستوى من مستويات الميزان بالنسبة لكل فئة من فئات الاختبار .

وتحسب هذه النسب بقسمة كل تكرار على المجموع المقابل له في نهاية السطر ، ثم يضرب الناتج بعد ذلك في مائة .

والخطوات التالية توضح طريقة حساب هذه النسب :

∵ التكرار المزدوج للفئة ٥٠—٥٩ والمستوى الميزاني الأول يساوي ٣

وبما أن مجموع تكرار هذا السطر يساوي ٣٣

∴ النسبة المئوية لتكرار هذه الخلية $= \frac{٣}{٣٣} \times ١٠٠$

$=$ ٩ تقريباً

وهكذا بالنسبة لبقية الخلايا ، كما يدل على ذلك الجدول التالي .

التكرار المزدوج المئوى للاختبار والميزان		مستويات النجاح فى الميزان					المجموع
		١	٢	٣	٤	٥	
فئات درجات الاختبار	٥٠ – ٥٩	٩	٣٩	٣٣	١٨		٩٩
	٦٠ – ٦٩	١٠	٣٣	٤٨	١٠		١٠١
	٧٠ – ٧٩	١١	٢١	٣٩	٢١	٨	١٠٠
	٨٠ – ٧٩		١٥	٢٥	٤٠	٢٠	١٠٠
	٧٠ – ٩٩			٢٠	٦٠	٢٠	١٠٠

(جدول ١١٧)

الجدول المرتقب أو التكرار المزدوج المئوى لفئات درجات الاختبار ولمستويات الميزان

ويسمى جدول التكرار المزدوج المئوى للاختبار والميزان بالجدول المرتقب إذ به نستطيع أن نعلم احتمال النجاح فى المهنة بالنسبة لكل فئة من فئات الاختبار فاحتمال النجاح فى المستوى الرابع للمهنة يساوى ١٨ ٪ بالنسبة للفئة الأولى الاختبارية التى تمتد من ٥٠ إلى ٥٩ ، واحتمال النجاح فى نفس هذا المستوى يصل إلى ٦٠ ٪ بالنسبة للفئة الأخيرة الاختبارية التى تمتد من ٩٠ إلى ٩٩ كما يدل على ذلك الجدول المرتقب .

وهكذا نستطيع أن نقدر مدى صدق هذا الاختبار بالنسبة لكل مستوى من مستويات الميزان بطريقة عملية سريعة .

هذا ونستطيع أن نجمع البيانات العددية للجدول السابق فى أربع خلايا تلخص التكرار المزدوج للمستويات الضعيفة والقوية للميزان . وللفئات الدنيا والعليا للاختبار ، وبذلك نكشف بطريقة سريعة عن صدق الاختبار ونستعين بهذا الصدق فى تحديد اختيار الأفراد كما يدل على ذلك الجدول التالى :

الجدول الرباعى للتكرار المزدوج			مستويات الميزان: الضعيف من ١ إلى ٢	مستويات الميزان: القوى من ٣ إلى ٥	المجموع
فئات درجات الاختبار	الأدنى	٥٠ - ٧٩	(أ) ٧٩	(ب) ١٣١	٢١٠
فئات درجات الاختبار	الأعلى	٨٠ - ٩٩	(جـ) ٩	(د) ٨١	٩٠

(جدول ١١٨)

الجدول الرباعى للتكرار المزدوج للفئات الدنيا والعليا للدرجات وللمستويات الضعيفة والقوية للميزان

حيث يدل هذا الجدول على أن التوزيع التكرارى لمستويات الميزان بالنسبة للفئة الدنيا لدرجات الاختبار التى تمتد من ٥٠ إلى ٧٩ هو ٧٩ فرداً فى المستوى الميزانى الضعيف الذى يمتد من ١ إلى ٢ ، ١٣١ فرداً فى المستوى الميزانى القوى الذى يمتد من ٣ إلى ٥ .

ويدل أيضاً على أن التوزيع التكرارى لمستويات الميزان بالنسبة للفئة العليا لدرجات الاختبار التى تمتد من ٨٠ إلى ٩٩ هو ٩ أفراد فى المستوى الميزانى الضعيف الذى يمتد من ١ إلى ٢ ، ٨١ فرداً فى المستوى الميزانى القوى الذى يمتد من ٣ إلى ٥ .

هذا ونستطيع أن نحسب معامل الارتباط الرباعي مباشرة من هذا الجدول وذلك بقسمة حاصل ضرب الخلايا المتشابهة على حاصل ضرب الخلايا المختلفة، ثم قراءة الارتباط الرباعي من جدول رقم (١١) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية .

$$\frac{\text{حاصل ضرب الخلايا المتجانسة}}{\text{حاصل ضرب الخلايا المختلفة}} = \frac{\text{ا} \times \text{ى}}{\text{ب} \times \text{حـ}}$$

$$= \frac{٨١ \times ٧٩}{٩ \times ١٣١}$$

$$= \frac{٦٣٩٩}{١١٧٩}$$

$$= ٥,٤٢٧$$

هذا ويدل جدول الارتباط الرباعي (جدول رقم ١١) على أنه عندما تكون

$$\frac{\text{اى}}{\text{ب حـ}} = ٥,٣٨٨$$

يصبح الارتباط الرباعي $ر_ب$ $= ,٥٨٥$

ويدل هذا الجدول أيضاً على أنه عندما تكون $\frac{\text{اى}}{\text{ب حـ}} = ٥,٥٩٥$

يصبح الارتباط الرباعي $ر_ب$ $= ,٥٩٠$

وبما أن قيمة $\frac{\text{اى}}{\text{ب حـ}}$ في مثالنا هذا $= ٥,٤٢٧$

∴ فالارتباط الرباعي لمثالنا هذا $= ٠,٦$ تقريباً

أى أن معامل صدق هذا الاختبار بالنسبة لذلك الميزان هو ٠٫٦

هذا ونستطيع أن نحول الجدول الرباعى للتكرار المزدوج إلى جدول مرتقب وذلك بحساب النسب المئوية للخلايا كما يدل على ذلك الجدول التالى :

الجدول الرباعى المئوى للتكرار المزدوج			مستويات الميزان: الضعيف	مستويات الميزان: القوى	المجموع
			من ١ إلى ٢	من ٢ إلى ٥	
فئات درجات الاختبار	الأدنى	٥٠ — ٧٩	٣٨	٦٢	١٠٠
فئات درجات الاختبار	الأعلى	٨٠ — ٩٩	١٠	٩٠	١٠٠

(جدول ١١٩)

الجدول المرتقب أو الجدول المئوى للتكرار المزدوج لفئات الدنيا والعليا للدرجات ، وللمستويات الضعيفة والقوية للميزان

وتفسر نتائج هذا الجدول بنفس الطريقة التى فسرنا بها نتائج الجدول المرتقب السابق ـ جدول رقم (١١٧) .

أنواع الموازين

اصطلحنا على أن الميزان هو الإطار أو المقياس الذى ننسب إليه نتائج الاختبارات المختلفة . فهو بذلك وسيلتنا للحكم على صدق تلك الاختبارات .

وإذا تصبح عملية اختيار الميزان عملية دقيقة لأنها تقرر صلاحيته كميزان ، وصدق الاختبارات المنسوبة إليه .

وتعتمد صلاحية الموازين على مدى ثبات نتائجها ، وسهولة تطبيقها ، وسرعة حساب نتائجها ، وإمكانياتها العملية والمالية المناسبة .

وتختلف أنواع الموازين تبعاً لاختلاف ميادين القيـاس ، وإن منها لما يقترب من الموضوعية الدقيقة ، وإن منها لما يقتصر على الانطباعات الذاتية التي يحكم بها الخبراء على نشاط الآخرين وإنتاجهم .

وتتلخص أهم هذه الموازين فيما يلي :

١ – الاختبارات

ومن أمثلتها اختبارات الذكاء واختبارات القدرات المختلفة التي أكدت نتائج الأبحاث السابقة صدقها في قياسها لذلك الذكاء أو تلك القدرات والصفات التي تقيسها .

٢ – العوامل المشتركة

وهي أكثر موضوعية من الاختبارات السابقة وإن كانت تعتمد عليها في وجودها . وقد سبق أن بينا معنى العوامل المشتركة في دراستنا للصدق العاملي . والعامل بهذا المعنى اختبار فرضي نقي يقيس الصفة المراد قياسها بأدق طريقة معروفة لقياسها ، وتنسب إليه نتائج الاختبارات لمعرفة صدقها بعد عملية التحليل العاملي للاختبارات المختلفة .

٣ — الميزان الإنتاجي

وتقوم فكرة هذا الميزان على قياس إنتاج الأفراد في أي عمل ما قياساً يحدد كمية هذا الإنتاج وسرعته ومستوى جودته .

٤ — ميزان الانطباعات الذاتية

يعتمد هذا النوع على ترتيب الخبراء الأفراد ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً . وقد لجأ بينيه إلى هذا الميزان في قياس صدق اختباره للذكاء ، فطلب إلى المدرسين ترتيب التلاميذ بالنسبة للذكاء وقارن بين هذا الترتيب ونتائج اختباره .

٥ — زمن التعليم

تعتمد بعض المقاييس الصناعية والتربوية على سرعة تعلم الأفراد للمهارات والعلوم المختلفة . ويمكن أن ندرج هذه المقاييس تدريجاً يجعلها صالحة للحكم على قوى الأفراد في تلك الصفة بالنسبة للزمن الذي يستغرقه كل منهم في إجادة المهارة أو تحصيل المعلومات .

٦ — ميزان المثابرة

يعتمد النجاح في بعض نواحي النشاط البشري على قدرة الفرد على المثابرة ،

---

(١) يقسم هل C. L. Hull موازين الصدق إلى الأنواع الرئيسية التالية :

أ — الميزان الإنتاجي Product Criteria

ب — الميزان النشاطي Action Criteria ، ويهدف إلى قياس النشاط خلال أداء الفرد للعمل .

حـ — ميزان الانطباعات الذاتية Subjective Impression Criteria

راجع الكتاب التالي لهل : —

Hull, C. L. Aptitude Testing, 1928, P. P. 375 | 376.

ولذا يجب أن تقيس موازين تلك النواحي هذه القدرة قياساً دقيقاً لتصبح موازين صادقة .

تلك هي أهم الأنواع العامة للموازين ، ولاشك أن نوع الميزان يختلف تبعاً لاختلاف مظاهر الصفة أو النشاط ، فمثلا يهتم علم النفس الصناعي بالأنواع التي لها صلة مباشرة بالصناعات المختلفة ، وخاصة ما يرتبط منها بنسبة غياب العمال وأثر هذه النسبة على الإنتاج ، وبمدى تكرار الحوادث التي تصدر عن الفرد ، وغير ذلك من النواحي الصناعية . (١)

العوامل التي تؤثر على الصدق

تتلخص أهم العوامل التي تؤثر على الصدق فيما يلي : —

١ — طول الاختبار
٢ — ثبات الاختبار
٣ — ثبات الميزان
٤ — اقتران ثبات الاختبار بثبات الميزان
٥ — التباين

وسندرس كل عامل من هذه العوامل دراسة تحليلية لندرك أهميته، ونرى أثره ، ولنكشف عن وسائل تطويره وتغييره لنرتفع بالصدق إلى أقصاه ، ولنعلم حدوده العليا ونهاياته العظمى .

١ — طول الاختبار

يزداد صدق الاختبار تبعاً لزيادة عدد أسئلته لأن ذلك الطول يضعف

---

(1) Tiffin, J Industrial Psychology, 1951, p. p. 53—59.
(2) Thurstone, L,. L, The Reliability and Validity of Tests, 1935 p. p. 49 — 51.

أثر الشوائب أو أخطاء القياس لكبر حجم عينة الأسئلة ، وبذلك يزداد معامل ارتباط الاختبار بالميزان ، وترتفع القيمة العددية لمعامل صدق الاختبار .

هذا وبما أن الصدق يعتمد على الثبات . وبما أن الثبات يعتمد على طول الاختبار ، إذن فالصدق أيضاً يعتمد على هذا الطول كما تدل على ذلك المعادلة التالية (١) : —

$$ر_{(ن س)ص} = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{\frac{١ - ر_{س س}}{ن} + ر_{س س}}}$$

حيث يدل الرمز $ر_{(ن س)ص}$ على معامل ارتباط الاختبار س بالميزان ص وذلك عندما يزداد الاختبار ن من المرات

ويدل الرمز $ر_{س ص}$ على معامل ارتباط الاختبار س بالميزان ص قبل تلك الزيادة

ويدل الرمز $ر_{س س}$ على معامل ثبات الاختبار س

ويدل الرمز ن على عدد المرات التي يزداد بها طول الاختبار

فإذا كان معامل صدق الاختبار قبل الزيادة $ر_{س ص} = ٠,٦$

وكان معامل ثبات الاختبار $ر_{س س} = ٠,٨$

ثم زاد طول الاختبار لأربع أمثاله ن = ٤

إذن فالزيادة في الصدق تحسب بالتعويض في المعادلة السابقة

---

(1) Adktns, D. G., and Others, Construcion and Analysis of Achievement Tests, 1947, P.P. 166 — 169.

$$\therefore \text{ر}_{(\text{٤س})\text{ص}} = \frac{\text{٠,٦}}{\sqrt{\frac{\text{١} - \text{٠,٨}}{\text{٤}} + \text{٠,٨}}}$$

$$= \frac{\text{٠,٦}}{\sqrt{\frac{\text{٠,٢}}{\text{٤}} + \text{٠,٨}}}$$

$$= \frac{\text{٠,٦}}{\sqrt{\text{٠,٨٥}}}$$

$$\therefore \text{ر}_{(\text{٤س})\text{ص}} = \text{٠,٦٥}$$

أى أن القيمة العددية لمعامل صدق الاختبار ترتفع من ٠,٦ إلى ٠,٦٥ عندما يزداد طول هذا الاختبار إلى أربع أمثاله .

وبنفس هـذه الطريقة يمكن أن نحسب زيادة الصدق تبعاً لأى زيادة فى طول الاختبار . وبذلك تتغير القيم العددية لمعامل الصدق تبعاً لتغير قيم ن . أى تبعاً لتغير طول الاختبار .

٢ — ثبات الاختبار

يتأثر الصدق بالقيمة العددية لمعامل ثبات الاختبار تأثراً مباشراً مضطرداً ، فيزداد الصدق تبعاً لزيادة الثبات ، لكن الثبات يتأثر أيضاً بطول الاختبار تأثراً مباشراً مضطرداً ، ولذا يزداد الصدق تبعاً لزيادة طول الاختبار كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لأثر إطالة الاختبار على الصدق ، ويصل هذا الثبات إلى أقصاه عندما يصل طول الاختبار إلى ما لا نهاية ، ويمكن أن نحسب صدق

الاختبار لهذه الحالة التي تدل على الحد العلوى للثبات المقرون بالزيادة اللانهائية لطوله وذلك بالتعويض عن قيمة ن التي أصبحت تساوى مالانهاية في معادلة إطالة الاختبار وذلك بالطريقة التالية .

$$\because \ ر_{(ن س)ص} = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{\frac{1 - ر_{س س}}{ن} + ر_{س س}}}$$

لكن ن = ∞ مالانهاية

$$\therefore \ ر_{(\infty س)ص} = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{\frac{1 - ر_{س س}}{\infty} + ر_{س س}}}$$

لكن $\frac{1 - ر_{س س}}{\infty}$ لأن نتيجة قسمة أى عدد على مالانهـــاية تساوى صفراً

$$\therefore \ ر_{(\infty س)ص} = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{ر_{س س}}}$$

حيث يدل الرمز $ر_{(\infty س)ص}$ على القيمة التنبؤية لمعامل الصدق عندما يصل طول الاختبار إلى مالانهاية

ويدل الرمز $ر_{س ص}$ على معامل صدق الاختبار الأصلي أو التجريبي

ويدل الرمز $ر_{س س}$ على معامل ثبات الاختبار الأصلي أو التجريبي

فإذا كان $ر_{س ص}$ = ٠,٦٠

وكان $ر_{س س}$ = ٠,٨١

$$\therefore\ ر_{(س\infty)ص} = \frac{٠,٦٠}{\sqrt{٠,٨١}}$$

$$= \frac{٠,٦٠}{٠,٩٠}$$

$$= ٠,٦٧$$

اذن القيمة التنبؤية للصدق عندما يصل طول الاختبار إلى مالانهاية تساوى ٠,٦٧ فى مثالنا هذا .

فإذا فرضنا أن هذه القيمة التنبؤية تأثرت أيضاً بالعوامل الأخرى المساعدة فى زيادة الصدق تأثراً يرتفع بكل عامل من تلك العوامل إلى صورته المثلى ؛ فإن هذه القيمة تساوى الواحد الصحيح ، أى الارتباط التام الموجب

$$\therefore\ ر_{(\infty س)(\infty ص)} = ١ \quad \text{فى هذه الحالة .}$$

$$\text{لكن } ر_{(\infty س)(\infty ص)} = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{ر_{س س}}}$$

$$\therefore\ ١ = \frac{ر_{س ص}}{\sqrt{ر_{س س}}}$$

$$\therefore\ ر_{س ص} = \sqrt{ر_{س س}}$$

أى أن صدق هذه الحالة المثالية يساوى الجذر التربيعى لمعامل ثبات الاختبار وبما أن هذه الحالة ، حالة فرضية لاتقترن فى الأغلب والأعم بالتطبيقات التجريبية ، لذلك لايحتمل أن تساوى قيمة الصدق التجريبى قيمة الجذر التربيعى

لمعامل الثبات إلا فى النادر الشاذ الذى يرجع إلى الأخطاء التجريبية أكثر مما يرجع إلى النتائج الصحيحة العلمية .

إذن فالحد العلوى أو النهاية العظمى للصدق لا يمكن أن تزيد فى هذه الحالة عن الجذر التربيعى لمعامل ثبات الاختبار .

٣ — ثبات الميزان

يتأثر الصدق بالقيمة العددية لثبات الميزان كما تأثر بالقيمة العددية لثبات الاختبار ، فتضطرد زيادة الصدق تبعاً لاضطراد زيادة ثبات الميزان ، ويصل هذا الثبات إلى أقصاه عندما يصل طول الميزان إلى مالانهاية . ويمكن أن نحسب صدق الاختبار لهذه الحالة التى تدل على الحد العلوى لثبات الميزان المقرون بالزيادة اللانهائية لطوله وذلك بإعادة صياغة معادلة الطول ووضع الاختبار مكان الميزان ثم التعويض عن قيمة ن التى أصبحت تساوى مالانهاية ، وبذلك تتحول معادلة الطول للصورة التالية .

$$\therefore \quad ر_{(ن س)ص} = \frac{ر_{سص}}{\sqrt{\frac{1 - ر_{سس}}{ن} + ر_{سس}}}$$

لكن $ن = \infty$

$$\therefore \quad ر_{(\infty س)ص} = \frac{ر_{سص}}{\sqrt{\frac{1 - ر_{سس}}{\infty} + ر_{سس}}}$$

$$\therefore \quad ر_{(\infty س)ص} = \frac{ر_{سص}}{\sqrt{ر_{سس}}}$$

حيث يدل الرمز ر (∞ س)س على القيمة التنبؤية للصدق عندما يصبح طول الميزان مالا نهاية

ويدل الرمز ر ا س س على معامل صدق الاختبار بالنسبة للميزان الأصلى التجريبي

ويدل الرمز ر ا س س على معامل ثبات الميزان الأصلى التجريبي

فإذا كانت قيمة ر ا س س = ٠,٦٠

وكانت قيمة ر ا س س = ٠,٦٤

$$\therefore \quad ر_{(\infty س)س} = \frac{٠,٦٠}{\sqrt{٠,٦٤}}$$

$$= \frac{٠,٦٠}{٠,٨٠}$$

$$= ٠,٧٥$$

إذن فالقيمة التنبؤية للصدق عندما يصل طول الميزان إلى مالا نهاية تساوى ٠,٧٥ فى مثالنا هذا

فإذا فرضنا أن هذه القيمة التنبؤية تأثرت أيضاً بالعوامل الأخرى المساعدة على زيادة الصدق تأثراً يرتفع بكل عامل من تلك العوامل إلى صورته المثلى، فإن هذه القيمة تساوى الواحد الصحيح أى الارتباط التام الموجب

$$\therefore \quad ر_{(\infty س)س} = ١ \quad \text{فى هذه الحالة}$$

$$\text{لكن} \quad ر_{(\infty س)س} = \frac{ر_{اس س}}{\sqrt{ر_{اس س}}}$$

$$\therefore \quad 1 = \frac{\text{ر}_{\text{س ص}}}{\sqrt{\text{ر}_{\text{ص ص}}}}$$

$$\therefore \quad \text{ر}_{\text{س ص}} = \sqrt{\text{ر}_{\text{ص ص}}}$$

أى أن الصدق فى هذه الحالة المثالية يساوى الجذر التربيعى لمعامل ثبات الميزان .

وهذا مالا يحتمل الوصول إليه تجريبياً كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لأثر ثبات الاختبار على صدقه .

إذن فالحد العلوى أو النهاية العظمى للصدق لا يمكن أن تزيد فى هذه الحالة عن الجذر التربيعى لمعامل ثبات الميزان .

٤ — اقتران ثبات الاختبار بثبات الميزان

عندما يصل طول الاختبار إلى مالا نهاية يرتفع ثباته إلى نهايته القصوى، وعندما يصل طول الميزان إلى مالا نهاية يرتفع ثباته أيضاً إلى نهايته القصوى، وعندئذ يقوم الارتباط بين الاختبار والميزان على الدرجات الحقيقية وذلك لتلاشى واختفاء أخطاء القياس نتيجة لهذه الاطالة اللانهائية ، ويحسب صدق الاختبار لهذه الحالة المثالية بالمعادلة التى تدل على إطالة الاختبار والميزان إلى مالا نهاية لكن معادلة طول الاختبار وطول الميزان هى :

$$\text{ر}_{(\text{ن س})\,(\text{هـ ص})} = \frac{\text{ر}_{\text{س ص}}}{\sqrt{\left[\frac{1-\text{ر}_{\text{س س}}}{\text{ن}} + \text{ر}_{\text{س س}}\right]\left[\frac{1-\text{ر}_{\text{ص ص}}}{\text{هـ}} + \text{ر}_{\text{ص ص}}\right]}}$$

حيث يدل الرمز ن على طول الاختبار

ويدل الرمز هـ على طول الميزان

وعندما تصبح $\text{ن} = \infty$

وتصبح $\text{هـ} = \infty$

$$\therefore\ \text{ر}_{(\infty\,\text{س})(\infty\,\text{ص})}$$

$$= \frac{\text{ر}_{\text{س ص}}}{\sqrt{\left[\frac{1 - \text{ر}_{\text{س س}}}{\infty} + \text{ر}_{\text{س س}}\right]\left[\frac{1 - \text{ر}_{\text{ص ص}}}{\infty} + \text{ر}_{\text{ص ص}}\right]}}$$

$$\therefore\ \text{ر}_{(\infty\,\text{س})(\infty\,\text{ص})} = \frac{\text{ر}_{\text{س ص}}}{\sqrt{\text{ر}_{\text{س س}} \times \text{ر}_{\text{ص ص}}}}$$

حيث يدل الرمز $\text{ر}_{(\infty\,\text{س})(\infty\,\text{ص})}$ على القيمة التنبؤية لمعامل الصدق عندما يصل طول الاختبار والميزان إلى ما لا نهاية . فهو بذلك يدل على معامل ارتباط الدرجات الحقيقية للاختبار بالدرجات الحقيقية للميزان .

ويدل الرمز $\text{ر}_{\text{س ص}}$ على معامل صدق الاختبار الأصلي التجريبي بالميزان الأصلي التجريبي. فهو بذلك يدل على معامل ارتباط الدرجات التجريبية الأصلية للاختبار بالدرجات التجريبية الأصلية للميزان.

ويدل الرمز $ر_{سس}$ على معامل ثبات الاختبار التجريبي .

ويدل الرمز $ر_{صص}$ على معامل ثبات الميزان التجريبي .

فإذا فرضنا أن هذه القيمة التنبؤية الصدق الحقيقي تأثرت أيضاً بالعوامل الأخرى المساعدة على زيادة الصدق والثبات ، تأثراً يرتفع بكل عامل من تلك العوامل إلى صورته المثلى ، فإن هذه القيمة تصبح مســاوية للواحد الصحيح أو الارتباط التام الموجب .

$$\therefore \quad ر\,(\infty س)\,(\infty ص) = ١$$

$$\therefore \quad ١ = \frac{ر_{سص}}{\sqrt{ر_{سس} \times ر_{صص}}}$$

$$\therefore \quad ر_{سص} = \sqrt{ر_{سس} \times ر_{صص}}$$

أى أن الصدق فى هذه الحالة المثالية يساوى الجذر التربيعى لحاصل ضرب ثبات الاختبار فى ثبات الميزان .

إذن فالحد الأعلى أو النهاية العظمى للصدق لا يمكن أن تزيد فى هذه الحالة عن الجذر التربيعى لحاصل ضرب معامل ثبات الاختبار فى معامل ثبات الميزان .

وهكذا تتلخص الحدود العليا للصدق فيما يلى :

$$(١) \quad ر_{سص} \leqq \sqrt{ر_{سس}}$$

$$(٢) \quad ر_{سص} \leqq \sqrt{ر_{صص}}$$

(٣) $ر_{سص} \leq \sqrt{ر_{سس} \times ر_{صص}}$

حيث يدل الرمز $\leq$ على يساوى أو أقل من

٤ — التباين

سبق أن بينا مدى تأثر معامل ثبات الاختبار بالانحراف المعيارى للدرجات أو بتباين تلك الدرجات . لكن الثبات فى جوهره معامل ارتباط . وهكذا ندرك أثر زيادة أو نقصان الفروق الفردية على معاملات الارتباط المختلفة . وبما أن الصدق صورة من صور الارتباط القائم بين الاختبار والميزان ، إذن فالصدق أيضاً يتأثر بتلك الفروق الفردية ، وهكذا نرى أن التباين الضعيف يقلل من أثر هذا الصدق ، وإن التباين القوى يزيد من القيمة العددية لذلك الارتباط . ويصل الصدق إلى نهايته الصغرى عندما يصل تباين الاختبار والميزان إلى النهاية الصغرى أيضاً ، أى عندما تزول الفروق القائمة بين الأفراد فى درجات الاختبار ودرجات الميزان .

فوائد الصدق فى الاختيار التعليمى والمهنى

يهدف الصدق إلى الكشف عن نوع ودرجة الصفات المختلفة التى يقيسها الاختبار ، فهو بذلك يحدد المكونات الرئيسية لكل اختبار من الاختبارات التى نستعين بها فى أبحاثنا وتطبيقاتنا العملية المختلفة .

ولهذه الناحية أهميتها القصوى فى الاختيار التعليمى والمهنى ، فالاختبار الذى يرتبط ارتباطاً عالياً بالنجاح فى التعليم الإعدادى يصلح للتنبؤ بهذا النجاح ، ويمكن أن نعتمد عليه فى اختيار طلاب هذه المرحلة ، والاختبار

الذى يرتبط ارتباطاً عالياً بالنجاح فى مهنة كالتدريس يصلح أيضاً للتنبؤ بهذا النجاح ، ويمكن أن نعتمد عليه فى اختيار المدرسين .

هذا ويمكن أيضاً أن نعتمد على الاختبارات التى لا ترتبط ارتباطاً عالياً بالميزان وذلك بمعرفة وتحليل جميع العوامل التى تؤثر على الاختبار والميزان وعملية الاختيار والإفادة منها .

وتتلخص أهم هذه العوامل فيما يلى : —

١ — معامل صدق الاختبار بالنسبة للميزان الذى يقيس ذلك النجاح .

٢ — النسبة الاختيارية التى تعتمد على النسبة القائمة بين الأماكن الشاغرة فى الدراسة أو المهنة وعدد الأفراد المتقدمين لها ، أو بمعنى آخر نسبة المقبولين إلى عدد المتقدمين .

٣ — المستوى الذى نحدده للنجاح فى الدراسة أو المهنة ، أو النسبة المحددة للنجاح والقبول فى تلك الدراسة أو المهنة .

وقد دلت أبحاث تيلور H. C. Taylor ورسل T. T. Russell (١) على أهمية هذه العوامل فى عملية الاختيار ومدى تأثرها ببعض ومدى تأثيرها فى ذلك الاختيار وسنحاول أن نبين فائدة هذه العوامل وآثارها المختلفة

١ — الصدق والنسبة الاختيارية

إذا أمكننا أن نمثل معامل صدق الاختبار بالمساحة التى تحددها خلايا التكرار المزدوج القائم بين درجات الاختبار والميزان ، فإننا ندرك أن هذه

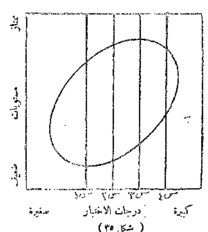
---

(1) (a) Taylor , H, G., and Russell , J. T., the Relationship of Validity Coefficients to the Practical Effectiveness of Tests in Selection : Discussion and Tables , J. of Applied Psychology , xxIII , 1939 , P·P· 565 — 578 .

(b) Tiffin , J . Industrial Psychology . 1951 , P.P66 — 75.

المساحة تقترب من الدائرة عندما تقل القيمة العددية لمعامل الصدق ، ويزداد اقترابها من الشكل البيضاوى كلما زادت القيمة العددية لمعامل الصدق ثم تتطور إلى مجرد خط مستقيم عندما تصبح القيمة العددية لذلك المعامل مساوية للواحد الصحيح .

فإذا فرضنا أن الشكل التالى يوضح فكرة التمثيل المساحى لمعامل الارتباط أو معامل الصدق المساوى لـ ٠,٦ فإننا نرى أن الشكل البيضاوى الذى يمثل ر = ٠,٦ يميل إلى الامتداد كلما اتجهنا إلى الدرجات الكبرى للاختبار ويميل للارتفاع كلما اتجهنا للمستويات العليا للميزان كما يدل على ذلك شكل ٣٥.



(شكل ٣٥)

يبين هذا الشكل أثر رفع الدرجة الاختيارية الفاصلة بين القبول والرفض على زيادة المتوسط الميزانى حيث يمثل المحور الأفقى درجات الاختبار ويمثل المحور الرأسى مستويات الميزان

فإذا استعنا بدرجات الاختيار فى اختيار الأفراد وفرضنا أن الدرجة س١ تمثل الحد الفاصل بين المقبولين وغير المقبولين ، فإن نسبة المقبولين إلى غير المقبولين تتمثل فى نسبة المساحة الارتباطية التى تمتد على يمين الخط س١ إلى

المساحة الارتباطية التي تقع على يسار الخط س١ ؛ وبما أن هذا الشكل الارتباطي البيضاوي يرتفع إلى أعلى عند نهايته القصوى ، إذن فمتوسط المستويات الميزانية للمقبولين أعلى من متوسط الميزانية لغير المقبولين .

ويمكن أن نرتفع بمتوسط المستويات الميزانية ، وبذلك نرتفع بمستوى الكفاءة في الدراسة أو المهنة ، وذلك برفع القيمة العددية للدرجة الفاصلة بين المقبولين وغير المقبولين ، فمثلا المتوسط الميزاني الذي تمثله الدرجة س٣ أعلى من المتوسط الميزاني الذي تمثله الدرجة س١ ، وهكذا بالنسبة للدرجات الفاصلة س٣ ، س٤ وبذلك نرى أن المساحة الارتباطية التي تقع على يمين الحد الفاصل للدرجة س٤ تمثل أعلى تلك المستويات وأقلها عدداً وأضيقها مساحة كما يبدو ذلك في الشكل رقم ٣٥ .

فإذا فرضنا مثلا أن عدد الأمكنة الشاغرة يساوي ٣٠ وعدد المتقدمين يساوي أيضاً ٣٠ فإن المساحة الارتباطية البيضاوية التي تمثل علاقة درجات الاختبار بمستويات الميزان لاتفيدنا في عملية الاختيار وذلك لقبول جميع المتقدمين . أي أن الدرجات الاختيارية التي تمثل الحد الفاصل بين القبول والرفض لا أهمية لها في هذه الحالة ، وبذلك تصبح النسبة الاختيارية مساوية لـ $\frac{٣٠}{٣٠} = ١$

وإذا فرضنا أن عدد الأمكنة الشاغرة يساوي ٣٠ أيضاً وأن المتقدمين زاد حتى أصبح مساوياً لـ ٤٠ فإن النسبة الاختيارية في المائة في هذه الحالة تساوي $\frac{٣٠}{٤٠} = ٠٫٧٥$ ، وبذلك تصبح النسبة المئوية للاختيار مساوية لـ ٧٥ في المائة أي أن عدد المقبولين يساوي ثلاثة أرباع عدد المتقدمين ، فإذا كانت الدرجة س١ تمثل الحد الفاصل الذي يقسم درجات الأفراد إلى ٠٫٧٥ مقبول و ٠٫٢٥ مرفوض . إذن فهذه الدرجة تصلح كأساس إحصائي لهذا الاختيار ، وبذلك يصبح

المتوسط الميزانى للمقبولين أعلى من المتوسط الميزانى لغير المقبولين كما يدل على ذلك الشكل ٣٥ .

وإذا كان عدد الأماكن الشاغرة يساوى ٣٠ أيضاً وعدد المتقدمين يساوى ٦٠ فإن النسبة الاختيارية تساوى $\frac{٣}{٦}$ = ٠,٥٠ ، وبذلك يصبح الحد الفاصل بين المقبولين وغير المقبولين عند الدرجة س٢ ، ويرتفع المستوى الميزانى للمقبولين فى هذه الحالة عن المستوى الميزانى للمقبولين فى الحالة السابقة التى تتمثل فى النسبة الاختيارية ٠,٧٥ .

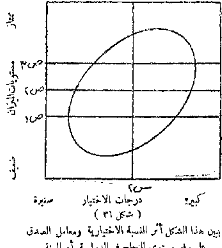
وهكذا نرى أنه كلما زاد عدد المتقدمين لهذه الأماكن الشاغرة المساوية لـ ٣٠ نقصت تبعاً لذلك النسبة الاختيارية وزاد المستوى الميزانى للمقبولين ؛ وبذلك تصلح النسبة الاختيارية للتحكم فى عملية الانتقاء رغم ضعف معامل الصدق ، وذلك لأن أى نقصان فى تلك النسبة يرتفع بالمستوى الميزانى للأفراد ، أى أن انخفاض هذه النسبة يعوض النقص الذى يلازم معاملات الصدق الضعيفة (١) .

٢ — النسبة المحددة للنجاح فى الدراسة أو المهنة

تؤثر النسبة المحددة للنجاح فى الدراسة أو المهنة تأثيراً مباشراً على عملية الاختيار أو الانتقاء . ولنفرض أن شكل ٣٦ يدل على معامل صدق ٠,٦ ، وأن النسبة الاختيارية تساوى ٠,٥ كما تحددها الدرجة س ٢ . أى أن الحد الفاصل لتلك الدرجة يرمز إلى أن عدد المقبولين إلى عدد المتقدمين يساوى ٠,٥ أو أن

1 - (a) Hull, G. H. Aptitude Testing, 1928. P. 276.
(b) Tiff, J. Industrial Psychology, 1951. P. 69.

المساحة التى تقع على يمين هذا الخط الراسى تمثل المقبولين وأن المساحة التى تقع على يسار هذا الخط تمثل غير المقبولين .



(شكل ٣١)

يبين هذا الشكل أثر النسبة الاختيارية ومعامل الصدق على رفع مستوى النجاح فى الدراسة أو المهنة

فإذا كانت النسبة المحددة للنجاح فى الدراسة أو المهنة أو بمعنى آخر النسبة المحددة للنجاح فى الميزان تقع عند المستوى ص ٢ الذى يقسم الأفراد إلى ممتازين وغير ممتازين فإن الخط الأفقى الذى يمتد من ص ٢ إلى الناحية اليمنى للشكل السابق يمثل الحد الفاصل للامتياز أو النجاح فى الميزان ، أو أن المساحة الارتباطية التى تعلو هذا الخط تمثل الناجحين ، والمساحة الارتباطية التى تنخفض عن هذا الخط تمثل غير الممتازين .

وهكذا ندرك أثر الاختبار على رفع مستوى الامتياز لأن الإفادة من نتائج الاختبار فى عملية الاختيار أو الانتقاء ومن تحديد مستوى النجاح فى المهنة يجعل المقبولين هم الذين يقعون على يمين الحد الاختبارى الفاصل س ٢

ويقعون أيضاً فوق الحد الميزانى الفاصل ص ٢ وبذلك تنقص المساحة التى تدل على هذا الاختيار ويزداد مستوى الممتازين . وذلك لأن س ٢ الاختيارية تحدد ٥,٠ من هؤلاء الذين حددت قبولهم س ٢ ، وبذلك يرفع الاختبار الصادق مستوى التفوق أو النجاح فى المقبولين

ويمكن أن نستعين بنفس هذا التحليل فى تثبيت الحد الفاصل الاختيارى عند ٥,٠ أى النسبة الاختيارية ٥,٠ ، مع خفض أو رفع الحد الفاصل الميزانى أو النسبة المحددة للامتياز أو النجاح فى الدراسة أو المهنة إلى ٠,٧٥ كما يدل عليها الحد الفاصل الميزانى ص ١ أو ٠,٢٥ كما يدل عليها الحد الفاصل الميزانى ص ٣ ، وبذلك نغير الحد الفاصل الميزانى مع تثبيت النسبة الاختيارية ومعامل الصدق فى تلك الحالات .

هذا وقد حسب تيلور ورسل هذه العلاقات القائمة بين النسبة المحددة للامتياز الميزانى والنسبة الاختيارية ومعامل الصدق فى جداول إحصائية تبين أثر تغيير إحدى هذه العوامل على مستوى النجاح فى الميزان ، وقد رصدت هذه الجداول فى ملحق الجداول الإحصائية النفسية — جدول (٢٢) .

فالجدول المبين بصفحة ٩٨ من هذا الملحق يدل على أنه عندما تكون النسبة المحددة للنجاح أو القبول فى الدراسة أو المهنة مساوية لـ ٠,٤٠ فإن معامل الصدق المساوى للصفر لا يغير هذه النسبة مهما ارتفعت النسبة الاختيارية أو صغرت ؛ فالسطر الأول فى هذا الجدول يدل على أن النسبة المحددة للنجاح تساوى ٠,٤٠ عند معامل الصدق المساوى لـ ٠,٠٠ وعند النسبة الاختيارية المساوية لـ ٠,٠٥ ، وأن النسبة المحددة للنجاح تظل مساوية لـ ٠,٤٠ عندما تصبح النسبة الاختيارية مساوية ٠,٩٥ .

وعندما تصبح النسبة المحددة للنجاح أو القبول فى الدراسة أو المهنة مساوية أيضاً لـ ٠,٤٠ ، ويصبح معامل الصدق مساوياً ٠,٧٥ ، فإن تلك النسبة ترتفع إلى

٠,٩٧ عندما تصبح النسبة الاختيارية مساوية ٠,٠٥ ، وتنخفض إلى ٠,٤٢ عند ما تصبح النسبة الاختيارية مساوية ٠,٩٥ ، وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا الجدول .

وبذلك نستطيع أن نحسب الزيادة فى مستوى النجاح فى الميزان لمعاملات الصدق المختلفة ، وللنسب الاختيارية التى نحددها .

وهكذا ندرك أهمية الصدق ، ونسبة النجاح والنسبة الاختيارية فى عملية الاختيار ، وندرك أهمية الاختيارات النفسية فى تلك العملية ، وأهمية الجداول المبينة بملحق الجداول الإحصائية النفسية لحساب هذه الزيادة ، والإفادة من تلك العوامل .

تمارين على الفصل الثاني عشر

١ — وضح المعنى الإحصائي النفسي للصدق، وبين أهمية هذا المفهوم في القياس العقلي وأثره في تطوير تلك المقاييس.

٢ — ما هي أهم الفروق الجوهرية بين الصـــدق الوصفي والصدق الإحصائي.

٣ — ما هي أهم ميزات وعيوب الأنواع المختلفة للصدق الوصفي.

٤ — ما هي أهم ميزات وعيوب الأنواع المختلفة للصدق الإحصائي.

٥ — ما هي أهم الطرق الإحصائية لقياس الصدق. وما هي الفروق الجوهرية القائمة بين تلك الطرق.

٦ — بين أهمية معاملات الانحدار، والخطأ المعياري للانحدار في قياس الصدق.

٧ — احسب الخطأ المعياري لمعامل الصدق المساوي ٠,٨٠ إذا كان الانحراف المعياري لدرجات الميزان يساوي ٦

٨ — ما هي أهم ميزات الميزان الصحيح.

٩ — وضح الأنواع المختلفة للموازين، وبين الفروق الجوهرية القائمة بين تلك الأنواع.

١٠ — بين أهم العوامل التي تؤثر على صدق الاختبار .

١١ — اختبار معامل صدقه يساوى ٠,٥ ومعامل ثباته يساوى ٠,٨ احسب معامل صدق هـــذا الاختبار بعد زيادة طوله إلى الضعف .

١٢ — برهن على أن الحد الأعلى للصدق لا يمكن أن يزيد على الجذر التربيعى لمعامل ثبات الاختبار .

١٣ — برهن على أن الحد الأعلى للصدق لا يمكن أن يزيد على الجذر التربيعى لمعامل ثبات الميزان .

١٤ — برهن على أن الحد الأعلى للصدق لا يمكن أن يزيد على الجذر التربيعى لحاصل ضرب ثبات الاختبار في ثبات الميزان .

١٥ — إلى أى حد يؤثر التباين فى معاملات الصدق .

١٦ — بين أهمية الصدق فى الاختبار التعليمى والمهنى .

١٧ — إلى أى حد يؤثر صدق الاختبار والنسبة الاختيارية فى عملية الاختيار التعليمى أو المهنى .

١٨ — ما هو أثر النسبة المحددة للنجاح فى الدراسة أو المهنة فى عملية الاختيار .

١٩ — احسب مقدار الزيادة فى النسبة المحددة للنجاح المساوية لـ ٠,٣٠ إذا كانت النسبة الاختيارية ٠,٤٠ ومعامل صدق الاختبار ٠,٥٥

وذلك بالاستعانة بجداول تيلور ورسل المبينة بملحق الجداول الإحصائية النفسية — جدول رقم ٢٢ .

٢٠ — « يرى بعض العلماء أن الثبات حالة خاصة من حالات الصدق » ناقش هذا الرأى .

٢١ — وازن بين الأهمية النسبية للثبات والصدق فى القياس العقلى .

٢٢ — إذا عهد اليك بإعداد اختبار للالتحاق بالمرحلة الإعدادية فى إحدى المناطق التعليمية ، فما هى الأسس التى تبنى عليها هذا الاختبار .

الفصل الثالث عشر

تحليل مفردات الاختبار

معنى المفردات

يتكون الاختبار النفسى من مفردات متعددة تؤلف فى مجموعها وحدات ذلك الاختبار وعناصره وأسئلته وتعتمد دقة الاختبار فى القياس على دقة مفرداته ، كما يعتمد المتر على دقة سنتيمتراته ، وكما يعتمد السنتيمتر على دقة المليمترات التى ينقسم إليها .

وتختلف المفردات تبعاً لاختلاف نوع ميدان القياس . فقد تتطلب من المختبر استجابات لفظية أو سمعية أو بصرية أو يدوية عملية أو غير ذلك من الاستجابات الحسية المختلفة .

أهمية تحليل المفردات[1]

أدرك المشتغلون بالقياس العقلى أهمية مفردات المقياس فى صياغة وبناء الاختبار النهائى ؛ ولذا نشطت الأبحاث المتصلة بتحليل تلك المفردات حتى أربت على الآلاف ؛ وما فتئت تتطور بسرعة غريبة لتساير بذلك مطالب ميادين القياس النفسى النامية المتغيرة .

وسنحاول فى هذا الفصل أن نوضح أهم المعالم الرئيسية لذلك النوع من التحليل حتى يتسنى للباحث أن ينشىء ويصوغ مقاييسه الجديدة صياغة علمية

---

١ - تحليل المفردات Item Analysis

صحيحة ، وحتى يستطيع أن يحكم على مستوى جودة المقاييس النفسية المختلفة .

ولهذه المفردات أهميتها القصوى فى بناء وصياغة الصورة النهائية للاختبار وذلك لاعتماد المقاييس الإحصائية لذلك الاختبار على المقاييس الإحصائية لمفرداته وأجزائه . وفى مقدور الباحث أن يتحكم إلى حد كبير فى متوسط الاختبار وانحرافه المعيارى وتباينه والتوزيع التكرارى لدرجاته وثباته وصدقه وذلك باختيار الأسئلة أو المفردات اختياراً يخضع لمدى الصعوبة المناسبة للمختبرين ، ويخضع أيضاً لمستوى الصدق والثبات المحتمل لذلك الاختبار ، ولضبط الزمن المناسب لكل سؤال وللاختبار كله ، وللصفات الإحصائية الأخرى للمفردات كتباين السؤال ومعامل تمييزه للفروق الفردية القائمة فى مستويات القدرة أو النشاط الذى يقاس .

وهكذا تتأثر عملية اختيار المفردات بمعاملات الصعوبة ، والصدق ، والثبات ، وبالزمن المحدد للاختبار ، وبتباين المفردات وخصائصها الإحصائية المميزة . ولكل ناحية من هذه النواحى أهميتها فى بناء الاختبار النهائى .

هذا وللتحليل الإحصائى النفسى للمفردات أهميته العملية فى الكشف عن الأسئلة الخاطئة أو الضعيفة ، وعن نواحى الغموض التى قد تلابس بعض التعليمات ، ومدى ملاءمة نوع السؤال لميدان القياس .

الخطوات العملية لبناء وتحليل المفردات

تتلخص أهم الخطوات الرئيسية لبناء وتحليل مفردات الاختبارات النفسية فيما يلى :

١ – تحليل ميدان القياس وتقسيمه إلى عناصره أو مواضعه ، والكشف عن عدد أجزاء كل موضوع والأهمية النسبية لكل جزء .

٢ – اختيار نوع المفردات المناسب لقياس ذلك الميدان ، وصياغة موضوعات ذلك الميدان فى أسئلة تمثل فى مادتها وعددها ميدان القياس تمثيلا إحصائياً صحيحاً ، وذلك باختيار عينة طبقية عشوائية من تلك الأسئلة بحيث تتمثل فى تلك العينة جميع المميزات الإحصائية النفسية المختلفة لميدان القياس ، وبحيث يصبح عدد هذه الأسئلة كبيراً لأن التحليل قد يغير أو يحذف حوالى ٥٠ ٪ من تلك الأسئلة ، وقد سبق أن بينا أهمية عدد الأسئلة فى ثبات الاختبار وصدقه ولذا يجب أن يكون عدد الأسئلة التجريبية كبيراً إلى الحد الذى يسمح بهذا الحذف ولا تضار به معاملات الثبات والصدق .

٣ – صياغة تعليمات الاختبار صياغة تساير نوع المفردات .

٤ – إعداد الاختبار فى صورته النهائية ، وتدريج أسئلته تدريجاً تمهيدياً يعتمد فى جوهره على خبرة الباحث فى حكمه على صعوبة الأسئلة المختلفة .

٥ – تجربة الاختبار على عينة من المختبرين تمثل العينة الكبرى التى سيجرى عليها الاختبار بعد ذلك ، تمثيلا إحصائياً صحيحاً ويقترح كونراد H. S. Conrad (١) تجربة الاختبار ثلاث مرات متتالية تتلخص فى : –

ا – التجربة الأولى – يجرب الاختبار على حوالى ١٠٠ فرد للكشف عن الأخطاء الكبيرة التى يسفر عنها التجريب ، ولمعرفة بعض الخواص الإحصائية التمهيدية للاختبار كمثل تدريج صعوبة الأسئلة .

ب – التجربة الثانية – تعاد صياغة الاختبار – ويجرب على حوالى ٤٠٠

(1) Conrad· H S. Characteristics and Uses of Item - Analysis Data, Psychological Monograph, 1948, 62, No. 295.

فرد للحصول على البيانات العددية اللازمة للتحليل الإحصائي للمفردات ، ولمعرفة بعض الأخطاء التي لم تكشف عنها نتائج التجربة الأولى .

حـ — التجربة الثالثة ـ تعاد صياغة الاختبار وذلك بتقسيمه إلى اختبارات متكافئة ، ثم يجرب على عينة مناسبة من المختبرين لتحديد ثبات وصدق كل اختبار من هذه الاختبارات وضبط الزمن المناسب ، وحساب المعايير الإحصائية النفسية ، وغير ذلك من الخواص المختلفة .

وهكذا يصبح الاختبار بعد هـــذه الخطوات مقياساً صالحاً لتقويم المختبرين ، ولا ينتهي التحليل عند هذا الحد بل يستمر سنة بعد أخرى لضبط المعايير كلما كثرت البيانات العددية الخاصة بالاختبار .

وبما أن هذه الخطوات تعتمد اعتماداً مباشراً على نوع المقياس ونوع المفردات وعلى الوسائل الإحصائية لتحليل تلك المفردات ، إذن سنحاول في الفقرات الباقية من هذا الفصل أن نوضح الأنواع المختلفة للمقاييس النفسية ، وأنواع مفرداتها ، وطريقة صياغة تعليماتها ، ومفتاح التصحيح ، ووسائل حساب صعوبة المفردات وتباينها وتمييزها ، وصدقها وثباتها ، والزمن المناسب لها تمهيداً لصياغة الاختبار في صورته النهائية ، واختيار المفردات الصحيحة ، وتقسيم الاختبار إلى صوره المتكافئة وحســـاب معايير تلك الصور .

أنواع المقاييس النفسية

تطورت المقاييس النفسية تطوراً سريعاً منذ أوائل هذا القرن فأصبحت من الكثرة والسعة والشمول بحيث دعت الباحثين أخيراً إلى تصنيفها وتقسيمها ، وقد أسفرت هذه المحاولات عن نشوء دراسات جديدة تهدف إلى توضيح

المعالم الرئيسية لهذه التصنيفات ؛ وقد تناول مؤتمر علم النفس الإحصائى الذى انعقد بباريس سنة ١٩٥٥ والذى اشترك فيه مؤلف هذا الكتاب بحث هذه التصنيفات لتنظيمها فى منهج منطق واضح ، وبذلك نشأ التحليل التصنيفى (١) للمقاييس النفسية . ويميل بعض الباحثين إلى تسمية هذه الأنواع بالامتدادات أو الأبعاد العلمية للاختبارات (٢) . ومهما يكن من أمرها فهى فى صورتها الراهنة لا تخرج عن الأسس التصنيفية التالية : —

١ — بالنسبة لميدان القياس :

يحدد ميدان القياس النواحى المختلفة التى يهدف الاختبار أو المقياس إلى تقويمها وتقديرها تمهيداً للحكم على المستويات المختلفة للمختبرين . وتنقسم هذه الميادين إلى ما يلى : —

ا — المقاييس العقلية المعرفية(٣) :

ومن أهمها الأنواع التالية : —

١ — اختبارات التحصيل (٤) : وهى التى تهدف إلى قياس التعلم الماضى للفرد أو الخبرة السابقة .

٢ — اختبارات القدرات (٥) : وهى التى تهدف إلى قياس القدرات العامة والطائفية ، أى النشاط العقلى المعرفى كما هو قائم فعلا ، وكما يبدو فى النشاط الذى يؤديه المختبر .

---

(١) التحليل التصنيفى Facet Analysis
(٢) الامتدادات أو الأبعاد Dimensions
(٣) العقلية المعرفية Cognitive
(٤) التحصيل Attainement or Achievement
(٥) القدرات Abilities

٣ — اختبارات الاستعدادات(١) — وهى التى تهدف إلى التنبؤ بما يستطيع الفرد أن يقوم به فى المستقبل .

ب — مقاييس الشخصية والنواحى المزاجية(٢)

ومن أهمها الأنواع التالية : —

١ — الاستفتاء (٣) — وهو يهدف إلى معرفة رأى المختبر فى موضوع ما ويهدف أيضاً إلى جمع بعض البيانات الاجتماعية والاقتصادية والنفسية وغيرها من البيانات الأخرى ويتطور فى هذه الحالة إلى ما يسمى باستمارة جمع البيانات ، هذا ويصلح الاستفتاء لقياس الاتجاهات والميول والرأى العام .

٢ — المقاييس الإسقاطية (٤) — وهى تهدف إلى الكشف عن النواحى المزاجية للحكم على مدى تكيف المختبر لحياته القائمة ، وما يشوبها من جنوح وشذوذ .

٣ — المقابلة (٥) — ويصلح هذا النوع لقياس النواحى التى لا تصلح لها المقاييس الأخرى للحكم العام على مدى صلاحية الفرد لعمل ما ، أو على نواحى جنوحه وقوته .

٤ — المواقف (٦) — الموقف صورة مصغرة لنوع النشاط الذى نعد الفرد له ونختاره للقيام به ، فهو بهذا المعنى عينة ممثلة للحياة المقبلة . وتصلح المواقف لقياس القدرة على التصرف ، والكشف عن صفات الزعامة والاتزان الانفعالى ، وغير ذلك من الصفات المختلفة .

---

(١) الاستعداد Aptitude

(٢) المزاجية والشخصية Temperamental and Personality

(٣) الاستفتاء Questionnaire (٤) الإسقاطية Projective

(٥) المقابلة Interview (٦) المواقف Situations

١ — بالنسبة للمختبر

تنقسم المقاييس النفسية بالنسبة للمختبر إلى ما يلي :

أ — اختبارات فردية [1]

وهى تهدف إلى قياس المختبرين فرداً فرداً ، وتتميز بالدقة ، ومن أنواعها المعروفة مقياس بينيه للذكاء . ويعاب عليها أنها تستغرق من الباحث وقتاً طويلا وجهداً شديداً . فالاختبار الذى يستغرق ساعة واحدة فى تطبيقه على فرد واحد يستغرق مائة ساعة فى تطبيقه على مائة فرد ، ولذا لا يستخدم هذا النوع الآن إلا فى الحالات التى لا يصلح لها الاختبار الجماعى .

ب — اختبارات جماعية [2]

وهى تهدف إلى قياس جماعة من المختبرين مرة واحدة ، وتتميز بالسرعة وإن أعوزتها دقة الاختبارات الفردية ، وقد شاعت فكرة المقاييس الجماعية منذ أن طبقت الاختبارات النفسية على المجندين خلال الحرب العالمية الأولى والثانية .

٣ — بالنسبة لطريقة الأداء

تنقسم طريقة الإجابة على الاختبارات إلى الأنواع التالية : —

أ — كتابية [3]

وتسمى مقاييسها أحياناً باختبارات الورقة والقلم ، وتنقسم مادة الكتابة إلى ما يلى .

(١) فردية Individual (٢) جماعية Group

(٣) الكتابة أو الورقة والقلم Paper and Pencil

١ — لفظية (١) ـ ومن أهمها الاختبارات التي تقوم في بنائها الشكلي على الألفاظ والعبارات مثل اختبارات القدرة اللغوية .

٢ — عددية (٢) ـ ومن أهمها الاختبارات التي تقوم في بنائها الشكلي على الأعداد مثل اختبارات سلاسل الأعداد ، والعمليات الحسابية المختلفة ، مثل اختبارات القدرة العددية .

٣ — مكانية(٣) ـ ومن أهمها الاختبارات التي تقوم في بنائها على الأشكال والرسوم والصور ، ومن أهمها اختبارات القدرة المكانية .

ب — عملية (٤)

وهي تصلح للأداء اليدوي ، ولقياس قدرات الأميين والأطفال الصغار ، وتصلح أيضاً لقياس القدرة الميكانيكية .

٤ — بالنسبة للزمن

تنقسم الاختبارات بالنسبة للزمن المحدد لها إلى ما يلي : —

ا — اختبارات موقوته(٥)

وهي التي حدد لها زمن تعليماتها والزمن المناسب للإجابة . وتسمى أحياناً باختبارات السرعة لاعتمادها المباشر على سرعة الأداء ، ولذا فإن مفرداتها تنتشر في الاتجاه المستعرض أكثر مما تنتشر في الاتجاه الطولي أي أن جميع مفرداتها تمثل مستوى واحداً من مستويات الصعوبة .

---

(١) لفظية Verbal

(٢) عددية Numerical

(٣) مكانية Spatial

(٤) عملية Performance

(٥) موقوتة أو اختبارات السرعة Speed Tests

ب – اختبارات غير موقوتة[1]

وهي التي رتبت مفرداتها ترتيباً دقيقاً بالنسبة لتدرج صعوبتها ، وتسمى أحياناً اختبارات القوة ، ولذا فهي تمتد في الاتجاه الطولي للقدرة أكثر مما تمتد في الاتجاه المستعرض .

وهكذا نرى أن هذه الأسس توضيح الأنواع المختلفة للمقاييس النفسية توضيحاً تنظيمياً لكنها لا تفصل هذه الأنواع فصلا حاداً شديداً بل تتداخل وتتشابك فقد يصلح الاختبار الجماعي لأن يكون اختباراً فردياً ، وأغلب الاختبارات الموقوتة تتأثر بالترتيب التصاعدي لصعوبة المفردات ، وأغلب الاختبارات غير الموقوتة تصلح أيضاً لأن تكون اختبارات موقوتة وخاصة في الحالات التي تتطلب تحديد زمن الاختبار لسرعة تقدير مستويات القدرة .

ولهذه الأسس أهميتها في تحليل مفردات الاختبارات لأنها تحدد نوع المفردات ومادتها ، وعلى الباحث أن يدرس نوع الاختبار ونوع المفردات التي تصلح له في بنائه لمقاييسه النفسية .

أنواع المفردات

تهدف الأنواع المختلفة للمفردات إلى تيسير عملية تأليف الأسئلة وصياغتها وسهولة فهم تعليمات الإجابة على تلك الأسئلة ، وسرعة الإجابة على تلك المفردات ، والاقتصاد في عملية الطبع والتصحيح ، والاقتراب من موضوعية المقياس كلما أمكن بحيث يصبح ذلك المقياس أداة علمية دقيقة لا تتأثر بالحالة

---

(١) غير موقوتة أو اختبارات القوة Power Tests

المزاجية للمصحح أو بالعوامل الذاتية الأخرى أسوة بالمقاييس المادية المختلفة كمقاييس الأطوال والأوزان والزمن .

وقد توصل الباحثون إلى تحديد الأنواع الرئيسية التالية للمفردات . التي تحقق إلى حد كبير أهم الأهداف السابقة .

١ — اختيار إجابة من إجابتين [1]

والمثال التالي يوضح فكرة هذا النوع

٨ + ٧ = ١٤   صح   خطأ

وعلى المختبر أن يكتب علامة × تحت الإجابة التي يختارها . فإن كتب تلك العلامة تحت كلمة صح ، فإجابته خاطئة ودرجته تساوى صفراً ، وإن كتبها تحت كلمة خطأ فإجابته صحيحة ودرجته تساوى ١ .

ولهذا النوع صور مختلفة كمثل الإجابة بنعم أو لا وغير ذلك من النواحي التي تحقق فكرة الاختيار من احتمالين .

ويتأثر هذا النوع تأثراً شديداً بالتخمين ، ولذا تصحح درجاته النهائية تصحيحاً إحصائياً يخلصها من أثر هذا التخمين . وسندرس طريقة تصحيح الدرجات من أثر التخمين في دراستنا لوسائل تصحيح الأسئلة .

٢ — اختيار إجابة واحدة من إجابات متعددة [2]

والمثال التالي يوضح فكرة هذا النوع

٨ + ٧ =   ١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦

---

(١) الاختيار من إجابتين أو احتمالين Two Alternatives or True False

(٢) الاختيار من إجابات متعددة Multiple Choice

وعلى المختبر أن يكتب علامة × تحت الإجابة التي يراها صحيحة . فإن كتب تلك العلامة تحت ١٥ فإجابته صحيحة ودرجته تساوى ١ . وإن كتبها تحت أي عدد آخر مثل ١٢ أو ١٣ أو ١٤ أو ١٦ فإجابته خاطئة ودرجته تساوى صفراً

ويشترط فى بناء تلك الإجابات المتعددة أن تحتوى على إجابة واحدة صحيحة حتى تصبح عملية التصحيح سهلة سريعة دقيقة ، وأن تحتوى تلك الإجابات على إجابة قريبة من الصحيحة ولكنها ليست صحيحة [١] ، حتى يصبح تمييز السؤال للمستويات العليا من القدرة قوياً واضحاً ، فيفصل مثلا بين مستوى القدرة الذى يصل إلى ٩٠٪ والمستوى الذى يعلوه ويصل إلى ٩٥٪ .

هذا ويجب أن يخضع ترتيب الإجابات الصحيحة فى الأسئلة المتعاقبة للتوزيع العشوائى حتى لا يكتشف المختبر أى فكرة عن الترتيب المنتظم للإجابات الصحيحة .

ويتأثر هذا النوع إلى حد ما بالتخمين . ويزداد تأثره بذلك التخمين كلما قل عدد الإجابات المحتملة لكل سؤال ، ويقل كلما زاد عدد تلك الإجابات ، ولذا تصحح درجاته النهائية أيضاً من أثر التخمين .

٣ — التكملة [٢]

المثال التالى يوضح فكرة هذا النوع

٦+٧ =

(١) الاحتمالات المشوشة Distracter

(٢) التكملة Completion

وعلى الفرد أن يكتب إجابة هذا السؤال . وبالرغم من أن هذا النوع لايتأثر بالتخمين إلا أنه يستغرق وقتاً أكبر من النوعين السابقين ، ويعاب عليه أنه أقل موضوعية منهما وخاصة إذا كانت التكملة لفظية .

٤ — المطابقة [1]

المثال التالى يوضح فكرة هذا النوع

(٨×٧) (٤×٦) (٣×٥)

(٢٨) (٥٦) (٩١) (١٥) (٣٦) (١٢)

وعلى المختبر أن يصل كل سؤال من أسئلة السطر الأول بالاجابة التى تناسبه فى السطر الثانى ، فإذا رسم خطاً يصل بين (٣×٥) ، (١٥) فإجابته صحيحة ودرجته تساوى ١ وإن رسم ذلك الخط ليصل بين (٣×٥) ، (١٢) فإجابته خاطئة ودرجته تساوى صفراً ، وهكذا بالنسبة للمفردات الأخرى .

ويتأثر هذا النوع بالتخمين ويقترب إلى حد ما فى موضوعيته من مستوى النوع الأول والثانى ، ويعاب عليه أن مفرداته أكثر تعقيداً من الأنواع السابقة لأن درجة السؤال أكثر من الواحد الصحيح . ولأن احتمال الإجابة على السؤال الأول (٣×٥) أصعب من احتمال الإجابة على السؤال الأخير (٨×٧) وذلك لأن تحديد إجابة السؤال الأول ينقص عدد الاحتمالات الباقية للإجابة إحتمالا واحداً . وهكذا تستمر عملية تناقص الإحتمالات الممكنة للإجابة وبذلك يتغير الموقف الاختبارى من سؤال لآخر ، وتتأثر تبعاً لذلك موضوعية الإجابة لاختلاف تلك الظروف التجريبية .

---

(١) المطابقة Matching

٥ — الاستجابة الحرة [1]

المثال التالي يوضح فكرة هذا النوع :

أكتب المرادفات التي تعرفها لكلمة طالب

وعلى المختبر أن يكتب كلمات مثل تلميذ ، ودارس ، وغير ذلك من المرادفات . وتحسب درجته تبعاً لعدد المرادفات الصحيحة ، ولكل مرداف درجة واحدة ، وهكذا نرى صعوبة هذا النوع في التصحيح وتأثره بالنواحي الذاتية .

وقد يصلح للاختبارات الإسقاطية أكثر مما يصلح لاختبارات القدرات ، ويكاد تطبيقه يصبح مقصوراً على اختبارات القدرة اللغوية .

٦ — إعادة الترتيب [2]

والمثال التالي يوضح فكرة هذا النوع :

٤ ٥ ٦ ٣ ٢

وعلى المختبر أن يضع دائرة حول كل رقم يعوق فكرة ترتيب تلك السلسلة الرقمية . فإذا وضع دائرة حول ٦ وأخرى حول ٤ فإجابته صحيحة ودرجته تساوى ١ لأن استبدال مكان الرقم ٦ بمكان الرقم ٤ يؤدى إلى إعادة ترتيب هذه الأرقام بحيث يسفر الترتيب الجديد عن تسلسلها المنتظم .

وتأثر هذا النوع بالتخمين ضعيف جداً لكثرة عدد الاحتمالات الممكنة لهذا الازدواج كما يدل على ذلك الجدول التالي .

---

(١) الاستجابة الحرة Free Response or Simple Recall

(٢) إعادة الترتيب Rearrangement

صور الاحتمالات	العدد
(٢،٣) (٢،٦) (٢،٥) (٢،٤)	٤
(٣،٦) (٣،٥) (٣،٤)	٣
(٦،٥) (٦،٤)	٢
(٥،٤)	١
المجموع	١٠

مثال يوضح كثرة عدد الاحتمالات الازدواجية لأسئلة إعادة الترتيب

أى أن عدد الاحتمالات الازدواجية فى مثالنا هذا المكون من ٥ أرقام، يساوى ١٠ احتمالات . والاحتمال الازدواجى الصحيح هو (٦،٤)
ولذا لا تصحح إجابات مثل هذا النوع من أثر التخمين .

وهكذا ندرك الخواص الرئيسية لكل نوع من هذه الأنواع ومميزاتها وعيوبها لنستطيع اختيار الأنواع التى تناسب كل ميدان من ميادين القياس ، والجدول التالى يلخص أهم تلك المميزات والعيوب كما بينها جرين E. B. Greene(1) فى مقارنته لخواص المفردات الاختبارية .

(1) — Greene, E.B., Measurements of Human Behavior, 1952. pp 60 - 62.

مميزات وعيوب المفردات	الاختيار من اجابتين	الاختيار من إجابات متعددة	التكملة	المطابقة	الاستجابة الحرة	إعادة الترتيب
سهولة التأليف والصياغة	٢	٣	٢	٢	١	٢
سهولة فهم العمليات	١	١	١	٢	١	٢
الاقتصاد فى الزمن بالنسبة للسؤال	١	١	٣	١	؟	١
الاقتصاد فى عملية الطبع	٢	٢	٢	١	١	٣
سهولة التصحيح	١	١	٢	١	٣	١
عدم التأثر بالتخمين	٣	١	١	١	٣	١
تعقيد التفكير	؟	؟	؟	١	١	١
وضوح الأسئلة	٢	١	٣	١	٢	١
الاعتماد على الاستدعاء أكثر من التعرف	٣	٣	٢	٢	١	٢
تحليل النتائج	٣	١	٢	٢	١	٢

(جدول) ١٢١

ترتيب مميزات وعيوب الأنواع المختلفة لمفردات الاختبارات النفسية

حيث يدل العمود الأول على مميزات وعيوب الأنواع المختلفة لمفردات الاختبارات النفسية ، ويدل كل عمود من الأعمدة التالية على ترتيب هذه الأنواع بالنسبة لتلك الصفات .

وحيث يرمز الرقم ١ لأعلى رتبة

ويرمز الرقم ٢ الرتبة المتوسطة

ويرمز الرقم ٣ لأقل رتبة

وترمز العلامة ؟ للشك فى مستوى الرتبة

تعليمات الاختبار

يتكون الاختبار من تعليمات (١) ومفردات . وتهدف التعليمات إلى شرح فكرة الاختبار وتدريب المختبرين على مفرداته . وتنقسم هذه التعليمات إلى قسمين رئيسيين : تعليمات المختبرين أو الذين يطبقون الاختبار ، وتعليمات المختبرين أو الذين يجيبون على الاختبار

تعليمات المختبرين

تقوم فكرة هذه التعليمات على شرح فكرة الاختبار للذين يقومون بإجرائه وتطبيقه شرحاً دقيقاً ثابتاً بحيث لا تتغير عباراته من فرد لآخر فتتغير معها موضوعية الاختبار لتغير الموقف التجريبي . ويلجأ بناة الاختبارات الحديثة إلى تجربة هذه التعليمات عدة مرات وتطويرها وتصحيحها حتى تصل فى النهاية إلى صورتها الدقيقة الصحيحة .

---

(١) التعليمات Instructions

وتبين هذه التعليمات زمن الاختبار إن كان اختباراً موقوتاً ، وتوضح ترتيب الخطوات الأدائية للاختبار . وقد تقسم أحياناً إلى وحدات إجرائية لتوضح عملية الأشراف على الاختبار وشرح فكرته مثل قل وافعل بحيث تبين للمختبر مايقوله للمختبرين وتوضح له مايفعله أمامهم . هذا وتختلف صور تلك التعليمات تبعاً لاختلاف الاختبارات ومفرداتها هذا وقد تكون التعليمات لفظية ، وقد تكون عملية ، وقد تنطوى على كلا النوعين .

ويمكن أحياناً صياغة تعليمات المختبرين والمختبَرين معا حتى يتابع الذى يطبق الاختبار خطوات شرح فكرته للذين يجيبون عليه . والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

[يهدف هذا الاختبار إلى قياس قدرتك العددية ، أى مهارتك فى إجراء العمليات الحسابية الرئيسية (قل : إقرأ المثال الأول) وهذا المثال يوضح طريقة إجراء عملية الجمع . . .]

وقد فصلت تعليمات المختبر وحدها بين قوسين لتحدد له مايعمله ويقوله المختبرين .

تعليمات للمختبرين

تنقسم هذه التعليمات إلى وحدات رئيسية تتكامل فى صورة عامة متناسقة ، وتقوم صياغتها على أسس علمية تهدف إلى تيسير فهمها وتبسيط معناها لتحقق بذلك هدفها ؛ وتعمل على تنشيط الأفراد لإجراء الاختبار وحفزهم على الاستجابة الدقيقة السريعة لمفرداته .

ا — الوحدات

تتلخص وحدات تعليمات المختبرين فى البيانات الخاصة بالأفراد المختلفين .

فى توضيح فكرة الاختبار وهدفه وزمنه ؛ وفى الأسئلة المحلولة التى توضح الموقف الاختبارى للأفراد ؛ وفى الأسئلة غير المحلولة التى تدرب الأفراد على ذلك الموقف الاختبارى .

١ — البيانات الخاصة بالأفراد

تخضع هذه البيانات فى نوعها وعددها ومدى شمولها لهدف الباحث من الاختبار ، فيقتصر بعض الباحثين مثلا على الإسم والعمر الزمنى ، ويحتاج البعض الآخر إلى معرفة المدرسة ، والفصل ، والترتيب الميلادى ، والجنس ذكراً كان أم أنثى ، وغير ذلك من البيانات المختلفة .

والجدول التالى يوضح إحدى الصور الممكنة لتلك البيانات .

الإسم :		يوم	شهر	سنة
	تاريخ اليوم :	...	...	...
المدرسة :	تاريخ الميلاد :	...	...	...
الفصل :	العمـــــر :	...	...	...

جدول ١٢٢

يوضح هذا الجدول طريقة البيانات الخاصة بالفرد

وعلى المختبر أن يكتب هذه البيانات إن كان متعلما ؛ أو تكتب له إن كان أميا .

٢ — فكرة الاختبار وزمنه

توضيح فكرة المقياس عملية أساسية فى بناء الاختبارات النفسية الحديثة

لأنها تمهد الفرد للحالة العقلية (١) المناسبة للموقف الاختبارى القائم ، إذ بها يوفيها تستبين المطالع الرئيسية للاختبار وزمنه كما يدل على ذلك المثال التالى :

[يهدف هذا الاختبار إلى قياس قدرتك العددية . والمطلوب منك أن تكتب العلامات المحذوفة فى عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة والزمن المحدد لك لإجراء الاختبار ٥ دقائق] .

٣ — الاسئلة المحلولة (٢) .

تهدف هذه الأسئلة إلى شرح مفردات الاختبار شرحا عمليا يوضح طريقة الإجابة بالتفصيل . والمثال التالى يوضح هذه الفكرة (٣) :

١٢   ٢ = ١٤

لاحظ أن العلامة المحذوفة فى هذا المثال هى علامة الجمع + لأن ١٢ + ٢ = ١٤ أكتب علامة الجمع + فى المكان الخالى بين ١٢ ، ٢

٤ — الأسئلة التدريبية (٤)

تساعد هذه الأسئلة على تدريب الفرد تدريبا صحيحا على الموقف الاختبارى القائم . ولذا يجب أن تمثل ميدان الاختبار تمثيلا إحصائيا صحيحا ، ومن أهم وظائفها النفسية تركيز إنتباه الأفراد فى الإختبار .

---

(١) الحالة العقلية   Mental Set

(٢) الأسئلة المحلولة   Worked Examples

(٣) تعتمد هذه الأمثلة التوضيحية على إختبار القدرة العددية — العلامات المحذوفة — لمؤلف هذا الكتاب ، يونيو سنة ١٩٥٧ .

(٤) الأسئلة التدريبية   Exercise or Practice

والأمثلة التالية توضح هذه الفكرة .

(اكتب العلامة المحذوفة فى كل عملية من العمليات التالية) : —

[١   ١ = ٢   ‖   ١٢   ٦ = ٧٢]
[٨   ٢ = ٤   ‖   ٢٤   ١٣ = ١١]

وتمثل هذه الأسئلة فى صعوبتها المتدرجة ، تدريج صعوبة الاختبار .

٥ — تعليمات بدء الاختبار

تنتهى التعليمات ببعض العبارات التى تؤدى إلى ضبط عملية بدء الاختبار والتحكم الدقيق فى زمنه .

والمثال التالى يوضح هذه الفكرة :

ضع القلم ، لاتقلب الصفحة حتى تسمع النداء بقلب الصفحة والبدء فى الاختبار .

ب — صياغة التعليمات

تهدف التعليمات إلى شرح فكرة الاختبار فى أبسط صورة ممكنة لها ، ولذا يجب أن تكون الصياغة اللفظية لتلك التعليمات موجزة سهلة واضحة .

ولاشك أن الاستطراد اللغوى الطويل يؤدى إلى غموض المعنى لكثرة مايدور حوله من ألفاظ وتعبيرات مختلفة . وبذلك تصبح تلك التعليمات معقدة صعبة الإدراك ، ويعاب عليها أنها :

١ — تستغرق وقتاً طويلا من المختبرين والمختبرين .

٢ — تؤدى إلى الغموض والتعقيد ؛ والغموض يثير الأسئلة الكثيرة التى تخل بالنظام ، وتعوق تأدية الاختبار تأدية صحيحة .

٣ — تعتمد إلى حد كبير على مدى تذكر المختبرين للخطوات المتعددة التي تتكون منها التعليمات ، وقد تؤدي كثرتها إلى الخلط بين النواحي الرئيسية والنواحي الثانوية .

٤ — تحول دون التقنين الصحيح للاختبار لأنها ترهق المختبر إذ عليه أن يضبط زمن الإجراء ، ويحول دون الغش ، وأن يوزع الاختبار ، وغير ذلك من الأمور التي تحتاج إلى تدريب طويل وانتباه شديد ودقة بالغة . ولذا يجب أن تكون التعليمات من الإيجاز والبساطة والوضوح بحيث تساعده على تطبيق الاختبار تطبيقاً موضوعياً صحيحاً .

والإيجاز المخل يؤدي إلى الغموض والتعقيد ، وكثرة أسئلة المختبرين التي تحول دون الضبط العلمي الدقيق للموقف الاختباري القائم .

ولذا يجب أن تكون الصياغة اللفظية لتعليمات الاختبار واضحة سهلة ميسوره بحيث لا تميل إلى الاستطراد الطويل أو الإيجاز المخل أو تعتمد على الألفاظ الغريبة النابية أو الأساليب الملتوية الشاذة .

حـ — إثارة حافز الاجابة

تتأثر الدرجة إلى حد كبير بمستوى القدرة وبالزمن المحدد للإجابة وبقوة الحافز الذي يدفع الفرد إلى بذل أقصى جهده في الإجابة . ويؤثر هذا الحافز تأثيراً مباشراً في الكشف عن المستويات المختلفة للقدرة . وقد حاول بعض العلماء في المراحل الأولى لنشوء الاختبارات النفسية أن يثيروا الدافع للإجابة عند الأفراد المختلفين بإثابتهم إثابة مادية ، مثل مكافأة الممتاز منهم .

وقد تواترت نتائج الأبحاث التي تلت هذه المرحلة على تأكيد أهمية التعليمات في حفز الأفراد على الاستجابة للمفردات الاختبارية . فالتعليمات الجيدة التي

تحدد هدف الاختبار وفكرته وتدرب الأفراد على مفرداته تحفزهم حفزاً قوياً للإجابة .

وقد وجد بعض الباحثين أن أمل المختبر في معرفة درجته بعد الإجابة يشوقه إلى الاختبار ويحفزه على الأداء القوي في الموقف الاختباري القائم . ووجد البعض الآخر أن الاعتماد على المختبرين في تصحيح إجاباتهم أو إجابات زملائهم يثير فيهم الحماس المناسب للاختبار .

مفتاح الإجابة وتصحيح المفردات

من أهم مميزات الاختبارات النفسية الحديثة سرعة ودقة تصحيحها . ولذا تسمى أحياناً بالاختبارات الموضوعية (١)، أي التي لا تتأثر بمزاج المصحح أو بذاتيته . ويعرف الاختبار الموضوعي بأنه الاختبار الذي لا تختلف طريقة تصحيحه من مصحح لآخر ، بل تبقى درجته كما هي مهما اختلف المصححون،

وسنحاول في الفقرات التالية أن نوضح شروط الإجابة الموضوعية ، ووسائلها ، ومفتاحها . وطرق تصحيحها وأثر التخمين على تلك الإجابات والطرق الإحصائية المعروفة لمعالجة هذا الأثر .

١ - شروط الإجابة الموضوعية

يجب أن تكون الصور المختلفة لتسجيل إجابات الاختبارات النفسية بسيطة موجزة ، وأن يكون مكانها في ورقة الإجابة محدداً تحديداً واضحاً دقيقاً كأن تكون الإجابات في يسار الورقة أو في يمينها أو في وسطها حتى تصبح عملية التصحيح سريعة سهلة دقيقة .

---

(١) الاختبارات الموضوعية Objective Tests

ومن أهم الأمور التى تساعد على دقة التصحيح تفرد السؤال بإجابة صحيحة . وذلك لأن ازدواج الإجابات الصحيحة أو كثرتها بالنسبة للسؤال الواحد يحول دون التصحيح الموضوعى الدقيق .

ب — وسائل الاجابة الموضوعية

كلما كانت وسيلة الإجابة قصيرة ضعف تأثرها بالنواحى الخارجية الثانوية الذاتية ، وزاد تبعاً لذلك تحديدها واقترابها من الموضوعية التى نهدف إليها . ومن أهم الوسائل الحديثة التى تحقق تلك الأهداف صياغة السؤال صياغة تجعل الإجابة عنه محددة بأى استجابة من الاستجابات التالية : —

١ — جملة أو كلمة : كمثل أسئلة التكملة ، والاستجابة الحرة .

٢ — حرف : كمثل أسئلة التكملة ، والاستجابة الحرة ، وإعادة الترتيب .

٣ — عدد : كمثل أسئلة التكملة ، والاستجابة الحرة ، وإعادة الترتيب .

٤ — رمز : كمثل أسئلة الاختيار من احتمالين ، أو من احتمالات متعددة ، والتكملة ، والمطابقة ، والاستجابة الحرة ، وإعادة الترتيب . وقد يكون هذا الرمز دائرة أو علامة صح أو خطأ ، أو أى علامة ترمز إلى اختيار وتحديد الإجابة الصحيحة .

حـ — مفتاح الإجابة وطرق التصحيح

تتلخص طريقة التصحيح فى مقارنة الإجابات المختلفة بمفتاح الاختبار(١) . ثم يرصد بعد ذلك عدد الإجابات الصحيحة ، وقد يرصد أيضاً عدد الإجابات

(١) مفتاح الاختبار The Key of the Test

الخاطئة والمحذوفة والمتروكة إذا أريد تحليل مفردات الاختبار تحليلا إحصائياً دقيقاً لبناء اختبار جديد .

وقد تطورت مفاتيح الاجابة تطوراً هادفاً غايته تحقيق دقة وسرعة التصحيح . وتتلخص أهم الصور المختلفة للمفاتيح الاختبارية فيما يلي : —

١ — مفتاح الاختبار المصحح : وتصلح هذه الطريقة لتصحيح الإجابات المحددة تحديداً مكانياً دقيقاً ،حتى تصبح عملية مقارنة إجابات الأفراد بالمفتاح عملية سهلة سريعة وقد تصبح عملية التصحيح بهذا النوع من المفاتيح عملية شاقة طويلة عندما يزداد عدد المختبرين زيادة كبيرة تحول دون السرعة والدقة التي نهدف إليها .

٢ — المفتاح الشفاف : وتقوم فكرته على تسجيل الإجابات الصحيحة على ورقة شفافة ، ثم تصحح الإجابات المختلفة وذلك بمقارنتها بالإجابات المكتوبة على الورقة الشفافة التي تعلوها . وهذه الطريقة أسرع وأدق من الطريقة السابقة .

٣ — المفتاح المثقوب : وتقوم فكرته على تسجيل الإجابات الصحيحة على ورقة سميكة نوعاً ما ، ثم تثقب هذه الورقة بثقوب مستديرة في الأماكن التي تحدد تلك الإجابات بحيث تؤدى إلى رؤية الإجابات الصحيحة في كل ورقة إجابة . وتصلح هذه الطريقة لتصحيح الأسئلة التي تعتمد إجابتها على اختيار إجابة واحدة من إجابتين أو من إجابات متعددة . وتتميز بالسرعة ، وإن كان يعاب عليها عجزها عن تسجيل إجابات الأفراد الذين يختارون أكثر من إجابة للسؤال الواحد بحيث تصبح إحداها صحيحة ، والإجابات الأخرى خاطئة .

ولذا يجب أن يبحث المصحح عن هذا النوع من الإجابات قبل بدء التصحيح حتى لا يختلط عليه الأمر. وإجابات هذا النوع خاطئة لأنها تدل على عجز المختبر عن الاختيار الصحيح للإجابة المحددة.

٤ — مفتاح الكربون: يختلف هذا النوع عن الأنواع السابقة في أنه يصاحب ورقة الإجابة وذلك بتحديد أماكن الإجابات الصحيحة على ورقة مستقلة تلصق من أطرافها في ظهر ورقة الإجابة بحيث تصبح بياناتها مستترة تماماً بالنسبة للمختبر. ويطلى ظهر ورقة الإجابة بطلاء أسود بحيث يترك أثراً لأية كتابة تسجل على ورقة الإجابة. وتعتمد طريقة رصد إجابات هذا النوع على نزع المفتاح الخلفي بعد إجراء الاختبار ثم عد العلامات القائمة في الأماكن التي تحدد الإجابات الصحيحة. ويعد هذا النوع أسرع وأدق من الأنواع السابقة، إلا أن تكلفته المرتفعة قد تحول أحياناً دون الاستعانة به.

٥ — المفتاح الآلي: تطورت طرق تصحيح الاختبارات النفسية حتى أصبحت الآن في صورتها الأخيرة آلية ميكانيكية كهربائية. وقد أدت التطبيقات الواسعة لتلك الاختبارات في الميادين الحربية إلى اختبار آلاف المجندين يومياً. ولذا لجأ العلماء إلى تصميم آلات كهربائية تصحح وتصنف الإجابات المختلفة في سرعة ودقة فائقة، وتعتمد فكرة هذه الآلات على تصميم ورقة الإجابة تصميماً يصلح لهذا التصحيح والتصنيف، وعلى رصد الإجابة بقلم تتميز كتابته بحساسية كهربائية تصلح لهذا التسجيل.

ى — تصحيح أثر التخمين

تتأثر المفردات التي تقوم في بنائها على اختيار إجابة واحدة من إجابتين أو من إجابات متعددة بالتخمين (١). ويزداد أثر هذا التخمين كلما قل عدد

(١) تصحيح التخمين Correction of Guessing

الاحتمالات المحددة لكل سؤال ، ويقل كلما زاد هذا العدد . ويبلغ التخمين أقصاه عندما يصل هذا العدد إلى احتمالين ، ويضعف أثره عندما يصل هذا العدد إلى ستة احتمالات . ولذا يُصحح أثر التخمين للمفردات التي تعتمد فكرتها على احتمالين أو ثلاثة أو أربعة أو خمسة ، ولا يصحح للاحتمالات التي تزيد عن خمسة .

وعندما تصبح جميع مفردات الاختبار قائمة على اختيار إجابة واحدة من إجابتين فإن توزيع الإجابات الصحيحة يجب أن يساوى بين هذين الاختيارين حتى يصبح بناء الاختبار سليما من الناحية الإحصائية ، وبذلك تصبح النسبة المئوية للإجابات الصحيحة لجميع الأسئلة مساوية لـ ٥٠ ٪ للاحتمال الأول ومساوية لـ ٥٠ ٪ أيضا للاحتمال الثانى، وعلى أن تتوزع تلك الإجابات الصحيحة توزيعا عشوائيا لكل اختيار من هذين الاختيارين كما يدل على ذلك المثال التالى :

السؤال	الاحتمال الأول	الاحتمال الثانى
٣ × ٧ =	٢١	٢٤
٢ × ٤ =	٩	٨
٥ × ٣ =	١٧	١٥
٢٤ × ٢ =	٤٨	٢٨

ويدل هذا النوع من المفردات على أن إجابة السؤال الأول ٣ × ٧ إما أن تساوى ٢١ أو تساوى ٢٤ والإجابة الأولى صحيحة والثانية خاطئة . وقد رسمنا خطاً تحت العدد ٢١ لنبين أنه الإجابة الصحيحة لهذا السؤال . وكذلك بالنسبة للأسئلة الأخرى . فإذا فرضنا أن أحد الأفراد أجاب بطريقة تخمينية عن هذه الأسئلة فرسم خطاً تحت كل إجابة من إجابات العمود الأول ، فإن درجته فى

هذا الاختبار تساوى ٢ . وحرى بنا أن نعاقبه على تخمينه حتى لايختلط الأمر بين الذين يعلمون والذين لايعلمون. ولذا نرصد أيضاً الإجابات الخاطئة لمثل هذا الفرد وبذلك يصبح عددها هى الأخرى مساويا ٢ . ثم نطرح الإجابات الخاطئة من الإجابات الصحيحة لنحصل على الدرجة المصححة من أثر التخمين ، أى أن :

الدرجة المصححة من أثر التخمين =

عدد الإجابات الصحيحة — عدد الإجابات الخاطئة

= ص — خ

= ٢ — ٢

= صفر   فى مثالنا هذا

هذا ويمكن أن نصوغ هذه المعادلة فى الصورة التالية (١) :

$$\text{الدرجة المصححة من أثر التخمين} = \text{ص} - \frac{\text{خ}}{٢ - ١}$$

وبما أن عدد الاحتمالات فى مثالنا هذا يساوى ٢ ، إذن

$$\text{الدرجة المصححة من أثر التخمين} = \text{ص} - \frac{\text{خ}}{\text{ن} - ١}$$

بحيث يدل الرمز ن على عدد الاحتمالات . وهذه هى الصورة العامة لمعادلة التخمين .

فإذا كان عدد الاحتمالات مساويا ٤ فإن معادلة التخمين تتطور إلى الصورة التالية : —

---

(١) لجأنا إلى هذا التحليل البسيط لتوضيح فكرة المعادلة . والبرهان الرياضى الصحيح لهذه المعادلة يعتمد على نظرية الاحتمالات ، وهو ما لايتسع له مجال هذا الكتاب

الدرجة المصححة من أثر التخمين = ص − $\frac{خ}{٤ - ١}$

= ص − $\frac{خ}{٣}$

وهكذا بالنسبة للاحتمالات الأخرى .

ولنفرض أن عدد الدرجات الصحيحة التى حصل عليها فرد ما كان مساويا ٩ وعدد الدرجات الخاطئة كان مساويا ٦ وأن عدد احتمالات أى سؤال من أسئلة ذلك الاختبار كان مساويا ٤ .

إذن الدرجة المصححة من أثر التخمين لهذا الفرد = ٩ − $\frac{٦}{٤ - ١}$

= ٩ − $\frac{٦}{٣}$

= ٧

فإذا كان عدد الدرجات الخاطئة مساويا لـ ٢٧ بدلا من ٦ فإن درجة مثل هذا الفرد تصبح مساوية للصفر كما تدل على ذلك المعادلة التالية :

الدرجة المصححة من أثر التخمين = ٩ − $\frac{٢٧}{٤ - ١}$

= ٩ − $\frac{٢٧}{٣}$

= صفر

وعندما يزداد عدد الدرجات الخاطئة فى مثالنا هذا حتى يصبح مساويا لـ ٣٠ فإن الدرجة المصححة من أثر التخمين تصبح فى هذه الحالة سالبة ، كما تدل على ذلك المعادلة التالية :

الدرجة المصححة من أثر التخمين = ٩ − $\frac{٣٠}{٤ - ١}$

= ٩ − $\frac{٣٠}{٣}$

= − ١

هذا ويجد بعض الأفراد صعوبة فى فهم معنى الدرجة السالبة وذلك لأن أى اختبار يهدف إلى قياس أى لون من ألوان النشاط النفسى يبدأ تدريجه من الصفر ثم تتزايد درجاته فى الاتجاه الموجب أى أنه يحدد المستويات بما يتراكم ويتجمع فيها من درجات . لكن هذه الوحدات الاختبارية لا تخرج فى جوهرها عن وحدات اصطلاحية وهى بذلك تختلف من اختبار لآخر ، ولذا فالصفر الذى يحدده أى اختبار لا يعنى قط المعنى الدقيق للصفر المطلق أى أنه صفر اصطلاحى ولو اشتمل الاختبار على مفردات أسهل من التى يحتوى عليها لانحدر موضع الصفر فى التدريج الاختبارى للدرجات إلى أسفل ولأصبحت الدرجة المساوية لـ -١ مساوية لـ +١ أو لـ +٢ أو لأى عدد آخر موجب يحتمله التدريج الجديد للاختبار .

ولذا يلجأ بعض الباحثين إلى دراسة جميع درجات المختبر من بعد تصحيحها من أثر التخمين للكشف عن القيمة العددية لأكبر درجة سالبة ولتكن مثلا -٦ ثم إضافة +٦ إلى جميع درجات المختبرين لتحويلها كلها إلى درجات موجبة . والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

الدرجات المصححة : -٦ ، -٤ ، -١ ، صفر ، ١ ، ٢

الدرجات بعد التعديل : صفر ، ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨

هذا ولا يتأثر شكل التوزيع التكرارى بهذا التعديل لأن إضافة أى عدد ثابت إلى جميع درجات الاختبار يؤدى إلى انزلاق هذا التوزيع فوق قاعدته إلى الناحية اليمنى . وإن طرح أى عدد ثابت من جميع درجات الاختبار ينزلق به فوق قاعدته إلى الناحية اليسرى .

وبما أن عملية تصحيح أثر التخمين لكل درجة من درجات الاختبار

تتطلب التعويض فى معـــادلة التخمين ثم تقريب الكسور العشرية التى تنتج أحياناً من هذا التعويض إلى أعداد صحيحة لذلك قد يجد بعض الباحثين مشقة فى تصحيح جميع الدرجات . وقد حسبت القيم المختلفة لتلك المعادلة ورصدت فى ملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول رقم ٢٣) حتى لا يجد الباحث عنتاً أو مشقة فى تصحيح التخمين . فإذا كان عدد الاحتمالات مساوياً ٤ ، وكان عدد الإجابات الصحيحة مساوياً ٤١ وعدد الإجابات الخاطئة مساوياً ١٩ فإن الدرجة الصحيحة من أثر التخمين تساوى ٣٦ كما يدل على ذلك جدول الدرجات المصححة من أثر التخمين المبين بصفحة ١١٣ بملحق الجداول الإحصائية النفسية . وهكذا بالنسبة للاحتمالات الأخرى التى تبدأ بـ ٣ إحتمالات وتنتهى عند ٥ إحتمالات . ولم تحسب الدرجات المصححة للاحتمال المساوى لـ ٢ لأن عملية التصحيح فى هذه الحالة تتحول إلى مجرد الدرجات الخاطئة من الدرجات الصحيحة .

معاملات سهولة وصعوبة المفردات

يميل بعض الباحثين إلى حساب معاملات صعوبة المفردات عن طريق حساب سهولتها وخير لنا أن نعالج هذه المشكلة معالجة مباشرة فتدرس السهولة ثم ترتب المفردات الاختبارية ترتيباً تنازلياً بالنسبة لتلك المعاملات يدل أن ترتيبها ترتيباً تصاعدياً بالنسبة للصعوبة .

والعلاقة بين السهولة والصعوبة علاقة عكسية مباشرة .. فإذا كان معامل السهولة مساوياً لـ ٤ ,. فإن معامل الصعوبة يساوى ٦ ,. أى أن معامل السهولة = ١ ــ معامل الصعوبة .

ويمكن أن نصوغ هذه المعاملات فى نسب مئوية وبذلك تصبح النسبة المئوية ..

للسهولة مساوية لـ ٤٠ ٪ في مثالنا هذا ، وتصبح النسبة المئوية للصعوبة = مساوية لـ ٦٠ ٪

ا — حساب معاملات السهولة

تقاس سهولة أي سؤال بحساب المتوسط الحسابي للإجابات الصحيحة . وبما أن المختبرين يتركون أحياناً بعض المفردات دون أن يجيبوا عليها . إذن فعلينا أن نحسب المتوسط الحسابي للذين أجابوا فعلا على السؤال إجابات صحيحة أو خاطئة ، وأن نستبعد المفردات المحذوفة والمتروكة .

والجدول التالي يوضح طريقة رصد إجابات ٥ أفراد على ٣ مفردات .

الأفراد	السؤال الأول	السؤال الثاني	السؤال الثالث
ا	ص	ص	ص
ب	ص	ص	ص
حـ	ص	و	خ
ى	ص	خ	خ
هـ	ص	ك	ك
مجموع الأفراد = ٥	ص = ٥	ص = ٢	ص = ٢
	خ = صفر	خ = ١	خ = ٣
	و = صفر	و = ١	و = صفر
	ك = صفر	ك = ١	ك = ١

(جدول ١٢٣)

تسجيل الاستجابات المختلفة للمفردات توطئة لحساب السهولة

حيث يدل الرمز ص على الاستجابات الصحيحة
ويدل الرمز خ على الاستجابات الخاطئة
ويدل الرمز و على المفردات المحذوفة
ويدل الرمز ك على المفردات المتروكة

وهكذا نرى أن جميع الأفراد قد أجابوا إجابة صحيحة على السؤال الأول ، وبذلك يحسب معامل سهولة هذا السؤال بالطريقة التالية :

معامل سهولة السؤال الأول = $\frac{٥}{٥}$

= ١

وعدد الإجابات الصحيحة على السؤال الثانى يساوى ٢ وعدد الإجابات الخاطئة يساوى ١ وبذلك يصبح عدد الذين أجابوا إجابات صحيحة وخاطئة على السؤال الثانى ٣ .

∴ معامل سهولة السؤال الثانى = $\frac{٢}{١ + ٢}$

= $\frac{٢}{٣}$

= ٠,٦٧ تقريباً

وعدد الإجابات الصحيحة على السؤال الثالث يساوى ٢ وعدد الإجابات الخاطئة يساوى ٢ وبذلك يصبح عدد الذين أجابوا إجابات صحيحة وخاطئة على السؤال الثالث ٤ .

∴ معامل سهولة السؤال الثالث = $\frac{٢}{٤}$

= ٠,٥٠

أى أن معامل السهولة = $\frac{\text{الإجابات الخاطئة}}{\text{الإجابات الصحيحة + الإجابات الخاطئة}}$

= $\frac{ص}{ص + خ}$

ب — معاملات السهولة المصححة من أثر التخمين

تتأثر معاملات سهولة المفردات بالتخمين وخاصة عندما يعتمد بناء الأسئلة على الاحتمالات الاختيارية . ويصحح أثر هذا التخمين بنفس الطريقة التى صححت بها الدرجات كما يدل على ذلك التحليل التالى :

∴ معامل السهولة $= \dfrac{\text{ص}}{\text{ص} + \text{خ}}$

∴ الدرجة المصححة من أثر التخمين $= \text{ص} - \dfrac{\text{خ}}{\text{ن} - ١}$

∴ فمعامل السهولة المصحح من أثر التخمين $= \dfrac{\text{ص} - \dfrac{\text{خ}}{\text{ن} - ١}}{\text{ص} + \text{خ}}$

فإذا كان عدد الإجابات الصحيحة مساوياً لـ ٢ وعدد الإجابات الخاطئة مساوياً لـ ١ وعدد الاحتمالات الاختيارية للسؤال يساوى ٤

∴ $\text{ص} = ٢$ ، $\text{خ} = ١$ ، $\text{ن} = ٤$.

إذن معامل السهولة $= \dfrac{\text{ص}}{\text{ص} + \text{خ}}$

$= \dfrac{٢}{٢ + ١}$

$= ٠,٦٧$

كما سبق أن بينا ذلك فى مثالنا السابق بالنسبة للسؤال الثانى :

∴ إذن معامل السهولة المصحح من أثر التخمين $= \dfrac{\text{ص} - \dfrac{\text{خ}}{\text{ن} - 1}}{\text{ص} + \text{خ}}$

$$= \frac{2 - \frac{1}{4 - 1}}{2 + 1}$$

$$= \frac{\frac{5}{3}}{3}$$

$$= \frac{5}{9}$$

∴ معامل السهولة المصحح من أثر التخمين = ٠,٥٦ تقريباً

هذا وقد حسبت معاملات السهولة المصححة من أثر التخمين(1) ورصدت في الجدول المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول رقم (٢٤) صفحة ١١٤ وصفحة ١١٥ ، الذي يدل عموده الأول على معاملات السهولة غير المصححة، وتدل الأعمدة التالية على المعاملات المصححة من أثر التخمين لكل عدد من الاحتمالات الاختيارية التي يتكون منها السؤال . أي لكل قيم ن وبذلك تدل تلك الأعمدة على القيم التالية لـ ن

ن = ٢ ، ن = ٣ ، ن = ٤ ، ن = ٥

وهكذا نستطيع أن نستعين بذلك الجدول في معرفة معامل السهولة المصحح من أثر التخمين لمثالنا السابق وذلك بالطريقة التالية :

معامل السهولة = ٠,٦٧

عدد الاحتمالات الاختيارية = ٤

∴ معامل السهولة المصحح من أثر التخمين = ٠,٥٦

كما يدل على ذلك جدول (٢٤) صفحة ١١٥

---

(1) Guilford J. P. Psychometric Methods, 1954, P.421. Table 15 1

حـ — المعاملات المعيارية للسهولة

تدل معاملات السهولة على نسب عشرية ، وقد تدل أيضا على نسب مئوية . وهذه المعاملات بصورتها القائمة لا تصلح إلا لترتيب المفردات ترتيبا تمهيديا وذلك لعجزها عن تحديد الفروق القائمة بين مراتب سهولة تلك المفردات ، ولهذه الفروق أهميتها فى الاختيار النهائى للمفردات وفى التدريج المنتظم للسهولة ويرجع ذلك العجز إلى اعتماد تلك المعاملات على تقسيم التوزيع التكرارى إلى مساحات متعاقبة . والتدريج الذى يخضع لفكرة المساحات المتساوية لا يؤدى إلى وحدات طولية متساوية لاختلاف مساحات التوزيع التكرارى تبعاً لقربها أو بعدها من أطراف هذا التوزيع .

وقد سبق أن درسنا هذه المشكلة فى تحليلنا للفروق القائمة بين المئينيات والمعايير التائية ، وبينا أن المئينيات تقسم المنحنى التكرارى إلى مساحات متساوية وأن المعايير التائية تقسم قاعدة المنحنى التكرارى إلى وحدات طولية متساوية ، وأن هذه الخاصية تجعل المعيار التائى مقياسا طولياً كالمتر والياردة .

وبما أن معاملات السهولة تقوم على نسبة الإجابات الصحيحة إلى جميع إجابات السؤال ، إذن فهى تدل بهذا المعنى على مساحات اعتدالية عندما تنسب إلى المنحنى الاعتدالى المعيارى(١) لأنها تدل على احتمال الحدوث أو احتمال النجاح . وبما أن النسب الاعتدالية تحدد بدرجات معيارية إذن يمكن تحويل معاملات السهولة إلى الدرجات الاعتدالية المعيارية المقابلة لها . وبذلك يتحول التدريج الذى يقوم على المساحات إلى تدريج طولى يقوم فى جوهره على التقسيم المعيارى لقاعدة المنحنى الاعتدالى المعيارى .

---

(١) راجع الفصل السادس من هذا الكتاب

فإذا كان معامل السهولة مساوياً لـ ٠,٣٤ فإن الدرجة المعيارية التي تقابل تلك المساحة الإعتدالية تساوي — ٠,٤١ كما يدل على ذلك جدول المساحات الإعتدالية المعيارية المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول رقم (٤) صفحة ١٥ ، وقد وضعنا علامة سالبة أمام تلك الدرجة لأن المساحة التي أدت إليها تقل عن ٠,٥٠ أي تقع في الطرف الأيسر أو الأدنى للمنحنى كما سبق أن بينا ذلك في دراستنا لخواص التوزيع الاعتدالي المعياري .

وتؤدي نتائج هذه الطريقة إلى حساب المعاملات المعيارية الطولية للسهولة ، وقد يعاب عليها كثرة علاماتها السالبة . ولذا تحول جميع تلك الدرجات المعيارية السالبة التي تحدد مستويات السهولة إلى درجات معيارية موجبة وذلك بإضافة ٥ درجات معيارية إلى كل منها ، وبذلك يصبح المعامل المعياري للسهولة الذي حسبناه للمثال السابق مساوياً لنتيجة العملية التالية :

معامل السهولة المعياري المعدل = — ٠,٤١ + ٥ = ٤,٥٩

وإضافة ٥ درجات معيارية لكل معامل من المعاملات المعيارية للسهولة يؤدي إلى إعادة ترقيم درجات التوزيع التكراري الاعتدالي المعياري بحيث يصبح بدء التدريج مساوياً للصفر بدلا من — ٥ ويصبح المتوسط مساوياً لـ ٥ بدلا من الصفر وتصبح نهاية التدريج مساوية لعشرة بدلا من ٥ ؛ أي أن مدى المنحنى الاعتدالي المعياري يساوي ١٠ درجات معيارية .

وقد شاع هذا النوع من التعديل في بعض الميادين الحيوية وخاصة ميدان المبيدات الحشرية (١) ، وأنشئت له جداول خاصة تيسر على الباحث قراءة الدرجة المعيارية المعدلة مباشرة ، ومن أهم هذه الجداول جدول بليس

---

(١) المبيدات الحشرية Insecticides

الخاص بمنحنى المبيدات الحشرية، ويقوم هذا النوع من الدراسة C. I, Bliss[1] على نفس الأسس التي تقوم عليها فكرة معاملات الصعوبة . وتتلخص تلك الفكرة في الكشف عن أثر تركيز المادة السامة في نسبة الحشرات المقتولة إلى الحشرات التي تعرضت لتلك المادة ، كما تلخصت فكرة معاملات السهولة في علاقة الإجابات الصحيحة إلى الإجابات الصحيحة والخاطئة .

ولذا سنعتمد على جدول بليس في قراءة معاملات السهولة المعيارية المعدلة ، وقد سجلنا بياناته العددية في ملحق الجداول الإحصائية النفسية ، جدول رقم (٢٥) وسميناه جدول معاملات السهولة المعيارية .

وإذا بحثنا في هذا الجدول عن معامل السهولة المعياري المعدل المقابل لمعامل السهولة المساوي لـ ٢٤, لوجدنا أنه يساوي ٤,٥٨٧٥ أو ٤,٥٩ تقريباً ، كما سبق أن حسبناه في مثالنا السابق .

د — علاقة ترتيب المفردات بالتوزيع التكراري للدرجات

يستطيع الباحث بعد معرفته بجميع المعاملات المعيارية للسهولة أن يرتب المفردات ترتيباً تنازلياً بالنسبة لتلك المعاملات بحيث يصبح أول سؤال من أسئلة الاختبار أكبرها سهولة وآخر سؤال أقلها سهولة .

وللفروق القائمة بين القيم العددية لمعاملات السهولة المتتالية أثر مباشر في التنبؤ بشكل التوزيع التكراري لدرجات الاختبار . وقد دلت أبحاث ووكر

(1) Fisher, R. A. and Yates. F., Statistical Tables, Table lx, P, P, 50 — 52.

D.A, Walker على أن تساوى تلك الفروق يؤدى إلى اعتدال التوزيع التكرارى للدرجات ، والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

الترتيب النهائى للمفردات	المعاملات المعيارية للسهولة	الفرق	فرق الفرق
١	٦,٤٦٩		
٢	٦,٢٣٧	٠,٢٣٢	صفر
٣	٦,٠٠٥	,٢٣٢	صفر
٤	٥,٧٧٣	,٢٣٢	صفر
٥	٥,٥٤١	,٢٣٢	

جدول ١٢١

يوضح هذا الجدول فكرة تساوى فروق المعاملات المعيارية للسهولة وتلاشى فرق الفرق وأثر ذلك على اعتدال التوزيع التكرارى لدرجات الاختبار

وعندما تتناقص القيم العددية لمعاملات السهولة المعيارية تناقصاً سريعاً فى أول الاختبار أو فى آخره يلتوى التوزيع التكرارى للدرجات .

وهكذا ندرك أهمية ذلك الترتيب فى الضبط العلمى لشكل التوزيع التكرارى والتنبؤ به .

---

(1) Walker, D, A., Answer - Pattern and Score - Scatter in Tests and Examinations, B, J. P, 1936, P. P. 301 - 308, 1939. P. P. 73 — 89.

(2) Walker, D. A. A Theoretical and Experimental Study of the Nature and Extent of Predetermination of Score - Scatter by the Type of the Test Paper used, Ph,D Thesis. Edinburgh, 1937.

هـ — أهمية معامل السهولة فى بناء الاختبارات المتكافئة

تعتمد فكرة الاختبارات المتكافئة فى إحدى نواحيها على تساوى معاملات سهولة المفردات المتناظرة فى ذلك النوع من الاختبارات ، بحيث يصبح معامل سهولة السؤال الأول فى الاختبار الأول مساوياً أو قريباً من معامل سهولة السؤال الأول فى الاختبار الثانى ، وهذا بدوره يساوى أو يقترب من معامل سهولة السؤال الأول فى الاختبار الثالث . وهكذا بالنسبة لجميع رتب المفردات فى كل تلك الصور المتكافئة .

الانحراف المعيارى للمفردات

يرتبط الانحراف المعيارى للمفردات ارتباطاً مباشراً بمعاملات السهولة والصعوبة وخاصة عندما تصبح درجات المفردات إما (١) أو (صفر) . وتتلخص طريقة حساب هذا الانحراف فى الصورة التالية : —

الانحراف المعيارى للسؤال $=\sqrt{\text{معامل السهولة} \times \text{معامل الصعوبة}}$

فإذا فرضنا أن معامل سهولة سؤال ما = ٠,٨

إذن فعامل صعوبة هذا السؤال = ١ — ٠,٨

= ٠,٢

وبذلك يصبح الانحراف المعيارى لهذا السؤال $=\sqrt{٠,٨ \times ٠,٢}$

$=\sqrt{٠,١٦}$

= ٠,٤

ولا تختلف طريقة حساب الانحراف المعيارى للمفردات عن الطريقة

العامة لحساب الانحراف المعيارى لدرجـــات الاختبار إلا فى النواحى الخاصة التى تميز درجات المفردات عن درجات الاختبار ، كما يدل على ذلك الجدول التالى .

الأفراد	درجات السؤال الأول	مربعات درجات السؤال الأول
ا	١	١
ب	١	١
حـ	١	١
ء	١	١
هـ	صفر	صفر
مجموع الأفراد = ٥	مجموع الدرجات = ٤ المتوسط = $\frac{٤}{٥}$ = ٠,٨	مجموع مربعات الدرجات = ٤ متوسط مربعات الدرجات = ٠,٨

جدول ١٢٥
حساب الانحراف المعيارى لدرجات أحد الأسئلة

وبما أن المعادلة العامة للانحراف المعيارى

$$= \sqrt{\text{متوسط مربعات الدرجات} - \text{مربع متوسط الدرجات}}$$

∴ الانحراف المعيارى لهذا السؤال

$$= \sqrt{٠,٨ - (٠,٨)^{٢}}$$

$$= \sqrt{٠,٨ - ٠,٦٤}$$

$$= \sqrt{٠,١٦}$$

.·. الانحراف المعيارى لهذا السؤال = ٠,٤

وهذه هى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بحساب الجذر التربيعى لحاصل ضرب معامل السهولة فى معامل الصعوبة وذلك لأن متوسط درجات السؤال يساوى متوسط مربعات نفس هذا السؤال .

وبما أن التباين يساوى مربع الانحراف المعيارى . إذن فتباين درجات أى مفرد من مفردات الاختبار يساوى حاصل ضرب معامل السهولة فى معامل الصعوبة ، أى أن

التباين = معامل السهولة × معامل الصعوبة

وتدل القيمة العددية للتباين على مدى اقتراب أو ابتعاد الفروق الفردية التى يقيسها السؤال ، وبما أن معاملات السهولة فى صورتها المباشرة كسور عشرية ومعاملات الصعوبة مكملات عشرية لها . إذن فالتباين يصل إلى نهايته العظمى عندما يساوى معامل السهولة ٠,٥ وبذلك يصبح معامل الصعوبة مساوياً أيضاً لـ ٠,٥ أى أن

النهاية العظمى لتباين السؤال = ٠,٥ × ٠,٥

= ٠,٢٥

وقد يتضح معنى هذه الفكرة عندما نحاول أن نحسب تباين المفردات التى تزيد معاملات سهولتها عن ٠,٥ أو تنقص عن ذلك . فمثلا إذا كانت القيمة العددية لمعامل السهولة مساوية لـ ٠,٩ أى أكبر من ٠,٥

.·. معامل الصعوبة = ١ − ٠,٩

= ٠,١

.·. التباين = ٠,٩ × ٠,١

= ٠,٠٩

وهذا التباين أقل فى قيمته من ٠,٢٥

وإذا كانت القيمة العددية لمعامل السهولة مساوية لـ ٠,١ أى أقل من ٠,٥

∴ معامل الصعوبة = ١ — ٠,١

= ٠,٩

∴ التباين = ٠,٩ × ٠,١

= ٠,٠٩

وهذا التباين أقل فى قيمته أيضاً من ٠,٢٥

ولهذا التباين أهميته الإحصائية فى اختيار مفردات الاختبار وذلك لأن أقل الأسئلة تمييزاً للفروق الفردية القائمة بين مستويات النشاط الذى يقيسه الاختبار هى الأسئلة السهلة والأسئلة الصعبة . وأكبر هذه الأسئلة تمييزاً لتلك الفروق هى تلك التى تصل فى سهولتها إلى النصف أى ٠,٥ أو تقترب من هذه القيمة .

وفى الاختيار الصحيح لمفردات الاختبار يجب أن تتخفف من الأسئلة السهلة والصعبة ، وأن نزيد من عدد الأسئلة المتوسطة فى سهولتها وصعوبتها حتى يصبح الاختبار فى صورته النهائية وسيلة قوية للتمييز الدقيق بين مستويات النشاط المختلفة .

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب الانحراف المعيارى للأسئلة المختلفة مباشرة من جدول (١٠) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية ويحسب أيضاً التباين ، وذلك بالطريقة التى ترمز إلى معامل السهولة بالرمز م الذى يدل فى ذلك الجدول على النسبة العشرية الصغرى أو المساحة الاعتدالية المعيارية الصغرى ، وترمز إلى معامل الصعوبة بالرمز ب الذى يدل على النسبة العشرية الكبرى أو المساحة الاعتدالية المعيارية الكبرى .

فإذا كان معامل السهولة ا = ٠,٢١

∴ معامل الصعوبة ب = ٠,٧٩

∴ التباين ا × ب = ٠,١٦٥٩

∴ الانحراف المعيارى $\sqrt{ا \times ب}$ = ٠,٤٠٧٣

كما تدل على ذلك أعمدة ذلك الجدول . حيث يدل العمود الأول على القيم العددية المختلفة لـ ا أو لمعاملات السهولة فى هذه الحالة ، ويدل العمود الثانى على القيم العددية لـ ا × ب أو التباين ويدل العمود الثالث على $\sqrt{ا ب}$ أو الانحراف المعيارى ، ويدل العمود الأخير على ب أو معامل الصعوبة .

صدق المفردات

يعتمد صدق الاختبار اعتماداً مباشراً على صدق مفرداته ، وذلك لأن أى زيادة فى صدق المفردات تؤدى إلى زيادة صدق الاختبار . ويقاس صدق المفردات بحساب معاملات ارتباطها بالميزان . وقد يكون الميزان داخلياً أو خارجياً . ونعنى بالميزان الداخلى الاختبار الذى يشتمل على تلك المفردات ، ونعنى بالميزان الخارجى الميزان الذى نقيس به صدق الاختبار نفسه . ويسمى الصدق الداخلى أحيانا بالتجانس الداخلى (١) للاختبار لأنه يقيس مدى تماسك المفردات باختبارها ولا تختلف طريقة حساب الصدق الداخلى عن طريقة حساب الصدق الخارجى وإن اختلف مفهوم كل منهما اختلافا واضحاً بيناً .

وهـذا وتتلخص أهم الطرق الإحصائية لحساب صدق المفردات فى الارتباط الثنائى الأصيل ، والمقارنة الطرفية ، والفروق الطرفية .

---

(١) التجانس الداخلى Internal Consistency

ا — حساب الصدق بطريقة الارتباط الثنائى الأصيل

تعتمد هذه الطريقة على حساب معامل الارتباط الثنائى الأصيل للدرجات التتابعية للميزان الخارجى أو الداخلى وللدرجات الثنائية للأسئلة أو المفردات ، وتقوم فكرة هذه الطريقة على المعادلة التالية : —

$$\text{ر ت} = \frac{\text{م ا} - \text{م ب}}{\text{ع}} \times \sqrt{\text{ا} \times \text{ب}}$$

حيث يدل الرمز ر ت على معامل الارتباط الثنائى الأصيل .

والرمز م ا على متوسط الصواب

والرمز م ب على متوسط الخطأ

والرمز ا على نسبة الصواب

والرمز ب على نسبة الصواب

والرمز ع على الانحراف المعيارى لدرجات الميزان

وقد سبق أن طبقنا هذه المعادلة فى دراستنا لمعاملات الارتباط وحسبنا معامل الارتباط الثنائى الأصيل القائم بين درجات الاختبار وسؤال من أسئلته فى الفصل الثامن من هذا الكتاب .

وعندما تصبح درجات الميزان ثنائية فى تدريجها ، فإن تلك الطريقة تتحول إلى حساب الارتباط الرباعى بين الميزان والسؤال .

وهذه الطرق من أدق الوسائل المعروفة لحساب معاملات صدق المفردات لكنها تستغرق من الباحث وقتاً كبيراً وجهداً بالغاً شديداً وخاصة عندما يزداد عدد المفردات وعدد الأفراد إلى الحد الذى يحول بين الباحث وبين الوصول إلى نتائجه بسرعة ودقة . ولذا فكر العلماء فى طرق أخرى سريعة لحساب هذا الصدق .

ب — حساب الصدق بطريقة المقارنة الطرفية

تقوم فكرة هذه الطريقة على تقسيم درجات الميزان إلى مستويين: ممتاز، وضعيف ؛ ثم مقارنة درجات السؤال في المستوى الضعيف للميزان . وكلما زادت درجات السؤال في المستوى الميزاني الممتاز عن درجاته في المستوى الميزاني الضعيف ، زاد تبعاً لذلك صدق السؤال . وكلما نقصت درجات السؤال في المستوى الميزاني الممتاز عن درجاته في المستوى الميزاني الضعيف نقص تبعاً لذلك صدق السؤال إلى الحد الذي يصبح فيه سالباً ، وإذا تساوت درجات السؤال في المستوى الميزاني الممتاز بدرجاته في المستوى الميزاني الضعيف تلاشى تبعاً لذلك الصدق وأصبح ارتباط السؤال بالميزان مساوياً للصفر .

وتعتمد فكرة تقسيم المستويات الميزانية على ترتيب درجات الميزان ترتيباً تنازلياً وفصل الجزء العلوي لهذه الدرجات من الجزء السفلي ثم مقارنة درجات السؤال في هذين القسمين .

ويصلح الوسيط لهذا التقسيم . وهكذا يتكون المستوى الميزاني الممتاز من الدرجات التي تزيد عن وسيط التدريج ، ويتكون المستوى الميزاني الضعيف من الدرجات التي تنقص عن ذلك الوسيط . وبذلك تصبح النسبة المئوية لدرجات المستوى الممتاز مساوية لـ ٥٠ ٪ والنسبة المئوية لدرجات المستوى الضعيف مساوية لـ ٥٠ ٪ لكن هذه القسمة الوسيطية لا توفر على الباحث جهده ووقته لأنها تحتفظ بجميع درجات الميزان .

ويلجأ بعض الباحثين إلى القسمة الإرباعية التي تعتمد على مقارنة درجات السؤال في الإرباعي الثالث للميزان بدرجاته في الأرباعي الأول لهذا الميزان . وبذلك تصبح النسبة المئوية لدرجات المستوى الميزاني الممتاز مساوية لـ ٢٥ ٪ والنسبة المئوية لدرجات المستوى الميزاني الضعيف مساوية لـ ٢٥ ٪

وقد لجأ بعض الباحثين إلى القسمة الثلاثية التي تعتمد على مقارنة درجات السؤال في الثلث العلوي للميزان بدرجات الثلث السفلي لهذا الميزان وبذلك تصبح النسبة المئوية لدرجات المستوى الميزاني الممتاز مساوية لـ ٣٣ ٪ والنسبة المئوية لدرجات المستوى الميزاني الضعيف مساوية لـ ٣٣ ٪

وقد دلت أبحاث كيللي T. L. Kelley (١) على أن أكثر التقسيمات تمييزاً لمستويات الامتياز والضعف هي التي تعتمد على تقسيم درجات الميزان إلى طرفين علوي وسفلي ، بحيث يتألف القسم العلوي من الدرجات التي تكون نسبة ٢٧ ٪ من الطرف الممتاز ، ويتألف القسم السفلي من الدرجات التي تكون نسبة ٢٧ ٪ من الطرف الضعيف . فإذا كان عدد الأفراد الذين طبق عليهم الاختبار مساوياً لـ ١٠٠ فرد فإننا نستطيع أن نصحح ذلك الاختبار ثم نرتب درجاته ترتيباً تنازلياً بحيث تصبح رتبة أكبر درجة الأولى ، ورتبة أصغر درجة الأخيرة أو المائة . ثم نفصل ٢٧ درجة من درجات الجزء العلوي و٢٧ درجة من درجات القسم السفلي ونقارن درجات السؤال في الجزء العلوي بدرجاته في الجزء السفلي أي أننا في هذه الحالة نستبقي ٥٤ درجة من درجات الاختبار للمقارنة الطرفية ونستبعد ٤٦ درجة من تلك الدرجات . ولهذه الدرجات التي نستبقيها دلالة قوية في المقارنة الطرفية ، وللدرجات الوسطى التي نستبعدها دلالة ضعيفة جداً ولهذا لا تؤثر تأثيراً واضحاً في العملية النهائية لتلك المقارنة .

وتتلخص العملية الحسابية لحساب الصدق في مقارنة معامل سهولة السؤال في الجزء العلوي بمعامل سهولته في الجزء السفلي . فإذا كان عدد الذين أجابوا إجابة صحيحة على هذا السؤال في الجزء العلوي مساوياً ٢٠ فرداً

---

(1) T. L. Kelley, theSelection of Upper and Lower Groups for the Validation of Test Items. J, Educ. Psychol. 1939, 30. P. P. 17—24,

$\therefore$ معامل السهولة العلوى للسؤال = $\frac{٢٠}{٢٧}$

= ٠,٧٤ تقريباً

وإذا كان عدد الذين أجابوا على هذا السؤال إجابة صحيحة فى الجزء السفلى مساوياً ١٢ فرداً .

$\therefore$ معامل السهولة السفلى للسؤال = $\frac{١٢}{٢٧}$

= ٠,٤٤ تقريباً

وقد استطاع فلاناجان J. C. Flanagan (١)أن يحسب معاملات ارتباط الاختبارات بأسئلتها حساباً سريعاً وذلك بالاستعانة بمعاملات السهولة العلوية والسفلية للسؤال . وأنشأ لذلك جداول تيسر على الباحث معرفة هذه المعاملات بطريقة مباشرة سريعة . وقد رصدنا هذه النتائج فى ملحق الجداول الإحصائية النفسية جداول رقم (١٩) حيث يدل السطر الأفقى الأول فى جميع تلك الجداول على نسبة الناجحين فى السؤال من الجز العلوى للاختبار المساوى لـ ٢٧ ٪ من العدد الكلى للأفراد ، ويدل العمود الرأسى الأول فى جميع تلك الجداول على نسبة الناجحين فى السؤال فى الجزء السفلى للاختبار المساوى لـ ٢٧ ٪ من العدد الكلى للأفراد ، وتدل الخلايا الداخلية لتلك الجداول على معاملات الارتباط . أى أن السطر الأفقى الأول يدل على معامل السهولة العلوى ، والعمود الرأسى الأول يدل على معامل السهولة السفلى ، وتدل الخلايا الداخلية لتلك

(a) Flanagan, J. C, General Considerations in the Selection of Test Items and a Short method of Estimating the Product — Moment Coefficient From the Tails of the Distribution, J. Educ, Psychol., 1939, 36, P. P. 974 - 980,

(b) Thorndike R. Personnel Selection, 1949, Appendix B, P. P. 345 - 351.

الجداول على معاملات ارتباط السؤال بالميزان ، أو بمعنى آخر معامل صدقه الداخلي أو الخارجي.

وهكذا نستطيع أن نحسب معامل صدق سؤال مثالنا السابق وذلك بالبحث في جداول فلاناجان عن الارتباط المقابل لمعاملات السهولة السابقة . وسنرى أن الجدول المبين بصفحة ٦٩ من صفحات ملحق الجداول الإحصائية النفسية يدل على أنه عندما تكون النسبة الأفقية مساوية ٠,٧٤ ، والنسبة الرأسية مساوية ٠,٤٤ يصبح الارتباط مساويا ٠,٣٢ أى أن معامل صدق ذلك السؤال يساوى ٠,٣٢

هذا وتدل مداخل هذا الجدول على القيم العددية الزوجية لمعاملات السهولة العلوية والسفلية . وعندما تصبح إحدى هذه القيم أو كلاهما فردية فإن الطريقة الصحيحة لمعرفة المقابلات الارتباطية لتلك المعاملات تعتمد على حساب القيم الزوجية المجاورة لها ، والمثال التالي يوضح هذه الفكرة :

إذا كان معامل السهولة العلوى يساوى ٠,٦٦ ومعامل السهولة السفلى يساوى ٠,٣٩ فإننا نبحث عن القيم الزوجية المجاورة لـ ٠,٣٩ لنحسب من ذلك معامل الارتباط بالطريقة التالية :

إذا كان معامل السهولة العلوى = ٠,٦٦

ومعامل السهولة السفلى = ٠,٣٨

∴ معامل الارتباط = ٠,٢٩ كما يدل على ذلك جدول ١٦ صفحة ٦٩

وإذا كان معامل السهولة العلوى = ٠,٦٦

ومعامل السهولة السفلى = ٠,٤٠

∴ معامل الارتباط = ٠,٢٧ كما يدل على ذلك جدول ١٦ صفحة ٦٩

وعندما يكون معامل السهولة العلوى = ٠,٦٦

ومعامل السهولة السفلى = ٠,٣٩

∴ معامل الارتباط = (٠,٢٩ + ٠,٢٧) / ٢

= ٠,٢٨

وهكذا بالنسبة للقيم الفردية الأخرى لمعاملات السهولة العلوية والسفلية.

حـ — طريقة الفروق الطرفية

تعتمد طريقة الفروق الطرفية على نفس الفكرة التى اعتمدت عليها طريقة المقارنة الطرفية فى تقسيمها لدرجات الميزان إلى المستوى الممتاز المساوى لنسبة ٢٧ ٪ والمستوى الضعيف المساوى لنسبة ٢٧ ٪ .

وقد دلت أبحاث جونسون A. P. Johnson [١] على أن معادلة الفروق الطرفية تؤدى إلى نفس النتائج التى أدت إليها جداول فلاناجان السابقة ، ويمكون أن نلخص هذه المعادلة فى الصورة التالية : —

معامل صدق السؤال = (صع — صس) / (٠,٢٧ ن)

حيث يدل الرمز صع على إجابات السؤال الصحيحة فى المستوى الميزانى العلوى

ويدل الرمز صس على إجابات السؤال الصحيحة فى المستوى الميزانى السفلى

ويدل الرمز ن على عدد الأفراد الذين أجابوا على هذا الاختبار .

هذا ويمكن أن نعيد معادلة جونسون فى الصورة التالية : —

---

1 — Johnson, A. P, Notes on Suggested Index of Item Validity : The U - L Index · J. Educ. Psychol., 1951, 42, P· P. 499 - 504.

∴ معامل صدق السؤال = $\frac{ص_ع - ص_س}{٢٧و٠ ن}$

∴ معامل صدق السؤال = $\frac{ص_ع}{٢٧و٠ ن} - \frac{ص_س}{٢٧و٠ ن}$

لكن $\frac{ص_ع}{٢٧و٠ ن}$ يدل على معامل السهولة العلوى لأنه يعتمد على قسمة عدد الإجابات الصحيحة فى القسم العلوى على عدد أفراد هذا القسم .

وبالمثل $\frac{ص_س}{٢٧و٠ ن}$ يدل على معامل السهولة السفلى لأنه يعتمد على قسمة عدد الإجابات الصحيحة فى القسم السفلى على عدد أفراد هذا القسم .

وبذلك تتحول معادلة جونسون إلى الصورة البسيطة التالية .

معامل صدق السؤال = معامل السهولة العلوى — معامل السهولة السفلى

فإذا أعدنا حساب معامل صدق المثالين السابقين وجدنا أنه عندما كانت معاملات السهولة فى مثالنا الأول مساوية للقيم التالية .

معامل السهولة العلوى = ٠٫٧٤

ومعامل السهولة السفلى = ٠٫٤٤

∴ معامل الصدق = ٠٫٧٤ — ٠٫٤٤

= ٠٫٣٠

وسبق أن حسبنا معامل صدق هذا السؤال بطريقة فلاناجان التى دلت على أنه يساوى ٠٫٣٢ ، وهى قريبة جداً من تلك القيمة التى أدت إليها طريقة الفروق الطرفية .

وعندما كانت معاملات السهولة فى مثالنا الثانى مساوية للقيم التالية

معامل السهولة العلوى = ٠,٦٦

ومعامل السهولة السفلى = ٠,٣٩

∴ معامل الصدق = ٠,٦٦ − ٠,٣٩

= ٠,٢٧

وقد سبق أن حسبنا معامل صدق هذا السؤال بطريقة فلانا جان التى دلت على أنه يساوى ٠,٢٨ وهى قريبة جداً من تلك القيمة التى أدت إليها أيضاً طريقة الفروق الطرفية .

هذا ونستطيع أن نعدل هذه الطريقة ونحولها إلى جمع المعاملات الطرفية بدل أن كانت قائمة على طرح تلك المعاملات لنحصل بذلك على معاملات سهولة الأسئلة . ويقترح جونسون المعادلة التالية لحساب تلك السهولة .

$$\text{معامل سهولة السؤال} = \frac{\text{ص}_{\text{ع}} + \text{ص}_{\text{س}}}{\text{٢} \times \text{٠,٢٧} \times \text{ن}}$$

حيث تدل هذه الرموز على مادلت عليه فى معادلة الصدق السابقة . هذا ويمكن أن نعيد صياغة معادلة جونسون للسهولة فى الصورة التالية :ـ

$$\text{معامل سهولة السؤال} = \tfrac{1}{2} \left(\frac{\text{ص}_{\text{ع}}}{\text{٠,٢٧ ن}} + \frac{\text{ص}_{\text{س}}}{\text{٠,٢٧ ن}} \right)$$

= ½ (معامل السهولة العلوى + معامل السهولة السفلى) .

$$= \frac{\text{معامل السهولة العلوى} + \text{معامل السهولة السفلى}}{\text{٢}}$$

∴ معامل سهولة السؤال = متوسط معامل السهولة العلوى والسفلى

فإذا كان معامل السهولة العلوى = ٠,٧٤

ومعامل السهولة السفلى = ٠,٤٤

$$\therefore \text{معامل سهولة السؤال} = \frac{٠,٧٤ + ٠,٤٤}{٢}$$

$$= ٠,٥٩$$

ثبات المفردات

يعتمد ثبات الاختبار اعتماداً مباشراً على ثبات مفرداته كما اعتمد صدقه على صدق مفرداته . ولعل أول من أهتم بهذا المفهوم الجديد للمفردات هو هولزنجر K, J, Holzinger (١) الذى حاول فى سنة ١٩٣٢ أن يحسب هذا الثبـــات بطريقته التى سماها دالة الفروق (٢) ، لكنها لم تصلح للتطبيق العملى المباشر .

وتتلخص أهم الطرق الإحصائية لحساب ثبات المفردات فى طريقة إعادة الاختبار (٣) ، وطريقة الاحتمال المنوالى (٤) .

أ — طريقة إعادة الاختبار

لا تختلف هذه الطريقة فى ناحيتها العلمية عن الطريقة العادية لحساب ثبات

---

(1) Holzinger, K. J. Relibility of Single Test Item, J, Ed P, 1932,Vol. X X III, No. 9 P.P. 411-417

(٢) دالة الفروق : Difference Function

(٣) إعادة الفروق Test Re - Test

(٤) الاحتمال المنوالى Modal Probability

الاختبار التي تعتمد في جوهرها على تطبيق الاختبار على نفس مجموعة الأفراد التي طبق عليها أولا ثم مقارنة نتائج المرة الأولى بنتائج المرة الثانية .

وبما أن الخواص الإحصائية لدرجات الاختبار تختلف إلى حد كبير عن الخواص الإحصائية لدرجات المفردات ، لأن الدرجات الاختبارية متتابعة ، ودرجات المفردات ثنائية . إذن فالطريقة الإحصائية لحساب ثبات الاختبار لا تصلح كما هي لحساب ثبات المفردات .

وخير طريقة لحساب ارتباط المتغيرات الثنائية هي الارتباط الرباعي ، كما سبق أن بينا ذلك في دراستنا لمعاملات الارتباط في الفصل الثامن من هذا الكتاب

وبذلك تتلخص طريقة حساب ثبات المفردات في الخطوات التالية :

١ — تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد .

٢ — إعادة تطبيق الاختبار على نفس المجموعة السابقة .

٣ — رصد إجابات المختبرين عن كل سؤال من أسئلة الاختبار رصداً يسجل نتائج المرة الأولى والثانية في توزيع تكراري رباعي

٤ — حساب معاملات الارتباط الرباعية التي تدل على معاملات ثبات المفردات .

ب — طريقة الاحتمال المتوالي

تصلح هذه الطريقة لحساب ثبات المفردات التي تعتمد إجابتها على اختيار إجابة واحدة من إجابتين أو من عدة إجابات محتملة ، كما تصلح أيضاً لحساب ثبات أسئلة الاستفتاءات التي تقوم فكرتها على الاحتمال الاختياري .

وتتلخص معادلة الثبات (١) فى الصورة التالية : —

$$\text{معامل الثبات} = \frac{ن}{ن - ١} \left(ل - \frac{١}{ن} \right)$$

حيث يدل الرمز ن على عدد الاحتمالات الاختيارية للسؤال
ويدل الرمز ل على الاحتمال المنوالى . أى على أكبر تكرار نسبى لأى احتمال اختيارى من الاحتمالات التى يحتوى عليها السؤال .

فإذا فرضنا مثلا أن المطلوب حساب معامل ثبات السؤال التالى (٢) . —

« كتب جندى إلى أبيه من ميدان القتال يقول : أكتب إليك هذا الخطاب وفى إحدى يدى سيف ، وفى الأخرى مسدس »

هذا الكلام سخيف وغير معقول ، والمطلوب منك أن تضع علامة × أمام أحسن جملة تبين سخافته من الجمل الآتية :

. . . . . (أ) المسدس قد ينطلق من يد الجندى

. . . . . (ب) لا يمكنه أن يكتب بالسيف

. . . . . (ح) لا يمكنه أن يكتب إذا كانت كلتا يديه مشغولتين

. . . . . (ى) من الجائز أن أباه لا يعرف القراءة » .

فعلينا أن نسجل تكرار استجابات الأفراد على كل احتمال من الاحتمالات الاختيارية لذلك السؤال ، ثم نحول هذا التكرار إلى تكرار نسبى ، ونختار

---

(1) Guttman, L. Problems of Reliability, in Studies in Social Psychology in World War II, 1950, Vol. Iv, Measurement and Prediction, P.P. 277-311

(٢) استعرنا هذا السؤال من اختبار الذكاء الثانوى للاستاذ اسماعيل القبانى « سؤال رقم ١٢ لتوضيح فكرة هذه الطريقة

أعلى تكرار نسبي ليدل على الاحتمال المنوالي، كما سنوضح ذلك في الجدول التالي:

الاحتمالات الاختيارية للاجابة	تكرار الاستجابات	التكرار النسبي
أ	٢٠	٠,١٠
ب	١١٦	٠,٥٨
حـ	٣٠	٠,١٥
ى	٣٤	٠,١٧
	المجموع = ٢٠٠	١,٠٠

(جدول ١٢٦)

يوضح هذا الجدول طريقة حساب الاحتمال المنوالي

وهكذا نرى أن الاحتمال المنوالي لمثالنا هذا يساوى ٠,٥٨ لأنه أعلى تكرار نسبي .

إذن ل = ٠,٥٨

وبما أن عدد الاحتمالات الاختيارية فى مثالنا هذا يساوى ٤ أى أ ، ب ، حـ ، ى .

إذن ن = ٤

∴ معامل الثبات = $\frac{٤}{٤ - ١}$ (٠,٥٨ − $\frac{١}{٤}$)

= $\frac{٤}{٣}$ (٠,٥٨ − ٠,٢٥)

= $\frac{٤}{٣}$ × ٠,٣٣

∴ معامل الثبات = ٠,٤٤

الزمن المناسب [1] للاختبار

تتأثر درجات الاختبارات الموقوتة تأثراً مباشراً بزمن الإجابة. وبذلك تصبح مشكلة تحديد الزمن من أهم المشاكل العملية التي يواجهها الباحث في إعداده للاختبارات الجديدة.

ويلجأ مؤلف هذا الكتاب في تحديده للزمن المناسب إلى تجربة الاختبار على عينة ممثلة من الأفراد ثم حساب عدد الأسئلة التي يجيب عليها كل فرد في كل دقيقة تمضي وذلك بأن يطلب إلى هؤلاء الأفراد كتابة علامة × أمام السؤال الذي يجاب عنه، عند سماع الأمر بكتابة تلك العلامة التي تحدد إنقضاء دقيقة من زمن الاختبار.

وهكذا نستطيع أن نقدر متوسط الزمن الاختباري، والمثال التالي يوضح هذه الفكرة.

الأفراد	عدد الأسئلة التي يجيب عليها الأفراد في :- الدقيقة الأولى	الدقيقة الثانية	الدقيقة الثالثة	الدقيقة الرابعة
أ	٣	٤	٣	٤
ب	٢	٣	٤	٥
ح	٤	٥	٥	٥
ء	٢	٣	٤	٦
هـ	٤	٥	٤	٥
المجموع=٥	مج = ١٥	مج = ٢٠	مج = ٢٠	مج = ٢٥
	المتوسط	المتوسط	المتوسط	المتوسط
	= $\frac{١٥}{٥}$	= $\frac{٢٠}{٥}$	= $\frac{٢٠}{٥}$	= $\frac{٢٥}{٥}$
	= ٣	= ٤	٤	= ٥

(جدول ١٢٧) الطريقة الجزائية لحساب زمن الاختبار

(١) الزمن المناسب Optimum Time Limit

وهكذا نرى أن متوسط إجابات الأفراد في الدقيقة الأولى يساوي ٣ أسئلة ومتوسط إجاباتهم في الدقيقة الثانية والدقيقة الثالثة يساوي ٤ أسئلة ومتوسط إجاباتهم في الدقيقة الرابعة يساوي ٥ أسئلة .

إذن المتوسط الوزني = $\frac{٣ + ٤ + ٤ + ٥}{٤}$

= $\frac{١٦}{٤}$

= ٤ أسئلة

وبذلك يصبح المتوسط الزمني للسؤال = $\frac{٦٠}{٤}$

= ١٥ ثانية

فإذا كان عدد أسئلة الاختبار = ٤٨ سؤالا

.·. المتوسط الزمني للاختبار = ٤٨ × ١٥

= ٧٢٠ ثانية

= ١٢ دقيقة

وتدل هذه النتيجة على المتوسط الزمني لسرعة الإجابة أكثر مما تدل على الزمن المناسب للإجابات الصحيحة ، وقد كشفت أبحاث مؤلف (١) هـذا الكتاب عن المعادلة الرياضية التي تحدد العلاقة القائمة بين متوسطات الدرجات ، والأزمنة المناسبة ، ومعاملات السهولة . وتعتمد الصورة العامة لتلك المعادلة على ما يسمى رياضيا التفاضل الجزئي(٢) ، ولا يتسع مجال هذا الكتاب إلى تحليل

---

1 - Fouad El-Bahay El-Sayed, The Cognitive Factors in Geometrical Ability : A Study in Spatial Abilities, Ph. D. Thesis. 1951, P.P. 230-231

(٢) معادلة التفاضل الجزئي Partial Differential Equation

الناحية الرياضيــة لتلك المعادلة، ولذا سنقتصر فى حسابنا للزمن المناسب على إحدى الصور الرياضية البسيطة التالية لتلك المعادلة .

$$ن_٢ = \frac{م_٢}{م_١} \times ن_١$$

حيث يدل الرمز $ن_٢$ على الزمن المناسب للاختبار

والرمز $ن_١$ على الزمن التجريبى للاختبار

والرمز $م_٢$ على المتوسط المرتقب للدرجات

والرمز $م_١$ على المتوسط التجريبى للدرجات

فإذا فرضنا مثلا أن

عدد أسئلة الاختبار = ٤٨

إذن المتوسط المرتقب $م_٢$ = ٢٤ أى خارج قسمة ٤٨ على ٢

والمتوسط التجريبى $م_١$ = ٣٦

والزمن التجريبى $ن_١$ = ١٢ دقيقة كما دلت على ذلك نتـائج المثال السابق

$$\text{إذن الزمن المناسب } ن_٢ = \frac{١٢ \times ٢٤}{٣٦}$$

= ٨ دقائق

هذا ويمكن أن نعيد تجربة الاختبار ونطبق هذه المعادلة الزمنية على نتائجه الجديدة حتى تختفى الفروق القائمة بين المتوسطات التجريبية والمتوسطات المرتقبة إن وجدت .

والجدول التالى (١) يوضح نتـائج إحدى التجارب التى دلت على القيمـة العملية لتلك المعادلة .

---

(١) هذا الجدول مستعار من المرجع السابق صفحة ٦٧ بعد أن قربت جميع كسوره الى أعداد صحيحة .

الاختبار	المتوسط التجريبي للدرجات	المتوسط المرتقب للدرجات	متوسط الدرجات بعد تطبيق المعادلة	المرتقب المتوسط بعد المعادلة	الزمن التجريبي	الزمن المناسب
أ	٢٨	١٨	١٨	صفر	٩	٦
ب	١٧	١٥	١٥	صفر	٨	٧
حـ	٢٢	١٥	١٧	— ٢	١٣	٩
د	٢١	١٥	١٨	— ٣	٩	٦

(جدول ١٢٨)
نتائج إحدى الدراسات التجريبية على معادلة الزمن

وهكذا نرى أن الزمن المناسب للاختبارين ا ، ب لا يحتاج إلى تعديل ، وأن الزمن المناسب للاختبارين حـ ، د يحتاج إلى تعديل آخر .

تحليل الاحتمالات الاختيارية للمفردات

تطورت الدراسة الإحصائية للمفردات حتى شملت أخيراً تحليل أجزاء الأسئلة وخاصة التي تعتمد فكرتها على اختيار إجابة واحدة من إجابتين أو من عدة إجابات . ويعتمد هذا التحليل على دراسة الاستجابات المختلفة لكل احتمال اختياري من احتمالات السؤال

وتقوم هذه الطريقة في جوهرها على نفس الفكرة التي قامت عليها طريقة المقارنة الطرفية في تقسيمها لدرجات الميزان إلى المستوى الممتاز المساوي للنسبة ٢٧ ٪ والمستوى الضعيف المساوي للنسبة ٢٧ ٪ .

وهي تعتمد بذلك في تسجيل تكرار استجابات الأفراد عن كل احتمال

عن احتمالات السؤال فى الجزئين العلوى والسفلى ، وتسجيل تكرار الاستجابات المحذوفة والمتروكة وتحويل الأنواع المختلفة لهذا التكرار إلى تكرار نسبى وذلك بقسمته على المجموع الكلى لتكرار جميع الاستجابات فى كل مستوى من تلك المستويات كما يدل على ذلك الجدول التالى :

الاحتمالات الاختيارية للسؤال	تكرار استجابات المستوى الميزانى العلوى	تكرار استجابات المستوى الميزانى السفلى	التكرار النسبى للمستوى الميزانى العلوى	التكرار النسبى للمستوى الميزانى السفلى
أ	٨	٨٨	٠,٠٤	٠,٤٤
ب	٥٠	٣٦	٠,٢٥	٠,١٨
حـ	١١٢	٤٤	٠,٥٦	٠,٢٢
د	٢	صفر	٠,٠١	صفر
هـ	٢٦	٢٨	٠,١٣	٠,١٤
المحذوف والمتروك	٢	٤	٠,٠١	٠,٠٢
المجموع	٢٠٠	٢٠٠	١,٠٠	١,٠٠

(جدول رقم ١٢٩)

مقارنة التكرار النسبى لاحتمالات السؤال الاختيارية فى المستوى الميزانى العلوى والسفلى

ونستطيع أن نستعين بهذا الجدول للوصول إلى النتائج التالية ، إذا علمنا أن الإجابة الصحيحة لهذا السؤال هى (حـ) وأن جميع الاحتمالات الأخرى خاطئة .

(١) يميز الاحتمال الاختيارى الأول (أ) فى الاتجاه الصحيح لأن التكرار النسبى للمستوى الميزانى السفلى يساوى ٠,٤٤ وهذا أكبر من التكرار النسبى للمستوى الميزانى العلوى الذى يساوى ٠,٠٤ ويصلح مثل هذا الاحتمال لإعداد الصورة النهائية للسؤال .

(٢) يميز الاحتمال الاختياري الثاني (ب) في الاتجاه الخاطيء لأن التكرار النسبي للمستوى الميزاني السفلي يساوي ١٨,٠ وهذا أقل من التكرار النسبي للمستوى الميزاني العلوي الذي يساوي ٢٥,٠ ولا يصلح مثل هذا الاحتمال لإعداد الصورة النهائية للسؤال ويجب حذفه أو تغييره .

(٣) يميز الاحتمال الاختياري الثالث (حـ) في الاتجاه الصحيح لأن التكرار النسبي للمستوى الميزاني السفلي يساوي ٢٢,٠ وهذا أقل من التكرار النسبي للمستوى الميزاني العلوي الذي يساوي ٥٦,٠ وقد أصبح هذا التمييز صحيحاً لأن هذا الاحتمال هو الإجابة الصحيحة لهذا السؤال . ونستطيع أن نستعين بتلك النسب العلوية والسفلية في حساب معامل صدق هذا السؤال وسنجد أنه يساوي ٣٤,٠ بطريقة الفروق الطرفية ويساوي ٣٣,٠ بطريقة المقارنة الطرفية . ويصلح هذا الاحتمال لإعداد الصورة النهائية للسؤال .

(٤) لا يميز الاحتمال الاختياري (د) في الاتجاه الصحيح أو الخاطيء لأن تكراره النسبي العلوي يساوي ٠,١ وتكراره النسبي السفلي يساوي صفراً ولذا يجب أن تعدل صياغة مثل هذا الاحتمال تعديلا يؤدي به إلى استثارة المختبرين للاستجابة القوية والضعيفة ، وبذلك يجذب انتباه الافراد ولا يبقى عاطلا كما هو قائم الآن .

(٥) الاحتمال الاختياري (هـ) غير واضح في تمييزه لتقارب التكرار النسبي العلوي الذي يساوي ١٣,٠ من التكرار النسبي السفلي الذي يساوي ١٣,٠

(٦) لا يتأثر هذا السؤال تأثراً قوياً بزمن الاختيار لأن التكرار النسبي العلوي للاستجابات المحذوفة والمتروكة يساوي ٠,٠١ ، والتكرار النسبي السفلي لذلك النوع من الاستجابات يساوي ٠,٠٢ وهذه النسب أضعف من أن تدل على مدى تأثر هذا السؤال بالزمن الاختياري .

وهكذا ندرك طريقة هذا النوع من التحليل فى بحث الاحتمالات الاختيارية ، وأهمية هذه الدراسة فى صياغة وبناء المفردات المختلفة .

اختيار المفردات

تعتمد الصياغة النهائية للاختبار على اختيار الأسئلة الصالحة . وترتبط هذه العملية ارتباطاً مباشراً بالخواص الإحصائية للمفردات . ويمكن أن نلخص أهم الشروط العلمية لاختيار هذه المفردات فى النواحى التالية : —

١ — يجب أن يكون نوع مفردات الاختبار واحداً حتى لا يؤثر اختلاف النوع فى النتائج النهائية للقياس ، وحتى تصبح الصياغة الشكلية للاختبار خاضعة للضبط العلمى الدقيق ، ويصبح التحليل الإحصائى للاختبار ومفرداته سهلا ميسوراً .

٢ — بما أن الفروق القائمة بين المعاملات المعيارية لسهولة المفردات تؤثر تأثيراً مباشراً فى شكل التوزيع التكرارى لدرجات الاختبار . إذن يجب أن يصبح تدريج هذه المفردات منتظماً متناسقاً حتى تؤدى إلى التوزيع الاعتدالى المرتقب ، كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للترتيب النهائى للمفردات .

٣ — يجب أن نستبعد جميع المفردات التى تدل نتائج تحليلها على ثبات أو صدق خارجى سالب ، ثم ترتب المفردات الباقية ترتيباً تنازلياً بالنسبة لمعاملات الصدق الخارجية والثبات ونختار أكثرها صدقاً وثباتاً .

٤ — عندما نستطيع أن نحسب جميع معاملات ارتباط المفردات بعضها ببعض فعلينا أن نختار أقلها ارتباطاً لنتأكد من شمول القياس لجميع نواحى الميدان الاختبارى ، وحتى تقيس تلك المفردات جميع الامتدادات لذلك الميدان ، وذلك لأن الارتباط المرتفع يقارب بين تلك المفردات فيقصر ميدان القياس على نواحى محدودة ضيقة .

تمارين على الفصل الثالث عشر

١ — وضح المعنى العلمى للمفردات الاختبارية ، والأهمية الإحصائية النفسية لتحليل تلك المفردات .

٢ — ما هى أهم الخطوات العلمية لبناء وتحليل المفردات ؟

٣ — ما هى أهم الأسس التى تعتمد عليها فى تقسيم المقاييس النفسية إلى أنواع مختلفة ؟

وما هى أهم تلك الأنواع ومميزات كل نوع وميادين تطبيقه ؟

٤ — بين أهم تلك الأقسام الرئيسية للمفردات الاختبارية ومميزات وعيوب كل نوع من هذه الأنواع .

٥ — طلب إليك أن تصوغ تعليمات اختبار تحصيلى فى مادة تخصصك . بين الخطوات الرئيسية التى تتبعها فى صياغة تعليمات المختبرين والمختبرين ، ووضح هذه الأفكار بأمثلة من عندك .

٦ — ناقش مزايا وعيوب الأنواع المختلفة لمفاتيح الإجابة .

٧ — إحسب الدرجة المصححة من أثر التخمين إذا علمت أن :

مجموع الإجابات الصحيحة = ١٥

مجموع الإجابات الخاطئة = ٩

عدد الاحتمالات الاختيارية = ٤

٨ — إحسب معامل سهولة السؤال التالى ، إذا علمت أن

مجموع الإجابات الصحيحة = ٢٠

مجموع الإجابات الخاطئة = ٣٠

٩ — إحسب معامل سهولة السؤال السابق إذا علمت أن عدد الاحتمالات الاختيارية لذلك السؤال يساوي ٤

١٠ — إحسب معامل السهولة المعياري للتمرين السابق رقم ٩، وبين المعنى الإحصائي النفسي لهذا المعامل.

١١ — بين إلى أي حد يؤثر ترتيب المفردات بالنسبة لمعاملات سهولتها في التوزيع التكراري لدرجات الاختبار.

١٢ — إحسب الانحراف المعياري للسؤال الذي معامل سهولته يساوي ٠,٦، واحسب أيضاً تباين هذا السؤال.

١٣ — إلى أي حد يؤثر تباين المفردات في معرفة الفروق الفردية لذلك النشاط الذي تقيسه تلك المفردات

١٤ — « ترتبط عملية اختيار المفردات ارتباطاً كبيراً بالقيمة العددية لتباينها» ناقش هذه الفكرة موضحاً المعنى النفسي الإحصائي للنهاية العظمى للتباين.

١٥ — ناقش مزايا وعيوب أهم الطرق الإحصائية لحساب صدق المفردات.

١٦ — ماهي الفروق الجوهرية بين معاملات صدق المفردات والاختبارات.

١٧ — إحسب معامل صدق الأسئلة التالية بطريقة المقارنة الطرفية: —

السؤال الأول :	معامل السهولة العلوى	= ٠,٨٨
	معامل السهولة السفلى	= ٠,٢٢
السؤال الثاني :	معامل السهولة العلوى	= ٠,٤٤
	معامل السهولة السفلى	= ٠,٤٤
السؤال الثالث :	معامل السهولة العلوى	= ٠,٢٣
	معامل السهولة السفلى	= ٠,٥٤

ووضح الفروق الجوهرية القائمة بين القيم العددية لتلك المعاملات.

١٨ — إحسب معامل صدق الأسئلة السابقة بطريقة الفروق الطرفية.

١٩ — إحسب معاملات سهولة الأسئلة السابقة بطريقة الإضافة الطرفية .

٢٠ — ماهى أهم الطرق الإحصائية لحساب ثبات المفردات . وضح مميزات وعيوب كل طريقة من تلك الطرق ، وأهمية هذا الثبات فى بناء الاختبارات النفسية .

٢١ — إحسب ثبات السؤال التالى بطريقة الاحتمال المتوالى .

د	حـ	ب	ا	الإحتمالات الاختيارية
٥٠	٧٥	٢٤٠	١٣٥	تكرار الاستجابة

٢٢ — أذكر أهم الخطوات العملية لحساب الزمن المناسب للاختبار .

٢٣ — اختبار عدد أسئلته يساوى ٥٠ ومتوسطه التجريبى يساوى ١٢ والزمن التجريبى يساوى ٥ دقائق . احسب الزمن المناسب لهذا الاختبار إذا علمت أن المتوسط المرتقب يساوى ٢٥ .

٢٤ — الجدول التالى يدل على تكرار استجابات الأفراد فى المستويين العلوى والسفلى لكل احتمال من الاحتمالات الاختيارية للسؤال الأول فى اختبار القدرة الميكانية .

محذوف ومتروك	هـ	د	حـ	ب	ا	المستويات الميزانية
الاحتمالات الاختيـــارية						
١	٢١	١	٨	٤٥	٢٤	المستوى الميزانى العلوى:
٢	٣١	صفر	٢٥	٢٢	٢٠	المستوى الميزانى السفلى :

فإذا علمت أن الاحتمال الثانى (ب) هو الإجابة الصحيحة ، فبين مدى صلاحية كل احتمال من هذه الاحتمالات للصياغة النهائية لهذا السؤال .

٢٥ — بين أهم الشروط العلمية لاختيار المفردات الاختبارية .

الفصل الرابع عشر

تحليل التباين

مقدمة

دلت الأبحاث الإحصائية التي قام بها فيشر (١) R, A, Fisher على أهمية التباين في الميادين المختلفة لعلوم الحياة ، وخاصة في الكشف عن مدى تجانس العينات ، ومدى انتسابها إلى أصل واحد أو أصول متعددة . وقد كان لبيرت C. Burt فضل تطبيق هذه الطريقة في ميدان العلوم النفسية والتربوية .

ويصلح تحليل التباين (٢) لمعرفة الفروق القائمة بين البنين والبنات في الذكاء والقدرات العقلية الطائفية ، وفي السمات المزاجية ، وفي النواحي التحصيلية المختلفة ، كما يصلح أيضاً لقياس مدى تجانس عينات المختبرين ، وعينات المفردات التي تتألف منها الاختبارات النفسية .

هذا وتختلف طرق تحليل التباين تبعاً لاختلاف التنظيم التجريبي للمشكلة ، ولذا تعددت طرق ووسائل هذا النوع من التحليل . وسندرس في هذا الفصل الأنواع العملية البسيطة التي تتصل اتصالا مباشراً بميادين الاختبارات النفسية وقياس العقل البشري .

---

1 - (a) R, A, Fisher, Statistical Method for Research Workers, 1925, R, A, Fisher. the Design of Experiments, 1935,

(٢) تحليل التباين Analysis of Variance

الخواص الإحصائية للتباين

١ — التباين والانحراف المعيارى

تعتمد فكرة هذا النوع من التحليل على الخواص الإحصائية التالية :

التباين = متوسط مربعات الانحرافات .

= مربع الانحراف المعيارى .

= ع²

حيث يدل الرمز ع على الانحراف المعيارى

٢ — قياس التباين للفروق الفردية والجماعية

يقيس التباين الفروق الفردية والجماعية لأنه يقوم فى جوهره على حساب مدى انحراف كل فرد عن متوسط الأفراد ، أو مدى انحراف كل جماعة عن متوسط الجماعات ، أو انحراف كل عينة عن الأصل الذى تنتسب إليه .

٣ — جمع التباين

عندما تؤثر عوامل مختلفة فى ظاهرة ما فإن تباين هذه الظواهر يساوى حاصل جمع تباين تلك العوامل .

فإذا فرضنا أن الظاهرة س تتكون من العوامل ا ، ب ، حـ .

∴ ع²س = ع²ا + ع²ب + ع²حـ

حيث س = ا + ب + حـ

هذا ويرجع الأساس الأحصائى لنشأة هــــذا النوع من التحليل إلى

تلك الخاصية الجبرية للتباين ؛ ولذا يخضع هذا التباين للتحليل الجبرى لمكوناته ، ولا يخضع الانحراف المعيارى لمثل هذا النوع من التحليل لأن .

$ع_{س}$ لاتساوى $ع_{م} + ع_{ب} + ع_{ح}$

والمثال العددى التالى يوضح هذه الفكرة

إذا كانت $٥^{٢} = ٣^{٢} + ٤^{٢}$

فإن ٥ لا تساوى $٣ + ٤$

وبذلك يقوم تحليل التباين فى جوهره على تحليل مربعات الأعداد كما سنبين ذلك فى دراستنا الإحصائية لهذا النوع من التحليل .

٤ — التباين الوزنى ومكوناته

يسمى تباين المجموعات أو العينات المجتمعة التباين الوزنى كما يسمى متوسط تلك المجموعات المتوسط الوزنى أو متوسط المتوسطات . ولحساب التباين الوزنى مثلا لدرجات البنات والبنين فى اختبار ما ، نستعين بالمعادلة التالية :

$$\text{التباين الوزنى} = \frac{ن_{١} ع_{١}^{٢} + ن_{٢} ع_{٢}^{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}} + \frac{ن_{١} ف_{١}^{٢} + ن_{٢} ف_{٢}^{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}}$$

حيث يدل الرمز $ع_{١}^{٢}$ على تباين درجات البنات ؛ أى تباين درجات المجموعة الأولى .

ويدل الرمز $ع_{٢}^{٢}$ على تباين درجات البنين ؛ أى تباين درجات المجموعة الثانية .

وبذلك يدل الحد $\frac{ن_{١} ع_{١}^{٢} + ن_{٢} ع_{٢}^{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}}$ على التباين الداخلى للمجموعتين ،

أو حاصل جمع تباين درجات كل مجموعة من تلك المجموعات بالنسبة لمتوسطها، وهكذا يحسب تباين البنات بالنسبة لمتوسط درجات البنات، ويحسب تباين البنين بالنسبة لمتوسط درجات البنين. ويسمى هذا النوع التباين داخل المجموعات (١).

ويدل الرمز ح_{1} على انحراف متوسط درجات المجموعة الأولى عن المتوسط الوزنى للمجموعتين.

فإذا رمزنا لمتوسط المجموعة الأولى بالرمز م_{1} والمتوسط الوزنى بالرمز م إذن $\text{ح}_{1} = \text{م}_{1} - \text{م}$

ويدل الرمز ح_{2} على انحراف متوسط درجات المجموعة الثانية عن المتوسط الوزنى للمجموعتين فإذا رمزنا لمتوسط المجموعة الثانية بالرمز م_{2} والمتوسط الوزنى بالرمز م إذن $\text{ح}_{2} = \text{م}_{2} - \text{م}$.

وبذلك يدل الحد $\dfrac{\text{ن}_{1}\,\text{ح}_{1}^{2} + \text{ن}_{2}\,\text{ح}_{2}^{2}}{\text{ن}_{1} + \text{ن}_{2}}$ على تباين المجموعتين بالنسبة لمتوسطها الوزنى، ويسمى هذا النوع التباين بين المجموعات (٢).

وهكذا ندرك أن التباين الوزنى يتكون من التباين القائم داخل المجموعات والتباين القائم بين المجموعات، إذن

التباين الوزنى = التباين داخل المجموعات + التباين بين المجموعات.

وبذلك يمكن تحليل التباين الوزنى أو الكلى إلى نوعيه الرئيسيين، أياً كان

---

(١) داخل المجموعات Within Groups

(٢) بين المجموعات Between Groups

عدد هذه المجموعات . وبما أن هذه الإضافة تقوم في جوهرها على جمع المربعات ، إذن يمكن أن نعيد صياغة المعادلة السابقة لتدل على ذلك المجموع الكلي (١) في الصورة التالية .

المجموع الكلي للمربعات = مجموع المربعات داخل المجموعات + مجموع المربعات بين المجموعات .

ولهذه الخاصية أهميتها القصوى في الطرق الإحصائية لتحليل التباين .

٥ — النسبة الفائية والدلالة الإحصائية

يعتمد تحليل التباين في صورته النهائية على قياس مدى اقتراب التباين الداخلي من التباين الخارجي أو مدى ابتعاده عنه . وتقاس هذه الناحية بالنسبة التباينية أو النسبة الفائية (٢) لتدل بذلك على فيشر ، الرائد الأول لهذا النوع من التحليل . وتتلخص هذه النسبة في المعادلة التالية .

$$\text{النسبة الفائية} = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

وبذلك يدل بسط هذه المعادلة على أكبر التباينين في القيمة العددية، ويدل مقامها على أصغر التباينين في القيمة العددية .

فإذا كانت الدلالة الإحصائية لهذه النسبة الفائية صغيرة إلى الحد الذي يقترب بها من الصفر ، أمكننا أن نستنتج تجانس المجموعات المختلفة التي نحلل تباينها ، وأمكننا أن نرجعها جميعاً إلى أصل واحد . وإذا كانت هذه الدلالة أكبر بكثير من الصفر ، أمكننا أن نستنتج عدم تجانس تلك المجموعات وأمكننا أن نرجعها إلى أصولها المختلفة التي تنتسب لها .

---

(١) المجموع الكلي للمربعات Total Sum of Squares

(٢) النسبة الفائية F, Rotio

وبذلك نستطيع مثلا أن نقارن بين القدرة اللغوية للبنات والبنين لنعلم مدى دلالة فروقهما الإحصائية فى هذه القدرة . وكذلك نستطيع أن نبحث أثر البيئة على الذكاء، وغير ذلك من المشاكل التى تتصل اتصالا مباشراً بميادين العلوم النفسية .

هذا وتقاس هذه الدلالة بجداول خاصة أنشأها سنديكور G. W. Snedecor لحساب مستويات الثقة بالنسبة لـ ٩٥٪ ثقة و ٥٪ شك ؛ وبالنسبة لـ ٩٩٪ ثقة و ١٪ شك . وسنستعين بتلك الجداول فى تفسير النتائج النهائية للأمثلة التى سندرسها . وقد رصدنا جداول الدلالة الإحصائية الفائية فى ملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول رقم ٢٦ ليستعين به القارىء فى تحليل التباين .

الطريقة الإحصائية لتحليل التباين

تعتمد الطريقة الإحصائية لتحليل التباين على الخطوات التالية : —

١ — حساب التباين الداخلى ، وذلك بحساب المربعات داخل المجموعات .

٢ — حساب التباين الخارجى ، وذلك بحساب المربعات بين المجموعات .

٣ — حساب درجات الحرية لتحويل تلك المربعات إلى التباين المقابل لها ، وللكشف عن الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية .

٤ — حساب النسبة الفائية ، والكشف عن دلالتها الإحصائية ، وذلك لمعرفة مدى تجانس واختلاف تلك المجموعات .

وسندرس فى الفقرات التالية تحليل التباين لمجموعتين ، ولثلاث مجموعات ، لنوضح بذلك التطبيقات العملية لتلك الطريقة ، وأفضليتها على طريقة حساب الدلالة الإحصائية لفروق المتوسطات ، ولفروق الانحرافات المعيارية (١)

---

(١) راجع الفصل العاشر من هذا الكتاب الفصل الخاص بنظرية العينات والدلالة الإحصائية

تحليل التباين لمجموعتين

إذا أردنا أن نقارن درجات البنين بدرجات البنات فى أحد الاختبارات النفسية لمعرفة الفروق الجوهرية بين تلك الدرجات ، وللكشف عن مدى دلالة تلك الفروق توطئة للجمع بينهما فى عينة واحدة أو لفصلهما إلى عينتين متمايزتين ، فعلينا أن نبحث هذه المشكلة بطريقة تحليل التباين كما تدل على ذلك الخطوط التالية .

١ — حساب مجموع المربعات داخل المجموعات

لنفرض أن الجدول رقم ١٣٠ يدل على درجات ٥ بنين و ٥ بنات فى ذلك الاختبار النفسى وعلى مربعات تلك الدرجات .

وبذلك يمكن حساب المربعات داخل المجموعتين من المعادلة التالية : —

مجموع المربعات داخل المجموعتين = $\text{ن}_{\text{س}}\,\text{ع}^{2}_{\text{س}} + \text{ن}_{\text{ص}}\,\text{ع}^{2}_{\text{س}}$

وذلك لأن

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{2}}{\text{ن}}}$$

$$\therefore \text{ع}^{2} = \frac{\text{مجـ ح}^{2}}{\text{ن}}$$

$$\therefore \text{مجـ ح}^{2} = \text{ن ع}^{2}$$

أى أن

مجموع مربعات الانحرافات = ن ع^{2}

$\therefore$ مجموع المربعات داخل المجموعة الأولى = $\text{ن}_{\text{س}}\,\text{ع}^{2}_{\text{س}}$

أسماء البنين	درجات البنين $س$	مربعات درجات البنين $س^2$	أسماء البنات	درجات البنات $ص$	مربعات درجات البنات $ص^2$
محمود	٢٣	٥٢٩	تفيدة	١٩	٣٦١
سامى	٢١	٤٤١	سحر	١٩	٣٦١
محمد	١٩	٣٦١	فاتن	١٨	٣٢٤
زكى	١٩	٣٦١	سعاد	١٤	١٩٦
أحمد	١٨	٣١٤	ليلى	١٥	٢٢٥
$ن_س = ٥$	$مجـ س = ١٠٠$ $م_س = \frac{١٠٠}{٥}$ $= ٢٠$ $(مجـ س)^2 = ١٠٠٠٠$	$مجـ س^2 = ٢٠١٦$	$ن_ص = ٥$	$مجـ ص = ٨٥$ $م_ص = \frac{٨٥}{٥}$ $= ١٧$ $(مجـ ص)^2 = ٧٢٢٥$	$مجـ ص^2 = ١٤٦٧$

(جدول ١٣٠)

درجات ٥ بنين و ٥ بنات فى أحد الاختبارات النفسية ومربعات هذه الدرجات

ومجموع المربعات داخل المجموعة الثانية = $ن_{ص}\, ع^{٢}_{ص}$

وبذلك تعتمد تلك المربعات الداخلية على حساب تباين درجات البنين ، وتباين درجات البنات ، كما تدل على ذلك الخطوات التالية : —

بما أن $ع^{٢}_{س}$ = متوسط مربعات الدرجات — مربع متوسط الدرجات .

$$= \frac{٢٠١٦}{٥} \quad (٢٠)^{٢}$$

$$= \frac{٢٠١٦ - ٢٠٠٠}{٥}$$

$$= \frac{١٦}{٥}$$

$$\therefore ن_{س}\, ع^{٢}_{س} = ٥ \times \frac{١٦}{٥}$$

$$= ١٦$$

وبالمثل $ع^{٢}_{ص} = \frac{١٤٦٧}{٥} - (١٧)^{٢}$

$$= \frac{١٤٦٧}{٥} - ٢٨٩$$

$$= \frac{١٤٦٧ - ١٤٤٥}{٥}$$

$$= \frac{٢٢}{٥}$$

$$\therefore ن_{ص}\, ع^{٢}_{ص} = ٥ \times \frac{٢٢}{٥}$$

$$= ٢٢$$

لكن مجموع المربعات داخل المجموعتين = $ن_{س}\, ع^{٢}_{س} + ن_{ص}\, ع^{٢}_{ص}$

$$= ١٦ + ٢٢$$

$\therefore$ مجموع المربعات داخل المجموعتين $= ٣٨$

٣ – حساب مجموع المربعات بين المجموعات

يعتمد مجموع المربعات بين المجموعات على مربعات انحرافات كل متوسط من متوسطات تلك المجموعات عن المتوسط الوزنى لها جميعاً كما يدل على ذلك الحد الثانى فى معادلة ذلك المتوسط الوزنى أى أن

$$\text{مجموع المربعات بين المجموعتين} = ن_س\, ح^2_س + ن_ص\, ح^2_ص$$

وبذلك يعتمد حساب تلك المربعات على معرفة القيمة العددية لـ $ح^2_س$ ، $ح^2_ص$ كما تدل على ذلك الخطوات التالية : –

$$\text{بما أن المتوسط الوزنى لدرجات المجموعتين} = \frac{ن_س\, م_س + ن_ص\, م_ص}{ن_س + ن_ص}$$

وبما أن $ن_س = ٥$

$م_س = ٢٠$

$ن_ص = ٥$

$م_ص = ١٧$

$$\therefore \text{المتوسط الوزنى } م = \frac{٥ \times ٢٠ + ٥ \times ١٧}{٥ + ٥}$$

$$= \frac{١٠٠ + ٨٥}{١٠}$$

$$\therefore م = ١٨,٥$$

$$\text{وبما أن } ح_س = م_س - م$$

$$\therefore ح_س = ٢٠ - ١٨,٥$$

= ١,٥

وبما أن ن س = م س − م

= ١٧ − ١٨,٥

∴ ن س = − ١,٥

لكن مجموع المربعات بين المجموعتين = ن ص ن ص ^٢ + ن س ن س ^٢

= ٥ × (١,٥)^٢ + ٥ × (− ١,٥)^٢

= ٥ × ٢٢,٥ + ٥ × ٢,٢٥

= ١١,٢٥ + ١١,٢٥

∴ مجموع المربعات بين المجموعتين = ٢٢,٥٠

٣ — درجات الحرية

يحسب التباين داخل المجموعات بقسمة مجموع المربعات الداخلية على درجات حريتها ؛ كما يحسب التباين بين المجموعات بقسمة مجموع المربعات البينية على درجات حريتها .

وتعتمد فكرة درجات الحرية على القيود الإحصائية التى نلتزمها فى حسابنا لتلك القيم المختلفة ، كما سبق أن بينا ذلك فى دراستنا لـ كا ٢ أو قياس حسن المطابقة .

وسنوضح طريقة حساب تلك الدرجات فى الخطوات التالية .

١ — درجات حرية مجموع المربعات الداخلية

بما أن عدد درجات المجموعة الأولى = ٥

وبما أنها جميعاً قد نسبت إلى متوسطها

إذن فعدد القيود التي التزمناها = ١

أي أن هذا القيد هو مس

إذن درجات الحرية = ٥ — ١

= ٤

وكذلك بالنسبة للمجموعة الثانية، كما يدل على ذلك التحليل التالي:

بما أن عدد درجات المجموعة الثانية = ٥

وبما أنها جميعاً قد نسبت إلى متوسطها

إذن فعدد القيود التي التزمناها = ١

أي أن هذا القيد هو مس

إذن درجات الحرية = ٥ — ١

= ٤

إذن القيمة العددية لدرجات الحرية الداخلية = ٤ + ٤

= ٨

هذا ويمكن أن نصل إلى نفس هذه النتيجة إذا حسبنا درجات الحرية مباشرة للمجموعتين بالطريقة التالية.

بما أن عدد الدرجات = ١٠

وعدد الالتزامات أو القيود = ١٠ — ٢

إذن القيمة العددية لدرجات الحرية الداخلية = ١٠ − ٢

= ٨

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها بالطريقة السابقة

ب − درجات حرية مجموع المربعات البينية

بما أن عدد المتوسطات = ٢

وهى م~س~ ، م~ص~

وبما أن عدد الالتزامات أو القيود = ١

∴ درجات الحرية بين المجموعتين = ٢ − ١

= ١

٤ − حساب التباين داخل المجموعات وبين المجموعات

بما أن التباين = عدد درجات الحرية ÷ مجموع المربعات

إذن التباين داخل المجموعتين = ٣٨ ÷ ٨

= ٤,٧٥

والتباين بين المجموعتين = ٢٢,٥٠ ÷ ١

= ٢٢,٥٠

٥ − حساب النسبة الفائية

تحسب النسبة الفائية بقسمة التباين الكبير على التباين الصغير .

وبما أن التباين الكبير = ٢٢,٥٠
والتباين الصغير = ٤,٧٥

∴ النسبة الفائية = $\frac{٢٢,٥٠}{٤,٧٥}$

= ٤,٧٣٦٨

٦ — الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية

ينتهي بنا هذا التحليل إلى استنتاج دلالة الفروق القائمة بين درجات البنين والبنات في ذلك الاختبار . وتعتمد هذه الفكرة على النسبة الفائية . وتحسب دلالتها بما يسمى الفرض الصفري [١] ؛ فإذا كانت النسبة الفائية أكبر من الصفر ، أمكننا أن نستنتج وجود فرق جوهري بين درجات البنين والبنات ، أي أن لكل مجموعة من هاتين المجموعتين أصل منفصل مستقل ينسب إليه . وإذا كان الفرق مساوياً للصفر أمكننا أن نستنتج تجانس العينة المختلطة المكونة من البنين والبنات ، أي أنهما ينتسبان إلى أصل واحد رغم ما بينهما من فروق صغيرة لا تتجاوز في قيمتها الإحصائية الصفر أو الصدفة .

هذا وتعتمد جداول الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية على درجات حرية التباين الكبير ، والصغير .

وبما أن درجات حرية التباين الكبير [٢] = ١
ودرجات حرية التباين الصغير [٣] = ٨

---

(١) الفرض الصفري Null Hypothesis

(٢) درجات حرية التباين الكبير Degreee of Freedom for Greater Variance

(٣) درجات حرية التباين الصغير Degrees of Freedom for Smaller Variance

أذن الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية = ٥,٣٢

بدرجة ٩٥ ٪ ثقة، ٥ ٪ شك ، كما تدل على ذلك جداول الدلالة للنسبة الفائية المبينة بملحق الجداول الإحصائية النفسية ، جدول (٢٦)

والدلالة الإحصائية للنسبة الفائية = ١١,٢٦

بدرجة ٩٩٪ ثقة ، ١ ٪ شك ، كما تدل على ذلك نفس الجداول السابقة .

وبما أن النسبة الفائية فى مثالنا هذا = ٤,٧٤

إذن فهذه النسبة أقل من أن تدل على اختلاف عينة البنين عن عينه البنات فى هذا الاختبار ، لأنها أصغر من ٥,٣٢ وبالتالى أصغر من ١١,٢٦ .

أى أن هذه النسبة لاتختلف فى جوهرها الإحصائى عن الصفر ، وترجع إلى الصدفة .

تحليل التباين لثلاث مجموعات

بينا فى المثال السابق الخطوات الإحصائية لتحليل تباين مجموعتين ، ودرسنا كل خطوة من هذه الخطوات بالتفصيل . وسنحاول فى مثالنا الراهن أن نوضح صلاحية هذه الطريقة لأى عدد من المجموعات .

فإذا فرضنا مثلا أننا نبحث الفروق القائمة بين ثلاث مجموعات من الأفراد فى أحد تجارب التعلم ، فعلينا أن نحسب النسبة الفائية لهذه المجموعات لنعلم مدى دلالتها الإحصائية . كما يدل على ذلك جدول ١٣١ .

درجات المجموعة الأولى س	مربعات درجات المجموعة الأولى $س^2$	درجات المجموعة الثانية ص	مربعات درجات المجموعة الثانية $ص^2$	درجات المجموعة الثالثة هـ	مربعات درجات المجموعة الثالثة $هـ^2$
٧	٤٩	٤	١٦	٢	٤
١٠	١٠٠	٦	٣٦	٢	٤
١٠	١٠٠	٧	٤٩	٣	٩
١١	١٢١	٩	٨١	٧	٤٩
١٢	١٤٤	٩	٨١	٦	٣٦
مجـ س = ٥٠	مجـ $س^2$ = ٥١٤	مجـ ص = ٣٥	مجـ $ص^2$ = ٢٦٣	مجـ هـ = ٢٠	مجـ $هـ^2$ = ١٠٢
م س = $\frac{٥٠}{٥}$		م ص = $\frac{٣٥}{٥}$		م هـ = $\frac{٢٠}{٥}$	
= ١٠		= ٧		= ٤	
$(مجـ س)^2$ = ٢٥٠٠		$(مجـ ص)^2$ = ١٢٢٥		$(مجـ هـ)^2$ = ٤٠٠	
ن س = ٥		ن ص = ٥		ن هـ = ٥	

جدول (١٣١)

درجات ثلاث مجموعات فى أحد تجاربه التعلم ومربعات هذه الدرجات

١ – حساب مجموع المربعات داخل المجموعات

بما أن مجموع المربعات داخل المجموعات

$$= \text{ن}_{\text{س}}\,\text{ع}^{٢}_{\text{س}} + \text{ن}_{\text{ص}}\,\text{ع}^{٢}_{\text{ص}} + \text{ن}_{\text{هـ}}\,\text{ع}^{٢}_{\text{هـ}}$$

وبما أن $\text{ع}^{٢}_{\text{س}}$ = متوسط مربعات الدرجات – مربع متوسط الدرجات

$$= \frac{٥١٤}{٥} - (١٠)^{٢}$$

$$= \frac{١٤}{٥}$$

وبالمثل $\text{ع}^{٢}_{\text{ص}} = \frac{٢٦٣}{٥} - (٧)^{٢}$

$$= \frac{١٨}{٥}$$

وبالمثل $\text{ع}^{٢}_{\text{هـ}} = \frac{١٠٢}{٥} - (٤)^{٢}$

$$= \frac{٢٢}{٥}$$

$$\therefore\ \text{ن}_{\text{س}}\,\text{ع}^{٢}_{\text{س}} + \text{ن}_{\text{ص}}\,\text{ع}^{٢}_{\text{ص}} + \text{ن}_{\text{هـ}}\,\text{ع}^{٢}_{\text{هـ}}$$

$$= ٥ \times \frac{١٤}{٥} + ٥ \times \frac{١٨}{٥} + ٥ \times \frac{٢٢}{٥}$$

$$= ١٤ + ١٨ + ٢٢$$

$$= ٥٤$$

٢ – حساب المربعات بين المجموعات

بما أن مجموع المربعات بين المجموعات

$$= \text{ن}_{\text{س}}\,\text{ح}^{٢}_{\text{س}} + \text{ن}_{\text{ص}}\,\text{ح}^{٢}_{\text{ص}} + \text{ن}_{\text{هـ}}\,\text{ح}^{٢}_{\text{هـ}}$$

$$= \text{ن}_{\text{س}}\,(\text{م} - \text{م}_{\text{س}})^{٢} + \text{ن}_{\text{ص}}\,(\text{م} - \text{م}_{\text{ص}})^{٢}$$

$$+\ \text{ن}_{\text{هـ}}\,(\text{م} - \text{م}_{\text{هـ}})^{٢}$$

∴ مجموع المربعات بين المجموعات

$= ٥ (١٠ - ٧)^٢ + ٥ (٧ - ٧)^٢ + ٥ (٤ - ٧)^٢$

$= ٤٥ +$ صفر $+ ٤٥$

$= ٩٠$

٣ — درجات الحرية

درجات الحرية داخل المجموعات $= ١٥ - ٣$

$= ١٢$

درجات الحرية بين المجموعات $= ٣ - ١$

$= ٢$

٤ — حساب التباين داخل المجموعات وبين المجموعات

التباين داخل المجموعات $= \frac{٥٤}{١٢}$

$= ٤,٥$

التباين بين المجموعات $= \frac{٩٠}{٢}$

$= ٤٥$

٥ — النسبة الفائية

النسبة الفائية $= \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$

$= \frac{٤٥}{٤,٥}$

$= ١٠$

٦ — الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية

بما أن درجات الحرية للتباين الكبير = ٢

ودرجات الحرية للتباين الصغير = ١٢

إذن الدلالة الإحصائية للحد المساوى ٩٥ ٪ ثقة ، ٥ ٪ شك = ٣,٨٨

والدلالة الإحصائية للحد المساوى ٩٩ ٪ ثقة ، ١ ٪ شك = ٦,٩٣

لكن النسبة الفائية أكبر من ٦,٩٣

إذن فالفروق القائمة بين درجات هذه المجموعات فروق جوهرية لها دلالتها الإحصائية وعلى الباحث بعد ذلك أن يفسر معنى هذه الفروق وأسبابها.

تمارين على الفصل الرابع عشر

١ – ماهى أهم الخواص الإحصائية للتباين التى أدت إلى نشوء فكرة تحليل التباين .

٢ – ماهى أهم الخطوات الإحصائية لتحليل التباين .

٣ – ماهى العلاقة الإحصائية بين التباين الوزنى وتحليل التباين .

٤ – إلى أى حد يعتمد تحليل التباين على المتوسط الوزنى .

٥ – إذا علمت أن

$$\text{ن}_{\text{س}} = ٥$$

$$\text{ن}_{\text{ص}} = ١٠$$

$$\text{ع}_{\text{س}} = ٦$$

$$\text{ع}_{\text{ص}} = ٨$$

فاحسب مجموع المربعات الداخلية

٦ – إذا علمت أن

$$\text{ن}_{\text{س}} = ١٠$$

$$\text{ن}_{\text{ص}} = ١٥$$

$$\text{م}_{\text{س}} = ٢٥$$

$$\text{م}_{\text{ص}} = ٣٠$$

فاحسب المتوسط الوزنى لهذه القيم ، ثم احسب من ذلك مجموع المربعات القائمة بين المجموعات .

٧ — تدل النتائج التالية على درجات مجموعتين من الأفراد ، بنين وبنات ، في اختبار القدرة العددية .

درجات البنات	درجات البنين
٧	٧
٢	١٥
٨	١٥
٧	١١
٦	١٢

إحسب الدلالة الإحصائية للفروق القائمة بين تلك الدرجات بطريقة تحليل التباين ، وبين مدى تقارب أو تباعد درجات البنين والبنات .

٨ — تدل الدرجات التالية على نتائج أربع مجموعات من الطلبة في التحصيل اللغوى .

درجات المجموعة الرابعة	درجات المجموعة الثالثة	درجات المجموعة الثانية	درجات المجموعة الأولى
٦٧	٦٤	٦٨	٤٩
٥٥	٦٣	٥٥	٥٩
٦٥	٥٤	٦٠	٦١
٦٤	٥٢	٦٧	٦٠
٥٩	٦٢	٦٠	٦١

إحسب الدلالة الإحصائية للفروق القائمة بين تلك الدرجات بطريقة تحليل التبـــاين ، وبين مدى تجانس هذه المجموعات بالنسبة لأصل واحد أو لأصول متعددة .

الفصل الخامس عشر

التحليل العاملي

مقدمة

يهدف التحليل العاملي (١) إلى الكشف عن العوامل المشتركة التي تؤثر في أي عدد من الظواهر المختلفة . وينتهي إلى تلخيص المظاهر المتعددة التي يحللها إلى عدد قليل من العوامل فهو بهذا المعنى ينحو نحو الإيجاز العلمي الدقيق

وقد استعان به علماء النفس بادىء ذي بدء في تحليل النشاط العقلي المعرفي إلى قدراته . ثم انتشرت مفاهيمه ووسائله إلى فروع علم النفس الأخرى ، وميادين البحث العلمي المختلفة .

وأدى التطبيق المتصل المتواتر لهذا النوع من التحليل إلى نتائج كثيرة وهامة دفعت المشتغلين بالدراسات النفسية إلى صياغة نظرياتهم التي تفسر النشاط العقلي المعرفي . وقد تضاربت هذه النظريات في نشأتها الأولى ، ثم استقرت في مسلك واحد عندما عرفت المعالم الرئيسية لهذا الميدان .

هذا ودراسة نتائج التحليل العاملي والنظريات التي اسفرت عنها تلك النتائج أكبر من أن تتسع لها صفحات هذا الفصل لأنها تمثل تجارب مئات العلماء في أكثر من نصف قرن ولذا سنقصر دراسة هذا الفصل على معنى التحليل العاملي ونشأته ، وأهميته وميادينه ، وأسسه العلمية ، واختباراته التي تصلح للتحليل، ثم نتطور إلى توضيح الخطوات الحسابية لطريقة التحليل الجديدة التي يقترحها

---

(١) التحليل العاملي Factorial Analysis

مؤلف هذا الكتاب ليعالج بذلك أهم عيوب الطرق المعروفة للتحليل ، وتنتهى بإدارة العوامل لتحويلها إلى قدرات لها دلالتها النفسية .

معنى التحليل العاملى ونشأته

يقوم هذا النوع من التحليل على معرفة المكونات الرئيسية للظواهر التى تخضعها للقياس ، ولذا يعد أدق وأقوى وسيلة لمعرفة الصدق الذى يسمى باسمه ، أى الصدق العاملى .

وقد اقترن التحليل العاملى منذ نشأته الأولى بأبحاث الذكاء والقدرات العقلية ، ولذا يخلط كثير من العلماء بين العامل(١) والقدرات(٢) فى كتاباتهم المختلفة ويرادفون بينهما مثل ثيرستون L. L. Thurstone وألكسندر W.P.Alexander وهولزنجر K.J.Holzinger وأغلبهم من الذين عاصروا النشأة الأولى لهذا التحليل وسلكوا مناهجه فى أبحاثهم فاختلط عليهم الأمر لقصور نشاطهم على الناحية النفسية .

لكن التطبيقات الواسعة الخصبة للتحليل العاملى فى ميادين التجارة والطب والعلوم الطبيعية والعلوم الاجتماعية وغيرها من الميادين المختلفة تؤكد ضرورة التفرقة العلمية الواضحة بين العامل والقدرة .

فالعامل يلخص الارتباطات القائمة بين الظواهر المختلفة ، وتفسر القدرة هذا العامل فى ميدان النشاط العقلى المعرفى ، كما تفسر السمة ذلك العامل فى النواحى المزاجية للشخصية ، فالعامل بهذا المعنى هو الصورة الإحصائية الرياضية للقدرات ولغيرها من النواحى التطبيقية الأخرى ، والقدرات هى

---

(١) العامل Factor

(٢) القدرة Ability

إحدى التفسيرات النفسية للعوامل . والمثال التالى يوضح هذه الفكرة :

إذا حللنا العدد ٦ إلى عوامله الأولية فإننا نحصل على المعادلة التالية :

٦ = ٣ × ٢ × ١

وتسمى الأعداد ٣ ، ٢ ، ١ عوامل العدد ٦ أو مكوناته الرئيسية

وعندما يدل العدد ٦ على مساحة ما ، فإن ٣ قد تدل على الطول ، ٢ قد تدل على العرض ، وقد لا يدل الواحد على أى شيء فى مثالنا هذا

وعندما يدل العدد ٦ على حجم ما ، فإن ٣ قد تدل على الطول ، ٢ قد تدل على العرض ، وقد يدل الواحد الصحيح فى هذه الحالة على الارتفاع

وهكذا ندرك أن مثل عوامل العدد ٦ ومعانيها العلمية ، كمثل العوامل الإحصائية وتطبيقاتها النفسية فى القدرات ، أو غير النفسية فى أبحاثها الأخرى التى ينعتها بها علماء كل ميدان من تلك الميادين العلمية .

ولعل سبيرمان C.Spearman هو أول من استعان بهذا المفهوم الجديد فى أبحاثه التى نشرها سنة ١٩٠٤ وأعلن فيها نتائج دراساته للذكاء ، والتى تعد بحق البدء العلمى الحقيقى للتحليل العاملى ولنظريات التكوين العقلى المعرفى والمزاجى ولغيره من النظريات التى أرست قواعدها وأقامت دعائمها على رسائل ونتائج هذا التحليل .

وقد بدأت فكرة سبيرمان بتحديد مفهوم العامل على أنه السبب المباشر لوجود الارتباط الموجب القائم بين أى ظاهرتين(١) فإذا فرضنا أن الظاهرة ا ترتبط بالظاهرة ب ارتباطاً موجباً فإن سبيرمان يرجع هذا الارتباط إلى العامل المشترك ش الذى يؤثر تأثيراً إيجابياً فى الظاهرتين ا ، ب وعندما يختفى تأثير العامل ش فى ا ، ب فإن ارتباطهما يتلاشى . هذا ويمكن أن نوضح هذه الفكرة بالاستعانة بالارتباط الجزئى الذى يبين أثر ش فى الارتباط القائم بين ا ، ب كما يدل على ذلك المثال التالى :

1 — Spearman, C. The Proof and Measurement of the Association Between Things. Amer J. Psychol. Vol. XV, 1904, P.P. 74-75

إذا فرضنا أن $\text{ر}_{\text{اب}} = ٠,٨$

$\text{ر}_{\text{اش}} = ٠,٤$

$\text{ر}_{\text{بش}} = ٠,٢$

فإن تثبيت أثر ش يؤدى إلى معادلة الارتباط الجزئى التالية :

$$\text{ر}_{\text{اب.ش}} = \frac{\text{ر}_{\text{اب}} - \text{ر}_{\text{اش}} \times \text{ر}_{\text{بش}}}{\sqrt{[١ - (\text{ر}_{\text{اش}})^{٢}][١ - (\text{ر}_{\text{بش}})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٠,٨ - ٠,٤ \times ٠,٢}{\sqrt{(١ - ٠,١٦)(١ - ٠,٠٤)}}$$

$\therefore \text{ر}_{\text{اب.ش}} =$ صفر

لأن بسط هذه المعادلة يساوى صفراً فى هذه الحالة .

وبذلك يتلاشى الارتباط القائم بين الظاهرة ا ، ب عند عزل أثر الظاهرة ش ، أى أن ش هو العامل الذى أدى إلى ظهور ذلك الارتباط .

هذا وقد تطور مفهوم العامل عند سبيرمان بعد ذلك فى البحث (١) الذى نشره فى نفس تلك السنة ، وأعلن فيه أن العامل هو السبب المباشر لوجود الارتباطات الموجبة القائمة بين أى عدد من الاختبارات أو المقاييس ، وقد دلت نتائج أبحاثه على أن الارتباطات القائمة بين الاختبارات العقلية موجبة . وهكذا أدت به هذه النتائج إلى تعميم فكرته العاملية ، فذهب إلى أن جميع ضروب النشاط العقلى المعرفى ترجع فى جوهرها إلى عامل يؤثر فيها بنسب ودرجات مختلفة . وفسر هذا العامل تفسيراً نفسياً بحيث جعله يدل على القدرة العقلية المعرفية العامة التى تهيمن على جميع نواحى ذلك النشاط .

(1) Spearman, G. General Intelligence, Objectively Determined and Measured, Amer J. Psychol. 1904 Vol. XV, P.P. 201 — 293.

وقد استطاع سبيرمان أن يستعين بفكرة الارتباط الجزئي في صياغة معادلة الفروق الرباعية (١) التي تهدف إلى الكشف عن ذلك العامل العام .
وتتلخص فكرة هذه المعادلة في الصورة التالية :

ر اب × ر ء ح − ر ا ح × ر ء ب = صفر

وبما أن هذه المعادلة تنتج من التناسب التالي وتؤدي إليه أيضاً .

ر اب × ر ء ح = ر ا ح × ر ء ب

∴ ر اب / ر ء ب = ر ا ح / ر ء ح

إذن فالارتباطات التي تكشف عن هذا التناسب تشير إلى وجود ذلك العامل العام ، كما تدل على ذلك مصفوفة الارتباطات المبينة بجدول رقم ١٣٢ .

الاختبارات	ا	ب	ح	ء	ه	و
ا		٠,٧٢	٠,٦٣	٠,٥٤	٠,٤٥	٠,٣٦
ب	٠,٧٢		٠,٥٦	٠,٤٨	٠,٤٠	٠,٣٢
ح	٠,٦٣	٠,٥٦		٠,٤٢	٠,٣٥	٠,٢٨
ء	٠,٥٤	٠,٤٨	٠,٤٢		٠,٣٠	٠,٢٤
ه	٠,٤٥	٠,٤٠	٠,٣٥	٠,٣٠		٠,٢٠
و	٠,٣٦	٠,٣٢	٠,٢٨	٠,٢٤	٠,٢٠	

(جدول ١٣٢)
مصفوفة لمعاملات الارتباط التي تدل على العامل العام

(١) معادلة الفروق الرباعية Tetrad Difference Equation

فمثلا ر ا ب = ٠,٧٢

ر ء ب = ٠,٤٨

ر ا ح = ٠,٦٣

ر ء ح = ٢٠,٤

أى أن :

$$\frac{٠,٧٢}{٠,٤٨} = \frac{٠,٦٣}{٠,٤٢}$$

لأن ٠,٧٢ × ٠,٤٢ – ٠,٦٣ × ٠,٤٨ = ٠,٣٠٢٤ – ٠,٣٠٢٤ = صفر

ويدل هذا الجدول أيضاً على أن معاملات ارتباط الاختبار ا ترتبط بمعاملات ارتباط الاختبار ب بنسبة ثابتة فمثلا :

$$\frac{٠,٦٣}{٠,٥٦} = \frac{٠,٥٤}{٠,٤٨} = \frac{٠,٤٥}{٠,٤٠} = \frac{٠,٣٦}{٠,٣٢}$$

وكذلك بالنسبة للاختيارات الأخرى ح ، ء ، هـ ، و .

هذا وتسفر القيم العددية لجميع تلك المعاملات عن الترتيب التنازلى الذى يبدأ كبيراً فى أعلى الجدول ثم ينتهى صغيراً فى آخره ، وبذلك ينتظم الترتيب التنازلى لمعاملات ارتباط الاختبار ا فى النسق التالى :

٠,٧٢ ، ٠,٦٣ ، ٠,٥٤ ، ٠,٤٥ ، ٠,٣٦

ويسمى هذا الترتيب بالترتيب الهرمى (١) .

هذا ويضيف سبيرمان فى تحليله لتلك الاختبارات عاملا آخر يسميه مجازاً بالعامل الخاص لأنه لا يتعدى حدود اختباره . ولذا تسمى نظرية سبيرمان بنظرية العاملين (٢) لأنها تعتمد فى تحليلها الإحصائى وبنائها النظرى على عاملين نلخصهما فيما يلى : —

---

(١) الترتيب الهرمى Hierarchical Order

(٢) نظرية العاملين Two Factors Theory

١ – العامل العام (١)- وهو العامل المشترك بين جميع الاختبارات .

٢ – العامل الخاص (٢) - وهو الذى يميز النواحى الخاصة التى ينفرد بها الاختبار عن غيره من الاختبارات الأخرى . ولذا فمعامل ارتباط أى عاملين خاصين يساوى صفراً .

ولسنا هنا بصدد تطبيق أو نقد نظرية العاملين ، لأنها أصبحت فى تطورنا المعاصر فكرة تاريخية بعد أن كانت وسيلة قوية من وسائل البحث العلمى فى الربع الأول من هذا القرن وقد دلت الأبحاث العاملية المختلفة على قصور هذه الوسيلة وتلك النظرية عن تفسير النواحى التجريبية المتعددة .

وقد عدل هولزنجر K. J. Holzinger وبيرت C. Burt وغيرهما من العلماء نظرية العاملين وأضافا لها نوعاً جديداً من العوامل يسمى بالطائفى (٣) لوجوده فى طائفة من الاختبارات دون غيرها . والمثال العددى التالى يوضح فكرة العامل العام والعوامل الطائفية والخاصة . وتقوم فكرته على تحليل بعض الأعداد إلى عواملها الحسابية الأولية لمعرفة العوامل العامة والطائفية والخاصة ، كما تدل على ذلك الأعداد التالية :

٧ × ٥ × ٢ = ٧٠	١٧ × ٣ × ٢ = ١٠٢
١٣ × ٥ × ٢ = ١٣٠	١٩ × ٣ × ٢ = ١١٤
١١ × ٥ × ٢ = ١١٠	٢٣ × ٣ × ٢ = ١٣٨

وهكذا نرى أن جميع هذه الأعداد تشترك فى العامل المساوى لـ ٢ وبذلك يصبح هذا المعامل عاملا عاماً بالنسبة لها جميعاً . وأن الأعداد ٧٠ ، ١٣٠ ، ١١٠ تشترك فى المعامل المساوى لـ ٥ وبذلك يصبح هذا المعامل طائفياً بالنسبة لها .

---

(١) العامل العام General Factor
(٢) العامل الخاص Specific Factor
(٣) العامل الطائفى Group Factor

وأن الأعداد ١٠٢ ، ١١٤ ، ١٣٨ تشترك فى المعامل المساوى لـ ٣ ، وبذلك يصبح هذا المعامل طائفياً بالنسبة لها . وأن لكل عدد من تلك الأعداد معامل خاص به ؛ فمثلا المعامل الخاص بالعدد ٧٠ يساوى ٧ والمعامل الخاص بالعدد ١٣٠ يساوى ١٣ ، وهكذا بالنسبة للأعداد الأخرى . وبذلك تتلخص معاملات مثالنا هذا فى الأنواع التالية :

١ — العامل العام = ٥

٢ — المعاملات الطائفية = ٥ ، ٣

٣ — المعاملات الخاصة = ٧ ، ١٣ ، ١١ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢٣

هذا وقد أكدت الأبحاث الأولى لثيرستون L. L. Thurstone أهمية العوامل الطائفية والخاصة وأنكرت وجود العامل المشترك وبذلك ظهرت نظرية العوامل المتعددة (١) ثم عادت أبحاثه الأخيرة لتؤكد وجود العامل العام على أنه عامل العوامل الطائفية ، أى القدر المشترك بين تلك العوامل وخاصة عندما يسفر التحليل عن العلاقات القائمة بين تلك العوامل ، ولذلك يسمى بعامل الدرجة الثانية (٢) لأنه ينشأ من التحليل العاملى للعوامل الأولية كما نشأت تلك العوامل من التحليل العاملى للاختبارات .

أهمية التحليل العاملى وميادينه

أكد البحث الذى قام به كندل M. O. Kendall (٣) وسميث B. B. Smith سنة ١٩٥٠ أهمية التحليل العاملى فى الأبحاث الإحصائية المختلفة وبين علاقته

---

(١) نظرية العوامل المتعددة Multiple Factor Analysis

(٢) عامل الدرجة الثانية Second Order Factor

(3) Kendall, M. O., and Smith, B. B., Factor Analysis (Read before the Reseach Section of The Royal Statistical Socicety January 27 th, 1950.

بالوسائل العلمية الأخرى . وهكذا امتدت فروع الدراسة حتى جاوزت حدود ميدانها النفسي إلى ميادين العلوم الرياضية .

وتتلخص أهم التطبيقات الإحصائية للتحليل العاملي في معرفة معاملات الارتباط المتعدد (١) والارتباط الجزئي المتعدد (٢) والانحدار المتعدد (٣) بطريقة سريعة ودقيقة .

هذا وقد تغنينا النتائج النهائية للتحليل العاملي عن جميع هذه المعاملات لأنها تصلح لما تصلح له هذه المعاملات . وتصلح أيضاً لما تعجز عن تحقيقه جميع تلك المعاملات .

وقد كان لنشأة التحليل العاملي في أحضان العلوم النفسية آثارها الواضحة في تحليل النشاط العقلي المعرفي إلى قدراته المختلفة ، وتحليل النواحي المزاجية للشخصية إلى سماتها المتعددة وتحليل الاتجاهات والقيم الاجتماعية ، والميول المهنية . وقد أفاد أيضاً في تحليل النتائج المعملية لتجارب التعلم ، وتحليل الاستجابات المختلفة للحيوانات ، وهكذا امتدت تطبيقاته إلى أغلب الميادين المعاصرة لعلم النفس الحديث .

هذا ويعتمد بناة الاختبارات الحديثة على التحليل العاملي في دراسة مفردات الاختبارات المختلفة وحساب صدقها العاملي توطئة لصياغتها صياغة موضوعية دقيقة صادقة .

ويصلح التحليل العاملي لدراسة الظواهر المعقدة التي تتأثر بعدد كبير من المؤثرات والعوامل المختلفة ، ولذا أفاد في أبحاث العلوم السياسية ، والدراسات التجارية كتحليل العوامل المؤثرة في أسعار السلع المختلفة ، والأوراق المالية .

---

(١) الارتباط المتعدد Multiple Correlation
(٢) الارتباط الجزئي المتعدد Multiple Partial Correlation
(٣) الانحدار المتعدد Multiple Regression

وأجور العمال، والنقل، واستعانت به الأبحاث الطبية فى تحليل الظواهر المرضية المختلفة وتصنيفها تصنيفاً علمياً مميزاً، وطبق بنجاح فى أبحاث العلوم الطبيعية وخاصة فى دراسة مدى تأثر الأشعة الكونية بالضغط ودرجات الحرارة والارتفاع والعوامل الأخرى التى تتصل بها من قريب أو بعيد.

وهكذا ندرك الأهمية العلمية التطبيقية للتحليل العاملى.

الأسس العلمية للتحليل العاملى

تقوم فكرة التحليل العاملى على المنهج الاستقرائى، ولذا تنطوى وسائله تحت إطار العلوم التجريبية. وهو يعتمد فى تدعيم هذا المنهج على بعض الأسس الإحصائية الرياضية التى تقوم فى جوهرها على معادلة جبرية بسيطة لاتتعدى فى صورتها الأولى معادلة الدرجة الأولى.

وسنبين أهم تلك الأسس فى الفقرات التالية: —

المنهج العلمى للتحليل العاملى منهج استقرائى

تنقسم مناهج البحث العلمى إلى نوعين رئيسين: المنهج التجريبى، والمنهج الرياضى. ويبدأ المنهج التجريبى بالجزئيات لينتهى منها إلى الكليات. أى أنه يبدأ بالملاحظة العلمية والتجارب العديدة ثم يستخلص من نتائج هذه الأبحاث المفاهيم الرئيسية التى تربطها جميعاً فى فكرة واحدة أو قانون واحد. ويسمى هذا النوع من البحث بالمنهج الاستقرائى(١)، لأنه يحاول أن يستغرق خواص الجزئيات ليصل من ذلك إلى كلياتها العامة.

ويبدأ المنهج الرياضى بالكليات وينتهى إلى الجزئيات، أى أنه يبدأ

---

(١) الاستقراء Deduction

بالمفاهيم والأفكار الرئيسية ثم ينتهي إلى نواحيها الخاصة . فالهندسة مثلا تبدأ بالبديهية (١) ، والتعريف (٢) ، والمسلمات (٣) ، لتنتهي من ذلك كله إلى نظرياتها المعروفة ، ويسمى هذا النوع من البحث بالمنهج الاستنباطي (٤) ، لأنه يقوم على استنباط الجزء من الكل .

ويعتمد التحليل الطائفي على المنهج التجريبي أي المنهج الاستقرائي لأنه يقوم في جوهره على الملاحظة الجزئية للسلوك ، وينتهي إلى استنتاج العوامل والقدرات التي تؤثر على هذا السلوك .

ويبدأ التحليل الطائفي بحساب معاملات الارتباط وتسجيلها في مصفوفة تصلح لهذا النوع من التحليل وينتهي إلى الكشف عن العوامل التي أدت إلى ذلك الارتباط . لكنه في اعتماده المباشر على الارتباط يعتمد بطريقة غير مباشرة على درجات الاختبارات التي أدت إلى ذلك الارتباط ويعتمد أيضاً على مفردات تلك الاختبارات التي حُسبت درجاتها وهكذا يرقى صُعُداً من المفردات إلى الاختبارات إلى الارتباط والعوامل ، ثم ينتهي إلى القدرات ، أو غير ذلك من النواحي التطبيقية المختلفة . أي أنه يتخفف في كل خطوة يخطوها نحو غايته الأخيرة من الخواص الجزئية للظاهرة التي يبحثها لينتهي من ذلك كله إلى مميزاتها العامة الرئيسية ، كما تدل على ذلك الخطوات المتعاقبة التالية : —

١ — المفردات والاختبارات : لنفرض أن الدراسة التحليلية لميدان

---

(١) البديهية Axiom وهي قضية أعترف بها ولا يحتاج في تأييدها إلى قضايا أبسط منها مثل أنصاف الأشياء المتساوية متساوية .

(٢) التعريف Detinition وهو تحديد الشيء بذكر خواصه المميزة .

(٣) المسلمات Postulates وهي قضية مسلم بصحتها في علم ما مثل بين نقطتين لا يمكن رسم غير مستقيم واحد .

(٤) الاستنباط Induction

البحث أدت إلى اختبار أو تأليف ١٠ إختبارات . بحيث يتألف كل اختبار من ١٠٠ سؤال .

إذن عدد المفردات = ١٠ × ١٠٠
= ١٠٠٠

وبذلك نستطيع أن نقيس فى المختبر الواحد ١٠٠٠ أستجابة لنستغرق بذلك أهم نواحى الظاهرة التى ندرسها .

٢ — الاختبارات والأفراد : ولنفرض أن عدد المختبرين يساوى ٢٠٠
إذن عدد استجابات ٢٠٠ فرد = ١٠٠٠ × ٢٠٠
= ٢٠٠٠٠٠

٣ — معاملات الارتباط : — ونستطيع بعد ذلك أن نحسب معاملات ارتباط المفردات لنبحث الظاهرة بحثاً عميقاً شاملا ، ونستطيع أيضاً أن نحسب معاملات ارتباط الاختبارات التى تلخص درجاتها نتائج استجابات الأفراد على المفردات المختلفة .

وبما أن عدد الاختبارات يساوى ١٠

∴ عدد معاملات الارتباط = $\frac{١٠ (١٠ - ١)}{٢}$

= ٤٥

وذلك لأن عدد معاملات الارتباط = $\frac{ن (ن - ١)}{٢}$

حيث يدل الرمز ن على عدد الاختبارات

٤ — : — فإذا أدى تحليل مثل هذا الارتباط إلى ٣ عوامل لها دلالتها الإحصائية ، فإننا نستطيع أن نلخص جميع نواحى تلك الظاهرة فى هذا العدد

الصغير من العوامل . وقد نستطيع أن نحلل هذه العوامل لنصل من ذلك كله إلى عامل واحد عام يسيطر عليها جميعاً .

وهكذا يتطور التحليل من الجزئيات الكثيرة المختلفة إلى الكل العام الشامل الذي يفسرها جميعاً : فالمنهج العاملي بهذا المعنى منهج استقرائي .

٢ — المعادلة الأساسية للتحليل العاملي

يعتمد تحليل درجات الاختبارات المختلفة إلى مكوناتها العاملية على الجمع البسيط لتلك المكونات ، وبذلك تصبح درجة الفرد في اختبار ما مساوية لمجموع العوامل التي تؤثر في ذلك الاختبار . فإذا فرضنا مثلا أن عدد العوامل التي تؤثر في مادة كالحساب يساوي ٣ فإننا نستطيع أن نحلل درجة أي فرد في الحساب إلى عواملها الأولية في الصورة التالية :

$$د = ا_{١} س_{١} + ا_{٢} س_{٢} + ا_{٣} س_{٣}$$

حيث يدل الرمز د على الدرجة المعيارية للفرد في اختبار الحساب .

والرمز $س_{١}$ على الدرجة المعيارية للفرد في العامل الأول .

والرمز $س_{٢}$ على الدرجة المعيارية للفرد في العامل الثاني .

والرمز $س_{٣}$ على الدرجة المعيارية للفرد في العامل الثالث .

والرمز $ا_{١}$ على تشبع اختبار الحساب بالعامل الأول ، أي معامل ارتباط اختبار الحساب بالعامل الأول

والرمز $ا_{٢}$ على تشبع اختبار الحساب بالعامل الثاني ، أي معامل ارتباط اختبار الحساب بالعامل الثاني .

والرمز $ا_{٣}$ على تشبع اختبار الحساب بالعامل الثالث ، أي معامل ارتباط اختبار الحساب بالعامل الثالث .

وهكذا ندرك أن التحليل العاملي يعتمد على الدرجات المعيارية في الاختبارات والعوامل ، في صياغة معادلاته الأساسية التي تنطوي تحت معادلات الدرجة الأولى .

٣ — تباين الاختبار يساوي مجموع مربعات تشبعاته

تدل التشبعات (١) على معاملات ارتباط الاختبار بالعوامل ، وقد سبق أن رمزنا لها بالرمز ا . وسنوضح فيما يلي أن مجموع مربعات هذه التشبعات يساوي تباين درجات الاختبار أي أن :

$$\text{التباين} = \text{مجـ}\,\text{ا}^2$$

$$= \text{ا}_1^2 + \text{ا}_2^2 + \text{ا}_3^2 \qquad \text{في مثالنا السابق}$$

لكن هذا التباين يساوي واحداً صحيحاً لأن درجات الاختبار درجات معيارية ؛ وتباين الدرجات المعيارية يساوي واحداً صحيحاً .

$$\therefore \text{ا}_1^2 + \text{ا}_2^2 + \text{ا}_3^2 = 1$$

وهكذا بالنسبة لأي عدد من تلك التشبعات . وسنحاول في التحليل التالي أن نبرهن على أساس هذه الفكرة ، وسنقصر تحليلنا على تشبعات عاملين ا_1 ، ا_2 للبساطة والإيجاز .

$$\therefore \text{د} = \text{ا}_1\text{س}_1 - \text{ا}_2\text{س}_2$$

$$\therefore \text{د}^2 = \text{ا}_1^2\text{س}_1^2 + \text{ا}_2^2\text{س}_2^2 + 2\,\text{ا}_1\text{ا}_2\text{س}_1\text{س}_2$$

$$\therefore \text{مجـ}\,\text{د}^2 = \text{ا}_1^2\,\text{مجـ}\,\text{س}_1^2 + \text{ا}_2^2\,\text{مجـ}\,\text{س}_2^2 + 2\,\text{ا}_1\text{ا}_2\,\text{مجـ}\,\text{س}_1\text{س}_2$$

$$\therefore \frac{\text{مجـ}\,\text{د}^2}{\text{ن}} = \text{ا}_1^2\frac{\text{مجـ}\,\text{س}_1^2}{\text{ن}} + \text{ا}_2^2\frac{\text{مجـ}\,\text{س}_2^2}{\text{ن}} + 2\,\text{ا}_1\text{ا}_2\frac{\text{مجـ}\,\text{س}_1\text{س}_2}{\text{ن}}$$

---

(١) التشبعات Saturations

وذلك بتربيع المعادلة ا لأولى وقد جمعنا هذه الحدود بالنسبة لجميع الأفراد وتركنا تشبعات الاختبار بالعوامل خارج هذا المجموع لأنه لا يتأثر مباشرة بالفرد ، ثم حسبنا المتوسط بقسمة المعادلة على ن أى على عدد الأفراد .

لكن $\frac{\text{مج}\ د^{2}}{ن}$ = تباين الدرجات المعيارية د

$\therefore \frac{\text{مج}\ د^{2}}{ن} = 1$

وكذلك $\frac{\text{مج}\ س_{1}^{2}}{ن}$ = تباين الدرجات المعيارية $س_{1}$

$\therefore \frac{\text{مج}\ س_{1}^{2}}{ن} = 1$

وكذلك $\frac{\text{مج}\ س_{2}^{2}}{ن} = 1$ لأنها أيضاً تدل على تباين الدرجات المعيارية $س_{2}$

ولكن $\frac{\text{مج}\ س_{1}س_{2}}{ن}$ = معامل ارتباط العامل الأول بالعامل الثانى لأن $س_{1}$ ، $س_{2}$ درجات معيارية .

$\therefore \frac{\text{مج}\ س_{1}س_{2}}{ن}$ = صفر لأن هذه العوامل غير مرتبطة .

وعندما نعوض تلك القيم فى المعادلة السابقة نرى أن :

$1 = أ_{1}^{2} + أ_{2}^{2} + \text{صفر}$

$\therefore 1 = أ_{1}^{2} + أ_{2}^{2}$

وكذلك بالنسبة لأى عدد من العوامل .

وبما أن الطرف الأيمن لتلك المعادلة يدل على تباين الدرجات المعيارية للاختبار . إذن فتباين الاختبار يساوى مجموع مربعات تشبعاته بالعوامل

المختلفة . وبما أن تباين الدرجات المعيارية يساوى واحداً صحيحاً لأن انحرافها المعيارى يساوى واحداً صحيحاً . إذن مجموع مربعات تشبعات العوامل يساوى واحداً صحيحاً .

والمثال العددى التالى يوضح هذه الفكرة .

لنفرض أن المعادلة التالية تدل على التكوين العاملى لاختبار ما

$$= \text{ا}_{١}\text{س}_{١} + \text{ا}_{٢}\text{س}_{٢} + \text{ا}_{٣}\text{س}_{٣} + \text{ا}_{٤}\text{س}_{٤} + \text{ا}_{٥}\text{س}_{٥}$$

ولنفرض أن

$$= ٠,٥ \text{ ، } \text{ا}_{٢} = ٠,٧ \text{ ؛ } \text{ا}_{٣} = ٠,٤ \text{ ، } \text{ا}_{٤} = ٠,١ \text{ ا}_{٥} = ٠,٣$$

$$\text{ى} = ٠,٥\,\text{س}_{١} + ٠,٧\,\text{س}_{٢} + ٠,٤\,\text{س}_{٣} + ٠,١\,\text{س}_{٤} + ٠,٣\,\text{س}_{٥}$$

يحسب مجموع مربعات هذه التشبعات بالطريقة التالية :

$$\text{مجموع مربعات التشبعات} = (٠,٥)^{٢} + (٠,٧)^{٢} + (٠,٤)^{٢} + (٠,١)^{٢} + (٠,٣)^{٢}$$

$$= ٠,٢٥ + ٠,٤٩ + ٠,١٦ + ٠,٠١ + ٠,٠٩$$

$$= ١,٠٠$$

٤ — العوامل المشتركة والمنفردة

تنقسم العوامل فى صورتها الحديثة إلى نوعين رئيسيين : مشتركة (١) . ومنفردة (٢) ، فأما المشتركة فتوجد فى اختبارين أو أكثر ، وأما المنفردة فتوجد فى اختبار واحد فقط وهى ما كان يسميها سبيرمان الخاصة رغم اشتمالها على الخاصة والمغتربة كما سنبين ذلك .

وتنقسم المشتركة إلى ثلاثة أنواع : فأما الأولى فتوجد فى اختبارين فقط

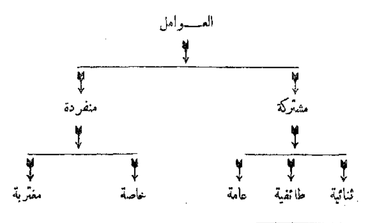
(١) عوامل مشتركة Common Factors

(٢) عوامل منفردة Unique Factors

وتسمى بالثنائية (١) ، وأما الثانية فتوجد فى ثلاثة اختبارات أو أكثر لكنها لاتوجد فى جميع اختبارات التجربة وتسمى طائفية لوجودها فى طائفة من تلك الاختبارات ، وأما الثالثة فتوجد فى جميع اختبارات التجربة وتسمى عامة بالنسبة لتلك الاختبارات التى تحتوى عليها .

وتنقسم المنفردة إلى نوعين : فأما الأولى فهى التى تميز الاختبار عن غيره تمييزاً حاداً قوياً ولذا لاترتبط بالأنواع المختلفة للعوامل المشتركة ولا بأنواع العوامل المنفردة وتسمى العوامل الخاصة ، وأما الثانية فتدل على عدم ثبات الاختبار أو الخطأ الإحصائى للمقياس ، ونقترح تسميتها المغتربة (٢) .

والتنظيم التالى يوضح فكرة هذه العوامل ، ويؤكد وظيفة التحليل العاملى فى تصنيف الظواهر العلمية المختلفة ، وتقسيمها إلى أصول وفروع ، أو أجناس وأنواع ، شأنه فى ذلك شأن بقية العلوم الأخرى .



---

(١) عوامل ثنائية Doublet Factors

(٢) عوامل مغتربة Factors of Unreliability

وبذلك تتلخص الصورة العامة للتحليل الطائفي في المعادلة التالية :

الدرجة المعيارية = $أ_{ش}\ س_{ش} + أ_{ف}\ س_{ف}$

$= أ_{ش}\ س_{ش} + أ_{ط}\ س_{ط} + أ_{خ}\ س_{خ} + أ_{غ}\ س_{غ}$

حيث يدل الرمز ش على العوامل المشتركة

والرمز ف على العوامل المنفردة

والرمز ط على العوامل الطائفية

والرمز خ على العوامل الخاصة

والرمز غ على العوامل المغترية

وقد أغفلنا ذكر العوامل الثنائية في تلك المعادلة لأنها حالة خاصة من العوامل الطائفية التي ما زالت في سبيل التكوين .

٥ — علاقة الاشتراكيات بتشبعات العوامل

بما أن مجموع مربعات التشبعات يساوى تباين الدرجات المعيارية للاختبار ، وهذا بدوره يساوى واحداً صحيحاً .

وبما أن هذه التشبعات تدل على العوامل المشتركة والمنفردة .

إذن فتباين الدرجات المعيارية يدل على مجموع التباين الاشتراكي والمنفرد ، أي أن :

تباين الدرجات المعيارية للاختبار

= مجموع تباين العوامل المشتركة + مجموع تباين العوامل المنفردة

لكن تباين الدرجات المعيارية للاختبار = ١

$\therefore ١ = ش^{2} + ف^{2}$

حيث يدل الرمز ش^2 على تباين العوامل المشتركة ، التي تسمى اصطلاحياً بالاشتراكيات (١) .

ويدل الرمز ف^2 على تباين العوامل المنفردة .

$$\therefore \text{ش}^2 = 1 - \text{ف}^2$$

هذا ويهدف التحليل العاملي إلى معرفة الاشتراكيات ش^2 ؛ ثم يستنتج منها تباين العوامل المنفردة أو ف^2 بالمعادلة السابقة .

وبما أن ف^2 تتكون من تباين العامل الخاص ، والعامل الاعترابي . وبما أن تباين العامل الاعترابي يرتبط بثبات الاختبار الذي يحسب تجريبياً من الدرجات . إذن يمكن استنتاج القيمة العددية للعامل الخاص .

هذا وغالباً ماينتهي التحليل عند معرفة تشبعات العوامل المشتركة لأنها المحور الذي تقوم عليه مكونات الاختبارات والمقاييس المختلفة ، ولأنها تمهد السبيل لتصنيف تلك النواحي تبعاً لما بينها من تداخل وتشابك .

٦ علاقة الارتباط بتشبعات العوامل المشتركة

يدل التحليل التالي على أن ارتباط أي اختبارين يساوي مجموع حاصل ضرب تشبعات العوامل المشتركة . فإذا فرضنا مثلا أن المعادلة التي تدل على المكونات العاملية لدرجة فرد ما في إختبار الحساب هي :

$$\text{د}_1 = \text{ا}_1 \text{س}_1 + \text{ا}_2 \text{س}_2$$

وأن المعادلة التي تدل على المكونات العاملية لدرجة هذا الفرد في اختبار الجبر هي :

---

(١) الاشتراكيات Communalities

$$ى_ب = ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢$$

حيث يدل الرمز ى ا على الدرجة المعيارية للفرد فى اختبار الحساب

والرمز ى ب على الدرجة المعيارية للفرد فى اختبار الجبر

والرمز ا١ على تشبع اختبار الحساب بالعامل الأول .

والرمز ا٢ على تشبع اختبار الحساب بالعامل الثانى

والرمز ب١ على تشبع اختبار الجبر بالعامل الأول .

والرمز ب٢ على تشبع اختبار الجبر بالعامل الثانى

والرمز س١ على الدرجة المعيارية للفرد فى العامل الأول

والرمز س٢ على الدرجة المعيارية للفرد فى العامل الثانى

فإننا نحصل على المعادلة التالية بضرب المعادلة الأولى فى الثانية .

$$ى_ا ى_ب = ا_١ ب_١ س_١^٢ + ا_٢ ب_٢ س_٢^٢ + ا_١ ب_٢ س_١ س_٢$$
$$+ ا_٢ ب_١ س_١ س_٢$$

ويحسب المتوسط بالجمع والقسمة على عدد الأفراد المساوى لـ ن كما يلى :

$$\frac{مج ى_ا ى_ب}{ن} = ا_١ ب_١ \frac{مج س_١^٢}{ن} + ا_٢ ب_٢ \frac{مج س_٢^٢}{ن} + ا_١ ب_٢ \frac{مج س_١ س_٢}{ن}$$
$$+ ا_٢ ب_١ \frac{مج س_١ س_٢}{ن}$$

ولكن :

$$\therefore \frac{مج ى_ا ى_ب}{ن} = \text{معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثانى ،}$$

لأن ى ا ، ى ب ، درجات معيارية

$$\therefore \frac{\text{مجـ د}_{\text{ا}}\,\text{د}_{\text{ب}}}{\text{ن}} = \text{ر}_{\text{اب}}$$

$$\therefore \frac{\text{مجـ س}_{1}^{2}}{\text{ن}} = \text{تباين الدرجات المعيارية للعامل الأول}$$

$$\therefore \frac{\text{مجـ س}_{1}^{2}}{\text{ن}} = 1$$

$$\therefore \frac{\text{مجـ س}_{1}^{2}}{\text{ن}} = \text{تباين الدرجات المعيارية للعامل الثانى}$$

$$\therefore \frac{\text{مجـ س}_{2}^{2}}{\text{ن}} = 1$$

$$\therefore \frac{\text{مجـ س}_{1}\,\text{س}_{2}}{\text{ن}} = \text{معامل ارتباط العامل الأول بالعامل الثانى}$$

، وبما أن هذه العوامل غير مرتبطة ، إذن فمعامل ارتباطها يساوى صفراً .

$$\therefore \frac{\text{مجـ س}_{1}\,\text{س}_{2}}{\text{ن}} = \text{صفر}$$

وعندما نعوض هذه القيم فى المعادلة السابقة نحصل على :

$$\text{ر}_{\text{اب}} = \text{ا}_{1}\text{ب}_{1} + \text{ا}_{2}\text{ب}_{2} + \text{صفر} + \text{صفر}$$

$$\text{ر}_{\text{اب}} = \text{ا}_{1}\text{ب}_{1} + \text{ا}_{2}\text{ب}_{2}$$

فى مثالنا هذا .

وهكذا بالنسبة لأى عدد من الاختبارات والعوامل المشتركة .

فإذا فرضنا أن ا$_{١}$ = ٠,٤ ، ب$_{١}$ = ٠,٥

وأن ا$_{٢}$ = ٠,٣ ، ب$_{٢}$ = ٠,٢

∴ ر ا ب = ا$_{١}$ ب$_{١}$ + ا$_{٢}$ ب$_{٢}$

= ٠,٤ × ٠,٥ + ٠,٣ × ٠,٢

= ٠,٢٠ + ٠,٦

= ٠,٢٦

ولهذه الفكرة أهميتها الإحصائية فى معرفة العوامل المشتركة كما سنرى ذلك فى تحليلنا المقبل لطريقة حساب تشبعات تلك العوامل .

اختيار الاختبارات المناسبة للتحليل العاملى

يلجأ المشتغلون بالتحليل العاملى إلى تنظيم الاختبارات التى يهدفون إلى تحليلها بحيث يكشفون بذلك التنظيم عن الأنواع الرئيسية لتلك الاختبارات، وعن عدد كل نوع منها ؛ وعن مدى تعقيد أو بساطة الميادين التى تقيسها تلك الاختبارات،وعن مستويات الصعوبة والسهولة التى تصل إليها مستويات القياس المختلفة .

وسنحاول فى الفقرات التالية أن نبين أثر هذه النواحى على عملية التحليل العاملى ونتائجها النهائية .

١ — علاقة عدد الاختبارات بعدد العوامل

يحدد الباحث بادىء ذى بدء ميدان قياسه ومجال دراسته ، ثم يقسمه إلى أنواع رئيسية، ثم يمثل لكل نوع من هذه الأنواع بثلاثة اختبارات أو أكثر .

وتقوم فكرة هذا التصنيف على ما قامت عليه فكرة العينة الطبقية ، حتى يحقق البحث قياس الامتدادات المختلفة لميدان تلك الدراسة . فقياس القدرة العددية مثلا بنوع واحد من الاختبارات التي تقوم على عملية الطرح قصور في خطة البحث وخطأ في تنظيمه . ولذا يجب أن يشتمل قياس هذه القدرة على العمليات الحسابية الرئيسية التي تتلخص في الجمع والطرح والضرب والقسمة ، وأن يحتوي أيضاً على التفكير الحسابي وغير ذلك من النواحي المختلفة ، لذلك النشاط . وستقرر نتائج التحليل الأهمية النسبية لتلك الاختبارات وتحدد أكثر الاختبارات تشبعاً بهذه القدرة ، وقد يستبعد هذا التحليل بعض تلك الاختبارات وخاصة عندما يهبط تشبعها بالعامل إلى الصفر .

هذا ويعتمد تحديد عدد الاختبارات لكل عامل بثلاثة على المعادلة التالية :

$$\text{ر} \leq \tfrac{1}{2}\left[(\text{٢ن} + ١) - \sqrt{\text{٨ن} + ١}\right]$$

حيث يدل الرمز ر على عدد العوامل (١)

ويدل الرمز ن على عدد الاختبارات

ويدل الرمز $\leq$ على أقل من ، أو يساوي

فإذا فرضنا أن ن = ١

$$\therefore \text{ر} \leq \tfrac{1}{2}\left[(٢ \times ١ + ١) - \sqrt{٨ \times ١ + ١}\right]$$

$$\leq \tfrac{1}{2}\left[٣ - \sqrt{٩}\right]$$

$$\leq \tfrac{1}{2}\left[٣ - ٣\right]$$

$$\therefore \text{ر} \leq \text{صفر}$$

---

(١) رمزنا إلى عدد العوامل بالرمز ر لأنه يدل على رتبة مصفوفة الارتباط .

وهكذا لا يصلح اختيار واحد لفصل واحد .

وإذا فرضنا أن $ن = ٢$

$$\therefore ر \leqq \frac{١}{٢}\left[(٢\times٢+١) - \sqrt{٨\times٢+١}\right]$$
$$\leqq \frac{١}{٢}\left[٥ - \sqrt{١٧}\right]$$
$$\leqq \frac{١}{٢}\left[٥ - ٤,١٢\right]$$
$$\leqq \frac{١}{٢}\times ٠,٨٨$$
$$\therefore ر \leqq ٠,٤٤$$

إذن فعندما يصبح عدد الاختبارات مساوياً لـ ٢ يصبح عدد العوامل مساوياً لـ ٠,٤٤ ، وهذا أقل من الواحد الصحيح .

وإذا فرضنا أن $ن = ٣$

$$\therefore ر \leqq \frac{١}{٢}\left[(٢\times٣+١) - \sqrt{٨\times٣+١}\right]$$
$$\leqq \frac{١}{٢}\left[٧ - \sqrt{٢٥}\right]$$
$$\leqq \frac{١}{٢}\left[٧ - ٥\right]$$

$$\therefore ر \leqq ١$$

إذن فعندما يصبح عدد الاختبارات مساوياً لـ ٣ يصبح عدد العوامل مساوياً لعامل واحد ، وبذلك نرى أن أقل عدد من الاختبارات يصلح لفصل العامل هو ٣ .

ويمكن أن نبين أن عدد الاختبارات التي تؤدي إلى فصل عاملين يساوي ٥ وذلك بالتعويض في المعادلة السابقة ، كما تدل على ذلك الخطوات التالية .

$$ن \geq \tfrac{١}{٢}\left[(١ + ٥ \times ٢) - \sqrt{١ + ٥ \times ٨}\right]$$
$$\geq \tfrac{١}{٢}\left[١١ - \sqrt{٤١}\right]$$
$$\geq \tfrac{١}{٢}\left[١١ - ٦,٤٠\right]$$
$$\geq \tfrac{١}{٢} \times ٤,٦٠$$
$$\therefore ن \geq ٢,٣ \quad \text{أى ٢ تقريباً}$$

ويمكن أيضاً أن نبين أن عدد الاختبارات التى تؤدى إلى فصل ٣ عوامل هو ٦ وهكذا نستطيع أن نقرر العدد المناسب من الاختبارات لفصل العوامل المختلفة وذلك بالتعويض فى المعادلة السابقة .

هذا ويدل الجدول(١) رقم ١٣٣ على علاقة عدد العوامل بعدد الاختبارات .

عدد العوامل	عدد الاختبارات	عدد العوامل	عدد الاختبارات
١	٣	٦	١٠
٢	٥	٧	١٢
٣	٦	٨	١٣
٤	٨	٩	١٤
٥	٩	١٠	١٥

(جدول ١٣٣)
علاقة عدد العوامل بعد الاختبارات

ويبين هذا الجدول التداخل القائم بين الاختبارات فى فصلها للعوامل ، وهكذا نستطيع مثلا أن نفسر فصل ٥ اختبارات لعاملين بالطريقة المبينة بالجدول رقم ١٣٤ .

(1) Thurstone, L. L, Multiple --Factor Analyeis. 1947. P. 294.

الاختبارات	العامل الأول	العامل الثاني
أ	×	
ب	×	
حـ	×	×
ء		×
هـ		×

(جدول ١٣٤)

إحدى الصور المتكثفة لتشبعات ٥ اختبارات بعاملين

حيث يدل العمود الأول على الاختبارات وتدل علامات (×) المبينة بالعمود الثاني على تشبعات الاختبارات أ ، ب ، حـ ، بالعامل الأول ، وتدل أيضاً علامات (×) المبينة بالعمود الثالث على تشبعات الاختبارات حـ، ء، هـ بالعامل الثاني ، وهكذا ندرك أن كل عامل من هذين العاملين قد قام في جوهره على ثلاثة اختبارات ، وأن تشبعات الاختبار حـ ترتبط بالعامل الأول والثاني ، وبذلك يصبح هذا الاختبار أكثر تعقيداً من الاختبارات الأخرى لاحتوائه على عاملين .

٢ — التعقيد والبساطة

يقاس مدى تعقيد الاختبار وبساطته بعدد العوامل المشبع بها . وأبسط الاختبارات ما كان مشبعاً بعامل واحد ، وبذلك تصبح الاختبارات أ ، ب ، ء ، هـ المبينة بالجدول رقم ١٣٤ أبسط عاملياً من الاختبارات جـ لتشبع كل منها بعامل واحد فقط ولتشبع الاختبار جـ بالعاملين الأول والثاني معاً .

وبما أن هدف التحليل العاملي هو فصل العوامل المختلفة فصلا واضحاً متمايزاً ، إذن فالاختبارات المعقدة تعوق عملية الفصل والاختبارات البسيطة تؤدي إلى سهولة التحليل ووضوح العوامل وتمايزها .

وللبساطة أهميتها القصوى في عملية تحويل العوامل إلى قدرات بإدارة محاورها كما سنبين ذلك في دراستنا لهذه الفكرة ، وهكذا يحول تعقيد الاختبارات دون الإدارة الناجحة لتلك المحاور ، ويحول أيضاً دون التفسير النفسي للعوامل التي يسفر عنها التحليل لتداخلها وانتشارها في الأبعاد المختلفة للظاهرة التي نبحثها .

ويرتبط التعقيد العاملي للاختبارات ارتباطاً مباشراً بتحليل مكوناتها ، ولما كان هذا التحليل لا يتحقق إلا بعد إعداد الاختبارات وحساب معاملات ارتباطها ، لذلك يلجأ العلماء في تصنيفهم التمهيدي لتلك الاختبارات إلى معرفة العمليات العقلية التي تعتمد عليها استجاباتها ، ويعتمدون أيضاً على نتائج الدراسات العاملية السابقة لتلك الاختبارات أو لأشباهها .

٣ — مستوى السهولة والصعوبة

تدل بعض نتائج الأبحاث التي قام بها جيلفورد (١) J. P. Guilford ، وبيرت C. Burt ، وجون E. John وهرتزمان M. Hertzman وفرجسون G. A. Ferguson وفيرنون (٢) P. E. Vernon على وجود عامل نفسي جديد يدل على مستوى صعوبة الاختبارات . وبذلك قد تتحول الاختبارات السهلة

(1) Guilford, J. P. The Difficulty of à Test and its Factor Composition, Psychom Vol. 6. 1941. P. P, 67 — 77.

(2) Vernon, P.E, An Application of Factorial Analysis to TheStudy of test item B. J. Psychol. Stat. Sec., Vol, III, 1950, P.P. 1-16.

إلى مجرد اختبارات فى سرعة الإجابة لأنها تعجز عن أن تصل إلى المستوى المناسب للدلالة على العامل والقدرة ، ولأنها تقارب بين مستويات الذين يعلمون والذين لا يعلمون .

وقد تحول الاختبارات الصعبة دون وضوح الفروق الجوهرية القائمة بين الأفراد وذلك لصغر انحرافها المعيارى وتباينها ، ولذا يجب أن يكون مستوى صعوبة الاختبار مناسباً للتحليل .

وقد سبق أن درسنا أصلح المستويات لقياس الفروق الفردية وحددناه بنسبة ٠٫٥٠ لأن التباين يصل فى هذه الحالة إلى نهايته العظمى المساوية لـ ٠٫٢٥ ، ولذا يجب أن تقترب جميع الاختبارات التى نهدف إلى تحليلها من ذلك المستوى لنحصل بذلك على أكبر ما يمكن من التباين أى أن أصلح هذه الاختبارات هى المتوسطة فى صعوبتها .

حساب العوامل المشتركة بالطريقة التقاربية

يبدأ التحليل العاملى بالمصفوفة الارتباطية الشاملة لاختبارات البحث ، وينتهى إلى تلخيصها فى المصفوفة العاملية الموجزة . وتهدف هذه العوامل إلى تصنيف الاختبارات فى فئات أو تجمعات متجانسة بحيث تقيس كل فئة عاملا من تلك العوامل . وتعتمد هذه العملية على فرض قيم عددية للاشتراكيات ليبدأ بها التحليل ، وتنتهى بحساب القيم العددية الصحيحة لتلك الاشتراكيات ، ثم نلجأ إلى مقارنة القيم الفرضية بالقيم المحسوبة ؛ فإذا كان الفرق كبيراً فعلى الباحث أن يعيد التحليل للمرة الثانية بالاشتراكيات التى أسفر عنها التحليل الأول ، ثم يقارن الاشتراكيات الناتجة من ذلك التحليل بالاشتراكيات التى بدأ بها التحليل ، وهكذا تستمر هذه العملية حتى يختفى ذلك الفرق . وقد سبق أن بينا أن الاشتراكيات الاختبارية تساوى مجموع مربعات تشبعات الاختبار

بالعوامل المشتركة . وبما أن التشبعات لا تعرف إلا عندما ينتهى التحليل ؛ وبما أن التحليل يبدأ بها،إذن فمشكلة التحليل العاملى تتلخص فى المعرفة الدقيقة لتلك الاشتراكيات .

هذا ويحاول المشتغلون بالتحليل العاملى أن يفترضوا قيما عددية لتلك الاشتراكيات قبل بدء التحليل ، فمنهم من يجعلها تساوى الواحد الصحيح ، ومنهم من يجعلها تساوى معامل ثبات الاختبار ، ومنهم من يختار أعلى معاملات كل اختبار ليجعلها مساوية لاشتراكياته ، ومنهم من يحاول أن يحسب قيمتها بطرق ملتوية لا تسلم من النقد الرياضى .

وقد توصل مؤلف هذا الكتاب إلى طريقة جديدة فى التحليل العاملى لا تتأثر بالقيم المختلفة لتلك الاشتراكيات الفرضية لأنها تؤدى إلى نفس النتائج مهما اختلفت القيم الفرضية للاشتراكيات ، حتى ولو أصبحت تلك الاشتراكيات الفرضية مساوية للصفر ، ولأنها تظل تعيد حساب تشبعات كل عامل على حدة حتى تثبت قيمها العددية ولا تتأثر بعد ذلك بأى حساب آخر . وتسمى هذه الطريقة بالتقاربية (١) لأنها تقترب من القيم الحقيقية للتشبعات الاختبارات بكل عامل من عواملها خطوة إثر خطوة حتى تصل إلى النتيجة النهائية التى تقف عندها عملية الكشف عن ذلك العامل . وهى تقوم فى فكرتها الرياضية على خضوع التشبعات التقديرية المتتابعة للعامل الواحد للمتسلسلات العددية التقاربية (٢) وتتفق هذه الطريقة الجديدة مع الطريقة المركزية (٣) لثيرستون L. L. Thurstone فى العمليات الحسابية الأولى لتقدير تشبعات

(١) يقترح المؤلف التسمية الانجليزية التالية لهذه الطريقة Convergent Method
(٢) المتسلسلات التقاربية Convergent Series
(٣) الطريقة المركزية Centroid Method

العامل، وتختلف عنها في حسابها لكل عامل على حدة حساباً دقيقاً نهائياً، وتشبه أيضاً في خطوتها الأولى طريقة الجمع البسيط (١) لبيرت C. Burt ولكنها تختلف عنها في عدم تأثرها بترتيب المصفوفة الارتباطية، وتختلف عنها أيضاً في تقديرها النهائي لتشبعات كل عامل.

هذا وسنوضح المعالم الإحصائية لهذه الطريقة بالتفصيل في الخطوات التالية:

١ — مصفوفة الارتباط

يبدأ التحليل العاملي برصد المعاملات الارتباطية في جدول متناسق بالنسبة لقطره. ويسمى هذا الجدول بمصفوفة (٢) معاملات الارتباط، كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٣٥)،

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦	مجـ ر
١		٠,٤٨	٠,٣٦	٠,٤٠	٠,٥٨	٠,٣٠	٢,١٢
٢	٠,٤٨		٠,٠٠	٠,١٦	٠,٧٢	٠,٠٨	١,٤٤
٣	٠,٣٦	٠,٠٠		٠,٦٣	٠,٠٩	٠,٥٤	١,٦٢
٤	٠,٤٠	٠,١٦	٠,٦٣		٠,٢٥	٠,٤٤	١,٨٨
٥	٠,٥٨	٠,٧٢	٠,٥٩	٠,٠٩		٠,١٥	١,٧٩
٦	٠,٣٠	٠,٠٨	٠,٥٤	٠,٥٤	٠,٤٤		١,٥١
مجـ ر	٢,١٢	١,٤٤	١,٦٢	١,٨٨	١,٧٩	١,٥١	١٠,٣٦

(جدول ١٣٥)

مصفوفة معاملات ارتباط ستة اختبارات

(١) طريقة الجمع البسيط — Simple Summation Method

(٢) مصفوفة الارتباط — Correlation Matrix

حيث يدل العمود الرأسى الأول والسطر الأفقى الأول على أرقام الاختبارات ، وتدل الخلايا الداخلية لهذه المصفوفة على معاملات الارتباط . فمثلا معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثانى يساوى ٠,٤٨ ، ومعامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثالث يساوى ٠,٣٦ وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا الجدول . وبما أن معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثانى يساوى معامل ارتباط الاختبار الثانى بالاختبار الأول وهكذا بالنسبة لجميع الاختبارات الأخرى إذن فمعاملات ارتباط خلايا السطر الأفقى الداخلى الأول تساوى معاملات ارتباط خلايا العمود الرأسى الداخلى الأولى وبذلك تتناسق خلايا تلك المصفوفة فى اتجاهيها الأفقى والرأسى .

وتسمى كل خلية تدل على معامل ارتباط الاختبار بنفسه بالخلية القطرية(١) وقد تركت جميع الخلايا القطرية فى تلك المصفوفة شاغرة لأنها تدل فى جوهرها على الاشتراكيات المجهولة .

وتبدأ العمليات الحسابية بجمع أعمدة المصفوفة ، وجمع أسطرها الأفقية لنعلم من ذلك مجموع معاملات ارتباط كل اختبار ولنراجع هذه العمليات وذلك بمقارنة نتائج الأسطر الأفقية بالأعمدة الرأسية التى تناظرها .

٣ — تشبعات العامل الأول

تعتمد طريقة حساب تشبعات العامل الأول على مجموع معاملات ارتباط كل اختبار من اختبارات المصفوفة السابقة ، أى على السطر الأخير من تلك المصفوفة . وتقوم فكرة الطريقة التقاربية على التقدير الأولى لتشبعات العامل الأول مباشرة من تلك المجاميع دون الاعتماد على التقدير الفردى للاشتراكيات أى أن الاشتراكيات بهذا المعنى تساوى صفراً .

(١) الخلية القطرية Diagonal Cell

وتتلخص الخطوة الأولى فى حساب حاصل جمع معامل ارتباط كل اختبار، ثم قسمة هذا الناتج على الجذر التربيعى للمجموع الكلى لمعاملات الارتباط .. وبذلك نحصل على التقدير الأول لتشبعات العامل الأول ، أى أن

$$ا = \frac{مجـ ر}{\sqrt{مجـ (مجـ ر)}}$$

حيث يدل الرمز ا على تشبع أى اختبار بالعامل الأول .

ويدل الرمز مجـ ر على حاصل جمع معاملات ارتباط أى المصفوفة .

كما يوضح ذلك السطر الدال على التقدير الأول لتشبعات العامل الأول فى الجدول رقم (١٣٦) المبين فى الصفحة التالية .

وقد حسب هذا التقدير بالطريقة التالية

١ — المجموع الكلى لمعاملات الارتباط مجـ (مجـ ر) = ١٠,٣٦

٢ — الجذر التربيعى لهذا المجموع $\sqrt{مجـ (مجـ ر)}$ = ٣,٢١٨٧

٣ — مقلوب الجذر التربيعى لهذا المجموع $\frac{١}{\sqrt{مجـ (مجـ ر)}}$ = ٠,٣١٠٧

٤ — التقدير الأول لتشبعات العامل الأول $ا_١$ بالاختبار الأول هو

$$مجـ ر_١ \left(\frac{١}{\sqrt{مجـ (مجـ ر)}} \right) = ٢,١٢ \times ٠,٣١٠٧$$

$$= ٠,٦٦$$

وهكذا بالنسبة للاختبارات الأخرى .

وبما أن الاشتراكيات تساوى حاصل جمع مربعات التشبعات ، وبما أننا لم

	الاختبـــارات ١	٢	٣	٤	٥	٦	مج (مج س)	√مج (مج س)	√مج (مج س)
مج س	٢,١٢	١,٤٤	١,٦٢	١,٨٨	١,٧٩	١,٥١	١٠,٣٦	٣,٢ ٨٧	٠,٣١٠٧
أ١	٠,٦٦	٠,٤٥	٠,٥٠	٠,٥٨	٠,٥٦	٠,٤٧	٣,٢٢	↑→	
(أ١)²	٠,٤٤	٠,٢٠	٠,٢٥	٠,٣٤	٠,٣١	٠,٢٢			
مج س + (أ١)²	٢,٥٦	١,٦٤	١,٨٧	٢,٢٢	٢,١٠	١,٧٣	١٢,١٢	٣,٤٨١٤	٠,٢٨٧٢
أ٢	٠,٧٤	٠,٤٧	٠,٥٤	٠,٦٤	٠,٦٠	٠,٥٠	٣,٤٩	↑→	
(أ٢)²	٠,٥٥	٠,٢٢	٠,٢٩	٠,٤١	٠,٣٦	٠,٢٥			
مج س + (أ٢)²	٢,٦٧	١,٦٦	١,٩١	٢,٢٩	٢,١٥	١,٧٦	١٢,٤٤	٣,٥٢٧٠	٠,٢٨٣٥
أ٣	٠,٧٦	٠,٤٧	٠,٥٤	٠,٦٥	٠,٦١	٠,٥٠	٣,٥٣	↑→	
(أ٣)²	٠,٥٨	٠,٢٢	٠,٢٩	٠,٤٢	٠,٣٧	٠,٢٥			
مج س + (أ٣)²	٢,٧٠	١,٦٦	١,٩١	٢,٣٠	٢,١٦	١,٧٦	١٢,٤٩	٣,٥٣٤١	٠,٢٨٣٠
أ٤	٠,٨٦	٠,٤٧	٠,٥٤	٠,٦٥	٠,٦١	٠,٥٠	٣,٥٣	↑→	

(جدول ١٣٦)

حساب تشبعات العامل الأول بالطريقة التقاربية

نحصل إلا على تشبعات العامل الأول . إذن نستطيع أن نحسب الاشتراكيات الناتجة عن هذا العامل وذلك بتربيع التشبعات التي حصلنا عليها . أي بتربيع قيم ا١ كما يدل على ذلك السطر المسمى ا١٢

وبذلك نستطيع أن نحسب التقدير الثاني للتشبعات وذلك بإضافة تلك الاشتراكيات الى مجموع معاملات ارتباط كل اختبار من تلك الاختبارات . كما يدل على ذلك السطر المسمى مجـ س + ا١٢

فمثلا مجـ س١ = ٢,١٢
وتشبع الاختبار الأول = ٠,٦٦
واشتراكي هذا الاختبار = (٠,٦٦)٢
= ٠,٤٤
∴ مجـ س١ + ا١٢ = ٢,١٢ + ٠,٤٤
= ٢,٥٦

وهكذا بالنسبة لبقية الاختبارات . ثم نستخرج التقدير الثاني ا٢ للتشبعات العامل الأول بنفس الطريقة التي حسبنا بها التقدير الأول لتلك التشبعات ، ونظل نعيد هذه العملية حتى نرى أن التقديرات أصبحت ثابتة . فإذا قارنا مثلا التقدير الثالث لتلك التشبعات بالتقدير الرابع نجد أن الفروق القائمة بينهما قد تلاشت تماماً . وبذلك تصبح التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الأول مساوية للقيم العددية التي يدل عليها الجدول رقم (١٣٧) .

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦
التشبعات النهائية بالعامل الأول	٠,٧٦	٠,٤٧	٠,٥٤	٠,٦٥	٠,٦١	٠,٥٠

(جدول ١٣٧)

التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الأول

وسيدرك القارىء السبب الذى من أجله سميت هذه الطريقة بالتقاربية عندما يقارن التقديرات المتتالية لحاصل جمع التشبعات كما يدل على ذلك التحليل التالى

$$\text{جا}_{١} = ٣,٢٢$$
$$\text{جا}_{٢} = ٣,٤٩$$
$$\text{جا}_{٣} = ٣,٥٣$$
$$\text{جا}_{٤} = ٣,٥٣$$

ويمكن أن نحسب الفروق التقاربية لتلك التقديرات بالطريقة التالية

$$\text{جا}_{٢} - \text{جا}_{١} = ٣,٤٩ - ٣,٢٢ = ٠,٢٧$$
$$\text{جا}_{٣} - \text{جا}_{٢} = ٣,٥٣ - ٣,٤٩ = ٠,٠٤$$
$$\text{جا}_{٤} - \text{جا}_{٣} = ٣,٥٣ - ٣,٥٣ = \text{صفر}$$

هذا وتدل الأسهم المبينة بخلايا العمود $\sqrt{\text{ج}(\text{جـ ر})}$ على المراجعة الإحصائية لكل تقدير من تقديرات تشبعات العامل الأول وذلك لأن

$$\text{جا} = \text{ج}(\text{جـ ر}) \times \frac{١}{\sqrt{\text{ج}(\text{جـ ر})}}$$
$$= \sqrt{\text{ج}(\text{جـ ر})}$$

وبذلك تصبح عملية المراجعة سهلة وميسورة ، فمثلا تدل مراجعة التقدير الأول على أن

$$\text{جا}_{١} = ٣,٢٢$$
$$\sqrt{\text{ج}(\text{جـ ر})} = ٣,٢١٨٧$$
$$= ٣,٢٢ \ \text{تقريباً}$$

وهكذا بالنسبة للتقديرات الأخرى .

٣ — مصفوفة تشبعات العامل الأول

إذا فرضنا أن المصفوفة الارتباطية المبينة بالجدول رقم ١٣٦ لاتقوم فى جوهرها إلاعلى تشبعات العامل الأول فقط فاننا نستطيع أن نحصل على القيم العددية لتلك المصفوفة ، وذلك بضرب تلك التشبعات كما سبق أن بينا ذلك فى الخواص الإحصائية للتشبعات،وهكذا يصبح معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثانى مساوياً لحاصل ضرب تشبع الاختبار الأول بالعامل الأول فى حاصل ضرب تشبع الاختبار الثانى بالعامل الأول .

وبما أن تشبع الاختبار الأول بالعامل الأول $ر_{١ا}$ = ٠,٧٦

وتشبع الاختبار الثانى بالعامل الأول $ر_{٢ا}$ = ٠,٤٧

∴ معامل ارتباط الاختبار الأول بالثانى بفرض أن ذلك الارتباط لا يقوم إلا على هذين التشبعين هو

$$\bar{ر}_{٢١} = ٠,٧٦ \times ٠,٤٧$$

$$= ٠,٣٦$$

وبما أن هذا الارتباط فى حقيقته $ر_{٢١}$ = ٠,٤٨ كما يدل على ذلك جدول ١٣٥

إذن الفرق = ٠,٤٨ — ٠,٣٦

= ٠,١٢

وقد نشأ هذا الفرق فى فرضنا أن المصفوفة الارتباطية لا تقوم إلا على عامل واحد . وبذلك تتلخص الخطوات التالية فى حساب مصفوفة تشبعات العامل الأول كما يدل عليها الجدول رقم (١٢٨) ثم حساب مصفوفة البواقى والكشف عن العامل الثانى بنفس الخطوات التى كشفنا بها عن العامل الأول .

التشبعات	(٠,٧٦)	(٠,٤٧)	(٠,٥٤)	(٠,٦٥)	(٠,٦١)	(٠,٥٠)
(٠,٧٦)		٠,٣٦	٠,٤١	٠,٤٩	٠,٤٦	٠,٣٨
(٠,٤٧)	٠,٣٦		٠,٢٥	٠,٣١	٠,٢٩	٠,٢٤
(٠,٥٤)	٠,٤١	٠,٢٥		٠,٣٥	٠,٣٣	٠,٢٧
(٠,٦٥)	٠,٤٩	٠,٣١	٠,٣٥		٠,٤٠	٠,٣٣
(٠,٦١)	٠,٤٦	٠,٢٩	٠,٣٣	٠,٤٠		٠,٣١
(٠,٥٠)	٠,٣٨	٠,٢٤	٠,٢٧	٠,٣٣	٠,٣١	

جدول ١٣٨

مصفوفة تشبعات العامل الأول وتحسب بضرب تشبعات الاختبارات بالعامل الأول

وتتلخص طريقة مراجعة مصفوفة التشبعات فى مقارنة خلايا الأسطر الأفقية بخـــلايا الأعمدة الرأسية التى تناظرها ، كما تدل على ذلك المقارنات التالية : —

خلايا السطر الأفقى الأول : — ٠,٣٦ ٠,٤١ ٠,٤٩ ٠,٤٦ ٠,٣٨
خلايا العمود الرأسى الأول : — ٠,٣٦ ٠,٤١ ٠,٤٩ ٠,٤٦ ٠,٣٨

خلايا السطر الأفقى الثانى : ٠,٣٦ — ٠,٢٥ ٠,٣١ ٠,٢٩ ٠,٢٤
خلايا العمود الرأسى الثانى : ٠,٣٦ — ٠,٢٥ ٠,٣١ ٠,٢٩ ٠,٢٤

خلايا السطر الأفقى الثالث : ٠,٤١ ٠,٢٥ — ٠,٣٥ ٠,٣٣ ٠,٢٧
خلايا العمود الرأسى الثالث : ٠,٤١ ٠,٢٥ — ٠,٣٥ ٠,٣٣ ٠,٢٧

وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذه المصفوفة .

٤ — مصفوفة بواقي العامل الأول

تحسب مصفوفة بواقي العامل الأول بطرح مصفوفة تشبعات هذا العامل من المصفوفة الارتباطية . وتعتمد الخطوات الحسابية لهذه العملية على طرح كل خلية من خلايا الجدول رقم (١٣) من الخلية التي تناظرها في الجدول رقم (١٣) كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٣) .

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦	مجـ
١		٠,١٢+	٠,٠٥−	٠,٠٩−	٠,١٢+	٠,٠٨−	٠,٠٢+
٢	٠,١٢+		٠,٢٥−	٠,١٥−	٠,٤٣+	٠,١٦−	٠,٠١−
٣	٠,٠٥−	٠,٢٥−		٠,٢٨+	٠,٢٤−	٠,٢٧+	٠,٠١+
٤	٠,٠٩−	٠,١٥−	٠,٢٨+		٠,١٥−	٠,١١+	٠,٠٠
٥	٠,١٢+	٠,٤٣+	٠,٢٤−	٠,١٥−		٠,١٦	٠,٠٠
٦	٠,٠٨−	٠,١٦−	٠,٢٧+	٠,١١+	٠,١٦−		٠,٠٢−
مجـ	٠,٠٢+	٠,٠١−	٠,٠١+	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠٢−	٠,٠٠

(جدول ١٣٩)

مصفوفة بواقي العامل الأول

وبذلك حسبت خلايا السطر الأفقي الأول في مصفوفة البواقي بالطريقة التالية : —

خلايا السطر الأفقي الأول في مصفوفة الارتباط :

٠,٤٨ ٠,٣٦ ٠,٤٠ ٠,٥٨ ٠,٣٠

خلايا السطر الأفقى فى مصفوفة التشبعات :

٠,٣٨   ٠,٤٦   ٠,٤٩   ٠,٤١   ٠,٣٦

خلايا السطر الأفقى فى مصفوفة البواقى :

+ ٠,١٢ — ٠,٠٥ — ٠,٠٩ + ٠,١٢ — ٠,٠٨

وهكذا بالنسبة لبقية الأسطر الأخرى .

هذا وتعتمد طريقة مراجعة مصفوفة البواقى على ما يلى :

١ — مقارنة خلايا الأسطر الأفقية بخلايا الأعمدة الرأسية التى تناظرها، كما راجعنا مصفوفة التشبعات المبينة بالجدول رقم (١٣٨) .

٢ — مقارنة مجموع الأسطر الأفقية بمجموع الأعمدة الرأسية التى تناظرها فمثلا مجموع السطر الأفقى الأول يساوى + ٠,٠٢ ، ومجموع العمود الرأسى الأول يساوى + ٠,٠٢ ، وهكذا بالنسبة للأسطر والأعمدة الأخرى .

٣ — اقتراب المجموع الجبرى لأى سطر أو عمود من الصفر ، أى أن :

مجـ ر ⟵ صفر

حيث يدل الرمز ⟵ على (تقترب من)

وتدل البيانات العددية لهذا الجدول على أن أكبر قيمة عددية لـ مجـ ر تساوى ٠,٠٢ .

٥ — تغيير الاشارات السالبة لمصفوفة البواقى.

تدل مصفوفة البواقى المبينة بالجدول رقم (١٣٩) على معاملات الارتباط القائمة بين الاختبارات بعد عزل أثر العامل الأول . وقد هبطت القيم العددية لتلك الارتباطات بعد طرح تشبعات هذا العامل حتى أصبح بعضها سالباً ، وأثر هذا الهبوط على مجموع معاملات ارتباط بعض الاختبارات فأصبحت هى الأخرى سالبة كمثل الاختبار الثانى الذى أصبح مجموع ارتباطه مساوياً لـ — ٠,٠١ ، وكمثل الاختبار السادس الذى أصبح مجموع ارتباطه مساوياً لـ — ٠,٠٢ .

ويتطلب التحليل العاملي تحويل المجموع السالب إلى مجموع موجب ، وهذا يعني عكس قياس الصفة ، فإذا كان الاختبار السالب يقيس صفة كالكذب ، فإنه يصبح مقياساً للصدق بعد عكس إشارته الجبرية وتحويلها إلى موجبة .

ويبدأ تغيير الإشارات بالاختبار الذي يدل على أكبر مجموع سالب وهو في مثالنا هذا ، الاختبار السادس لأن مجموعه يساوي −٠,٠٢ . فنضع علامة سالبة أمام رقم الاختبار ثم نغير العلامات السالبة إلى موجبة ، والموجبة إلى سالبة في العمود الرأسي الذي يدل على معاملات ارتباط هذا الاختبار وفي السطر الأفقي الذي يدل أيضاً على تلك المعاملات كما يوضح ذلك الجدول رقم (١٤٠)

الاختبارات	١	٢	−٣	−٤	٥	−٦
١		+٠,١٢	±٠,٠٥	±٠,٠٩	+٠,١٢	±٠,٠٨
٢	+٠,١٢		±٠,٢٥	±٠,١٥	٠,٤٣	±٠,١٦ +
−٣	±٠,٠٥	±٠,٢٥		+	±٠,٢٤	+٠,٢٧
−٤	±٠,٠٩	±٠,١٥	+	+٠,٢٨	±٠,١٥	+
٥	+٠,١٢	+٠,٤٣	+٠,٢٨	±٠,١٥		+٠,١١
			±٠,٢٤	+		±٠,١٦
−٦	±٠,٠٨	±٠,١٦	+٠,٢٧	+٠,١١	±٠,١٦	
مج	+٠,٠٢	−٠,٠١	+٠,٠١	٠,٠٠	٠,٠٠	−٠,٠٢
مج (−٦)	+٠,١٨	+٠,٣١	−٠,٥٣	−٠,٢٢	+٠,٣٢	+٠,٠٣
مج (−٣)	+٠,٢٨	+٠,٨١	+٠,٥٣	−٠,٧٨	+٠,٨٠	+٠,٥٦
مج (−٤)	+٠,٤٦	+١,١١	+١,٠٩	+٠,٧٨	+١,١٠	+٠,٨٧

(جدول ١٤٠)

تغيير الإشارات السالبة لمصفوفة البواقي

وبذلك يصبح مجموع معاملات ارتباط الاختبار السادس مساوياً لـ + ٠,٠٢ بعد أن كان مساوياً لـ — ٠,٠٢ كما يدل على ذلك التوضيح التالي :—

معاملات ارتباط الاختبار السادس قبل تغيير الإشارات السالبة (+ ٦) هو :

— ٠,٠٨ — ٠,١٦ — ٠,٢٧ + ٠,١١ — ٠,١٦ = — ٠,٠٢

ومعاملات ارتباط الاختبار السادس بعد تغيير الإشارات السالبة (— ٦) هو :

+ ٠,٠٨ + ٠,١٦ — ٠,٢٧ — ٠,١١ + ٠,١٦ = + ٠,٠٢

وقد رصدنا المجموع الجديد لكل اختبار بعد تغيير الإشارة الجبرية الاختبار السادس فى السطر الأفقى المسمى مج ر (— ٦) فأصبح بذلك مجموع الاختبار الأول مساوياً لـ + ٠,١٨ بدل أن كان مساوياً لـ + ٠,٠٢ وهكذا بالنسبة للاختبارات الأخرى .

وتدل نتيجة هذه العملية على أن أكبر مجموع سالب هو — ٠,٥٣ ، ولذا تغير إشارات الاختبار الثالث بنفس الطريقة التى غيرت بها إشارات الاختبار السادس ثم برصد المجموع الجديد فى السطر المسمى مج ر (— ٣) ، وهكذا نرى أن المجموع السالب فى هذا السطر هو — ٠,٧٨ ولذا تغير إشارات الاختبار الرابع بنفس الطريقة السابقة ، وتنتهى عملية تغيير الإشارات السالبة عندما يصبح مجموع معاملات كل اختبار موجباً كما يدل على ذلك السطر الأخير المسمى مج ر (— ٤) .

٦ — حساب تشبعات العامل الثانى

تحسب تشبعات العامل الثانى بنفس الطريقة التى حسبت بها تشبعات العامل الأول كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٤١)

	الاختبارات						مج (مج س)	$\sqrt{مج(مج س)}$	$\frac{١}{\sqrt{مج(مج س)}}$
	١	٢	٣ –	٤ –	٥	٦ –			
مج س	٠,٤٦	١,١١	١,٠٩	٠,٧٨	١,١٠	٠,٧٨	٥,٣٢	٢,٣٠٦٥	٠,٤٣٣٦
$ب_{١}$	٠,٢٠	٠,٤٨	٠,٤٧	٠,٣٤	٠,٤٨	٠,٣٤	٢,٣١	↑→	
$ب_{١}^{٢}$	٠,٠٤	٠,٢٣	٠,٢٢	٠, ٢	٠,٢٣	٠,١٢			
مج س + $ب_{١}^{٢}$	٠,٥٠	١,٣٤	٠,٣١	٠,٩٠	٠,٣٣	٠,٩٠	٦,٢٨	٢,٥٠٦٠	٠,٣٩٩٠
$ب_{٢}$	٠,٢٠	٠,٥٣	٠,٥٢	٠,٣٦	٠,٥٣	٠,٣٦	٢,٥٠	↑→	
$ب_{٢}^{٢}$	٠,٠٤	٠,٢٨	٠,٢٧	٠,١٣	٠,٢٨	٠,١٣			
مج س + $ب_{٢}^{٢}$	٠,٥٠	١,٣٩	١,٣٦	٠,٩١	١,٣٨	٠,٩١	٦,٤٥	٢,٥٣٩٧	٠,٣٩٣٨
$ب_{٣}$	٠,٢٠	٠,٥٥	٠,٥٤	٠,٣٦	٠,٥٤	٠,٣٦	٢,٥٥	↑→	
$ب_{٣}^{٢}$	٠,٠٤	٠,٣٠	٠,٢٩	٠,١٣	٠,٢٩	٠,١٣			
مج س + $ب_{٣}^{٢}$	٠,٥٠	١,٤١	١,٣٨	٠,٩١	١,٣٩	٠,٩١	٦,٥٠	٢,٥٤٩٥	٠,٣٩٢٢
$ب_{٤}$	٠,٢٠	٠,٥٥	٠,٥٤	٠,٣٦	٠,٥٥	٠,٣٦	٢,٥٦	↑→	
$ب_{٤}^{٢}$	٠,٠٤	٠,٣٠	٠,٢٩	٠,١٣	٠,٣٠	٠,١٣			
مج س + $ب_{٤}^{٢}$	٠,٥٠	١,٤١	١,٣٨	٠,٩١	١,٤٠	٠,٩١	٦,٥١	٣,٥٥١٥	٠,٣٩١٩
$ب_{٥}$	٠,٢٠	٠,٥٥	٠,٥٤	٠,٣٦	٠,٥٥	٠,٣٦	٢,٥٦	↑→	

(جدول ١٤١) حساب تشبعات العامل الثانى بالطريقة التقاربية

ويمكن أن نحسب الفروق التقاربية لمجموع التشبعات المتتالية بالطريقة التـــالية :

مج ب٢ − مج ب١ = ٢,٥٠ − ٢,٣١ = ٠,١٩

مج ب٣ − مج ب٢ = ٢,٥٥ − ٢,٥٠ = ٠,٠٥

مج ب٤ − مج ب٣ = ٢,٥٦ − ٢,٥٥ = ٠,٠١

مج ب٥ − مج ب٤ = ٢,٥٦ − ٢,٥٦ = صفر

وبذلك تصبح التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الثانى مساوية للقيم العددية التى يدل عليها الجدول رقم (١٤٢) .

الاختبارات	١	٢	٣ —	٤ —	٥	٦ —
التشبعات النهائية بالعامل الثانى	٠,٢٠	٠,٥٥	٠,٥٤	٠,٣٦	٠,٥٥	٠,٣٦

(جدول ١٤٢)

التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الثانى

٧ — مصفوفة تشبعات العامل الثانى

تحسب مصفوفة تشبعات العامل الثانى بنفس الطريقة التى حسبت بها مصفوفة تشبعات العامل الأول كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٤٣) .

وتبين الخلايا الداخلية لهذه المصفوفة أثر العامل الثـانى على معاملات الارتباط التى بدأ بها التحليل ، كما دلت مصفوفة تشبعات العامل الأول على أثر ذلك العامل فى معاملات الارتباط

التشبعات	(٠,٣٠)	(٠,٥٥)	(٠,٥٤)	(٠,٣٦)	(٠,٥٥)	(٠,٣٦)
(٠,٣٠)		٠,١١	٩,١١	٠,٠٧	٠,١١	٠,٠٧
(٠,٥٥)	٠,١١		٠,٣٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٢٠
(٠,٥٤)	٠,١١	٠,٣٠		٠,١٩	٠,٣٠	٠,١٩
(٠,٣٦)	٠,٠٧	٠,٢٠	٠,١٩		٠,٢٠	٠,١٣
(٠,٥٥)	٠,١١	٠,٣٠	٠,٣٠	٠,٣٠		٠,٢٠
(٠,٣٦)	٠,٠٧	٠,٢٠	٠,١٩	٠,١٣	٠,٢٠	

(جدول ١٤٣)
مصفوفة تشبعات العامل الثانى وتحسب بضرب تشبعات الاختبارات بالعامل الثانى

٨ — مصفوفة بواقى العامل الثانى وتغيير الاشارات السالبة

تحسب مصفوفة بواقى العامل الثانى بنفس الطريقة التى حسبت بها مصفوفة بواقى العامل الأول أى بطرح مصفوفة تشبعات العامل الثانى المبينة بالجدول رقم (١٤٣) من مصفوفة بواقى العامل الأول بعد تغيير إشارتها، أى من المصفوفة المبينة بالجدول رقم (١٤٠). وقد رصدنا نتائج هذه العملية فى الجدول رقم (١٤٤). ثم غيرنا الإشارات السالبة للاختبارات التى يدل مجموع خلاياها على علامات سالبة أى للاختبارات ٤، ٣، ٥ كما سبق أن بينا ذلك فى تغييرنا لأشارات مصفوفة بواقى العامل الثانى.

٩ — حساب تشبعات العامل الثالث

تحسب تشبعات العامل الثالث بنفس الطريقة التى حسبت بها تشبعات العامل الثانى كما يدل على ذلك جدول (١٤٥) ويمكن أن نحسب الفروق التقاربية لمجموع التشبعات بالطريقة التالية: —

مجـج$_{٢}$ — مجـج$_{١}$ = ١,٢٢ — ١,١١ = ٠,١١

مجـج$_{٣}$ — مجـج$_{٢}$ = ١,٢٦ — ١,٢٢ = ٠,٠٤

مجـج$_{٤}$ — مجـج$_{٣}$ = ١,٢٦ — ١,٢٦ = صفر

الاختبارات	١	٢	٣—	٤—	٥	٦—
١		+٠,٠١	٠,٠٦$^{+}_{-}$	٠,٠٢$^{-}_{+}$	+٠,٠١	٠,٠١$^{-}_{+}$
٢	+٠,٠١		٠,٠٥$^{+}_{-}$	٠,٠٥$^{+}_{-}$	+٠,١٣	٠,٠٤$^{+}_{-}$
٣—	٠,٠٦$^{+}_{-}$	٠,٠٥$^{+}_{-}$		٠,٠٩$^{+}_{+}$	٠,٠٦$^{+}_{-}$	٠,٠٨$^{+}_{+}$
٤—	٠,٠٢$^{-}_{+}$	٠,٠٥$^{+}_{-}$	٠,٠٩$^{+}_{+}$		٠,٠٥$^{+}_{-}$	٠,٠٢$^{-}_{-}$
٥	+٠,٠١	+٠,١٢	٠,٠٦$^{+}_{-}$	٠,٠٥$^{+}_{-}$		٠,٠٤$^{+}_{-}$
٦—	٠,٠١$^{-}_{+}$	٠,٠٤$^{+}_{-}$	٠,٠٨$^{+}_{+}$	٠,٠٢$^{-}_{-}$	٠,٠٤$^{+}_{-}$	
مجـ س	—٠,٠١	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠١	—٠,٠١	—٠,٠١
مجـ س (٤—)	—٠,٠٥	+٠,١٠	١,١٨	+٠,٠١	+٠,٠٩	+٠,٠٣
مجـ س (٣—)	+٠,٠٧	+٠,٢٠	+٠,١٨	+٠,١٩	+٠,٢١	—٠,١٣
مجـ س (٦—)	+٠,٠٥	+٠,٢٨	+٠,٣٤	+٠,١٥	+٠,٢٩	+٠,١٣

جدول ١٤٤

مصفوفة بواقي العامل الثاني بعد تغيير الإشارات

	الاختبارات ١	٢	٣—	٤—	٥	٦—	مج (مج ر)	$\sqrt{\text{مج (مج ر)}}$	$\frac{1}{\sqrt{\text{مج (مج ر)}}}$
مج ر	٠,٠٥	٠,٢٨	٠,٣٤	٠,١٥	٠,٢٩	٠,١٣	١,٢٤	١,١١٣٦	٠,٨٩٨٠
ج١	٠,٠٤	٠,٢٥	٠,٣١	٠,١٣	٠,٢٦	٠,١٢	١,١١		
ج٢١	٠,٠٠	٠,٠٦	٠,١٠	٠,٠٢	٠,٠٧	٠,٠١			
مج ر + ج٢١	٠,٠٥	٠,٣٤	٠,٤٤	٠,١٧	٠,٣٦	٠,١٤	١,٥٠	١,٢٢٤٧	٠,٨١٦٥
ج٢	٠,٠٤	٠,٢٨	٠,٣٦	٠,١٤	٠,٢٩	٠,١١	١,٢٢		
ج٢٢	٠,٠٠	٠,٠٨	٠,١٣	٠,٠٢	٠,٠٨	٠,٠١			
مج ر + ج٢٢	٠,٠٥	٠,٣٦	٠,٤٧	٠,١٧	٠,٣٧	٠,١٤	١,٥٦	١,٢٤٩٠	٠,٨٠٠٦
ج٣	٠,٠٤	٠,٢٩	٠,٣٨	٠,١٤	٠,٣٠	٠,١١	١,٢٦		
ج٢٣	٠,٠٠	٠,٠٨	٠,١٤	٠,٠٢	٠,٠٩	٠,٠١			
مج ر + ج٢٣	٠,٠٥	٠,٣٦	٠,٤٨	٠,١٧	٠,٣٨	٠,١٤	١,٥٨	١,٢٥٧٠	٠,٧٩٥٦
ج٤	٠,٠٤	٠,٢٩	٠,٣٨	٠,١٤	٠,٣٠	٠,١٤	١,٢٦		

(جدول ١٤٥)

حساب تشبعات العامل الثالث بالطريقة التقاربية

وبذلك تصبح التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الثالث مساوية للقيم العددية التي يدل عليها الجدول رقم (١٤٦)

الاختبارات	١	٢	٣ —	٤ —	٥	٦ —
التشبعات النهائية بالعامل الثالث	٠,٠٤	٠,٢٩	٠,٣٨ —	٠,١٤	٠,٣٠	٠,١١

(جدول ١٤٦)

التشبعات النهائية للاختبارات بالعامل الثالث

١٠ — مصفوفة تشبعات العامل الثالث

تحسب مصفوفة تشبعات العامل الثالث بنفس الطريقة التي حسبت بها مصفوفة تشبعات العامل الأول كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٤٧)

وتبين الخلايا الداخلية لهذه المصفوفة أثر العامل الثالث على معاملات الارتباط التي بدأنا بها التحليل . وهو كما يبدو أثر صغير جـــداً ، فأكبر القيم العددية لتلك الخلايا لا يتجاوز ٠,١١ ، وأكثرها يقترب من الصفر أو يساويه .

التشبعات	(٠,٠٤)	(٠,٢٩)	(٠,٣٨)	(٠,١٤)	(٠,٣٠)	(٠,١١)
(٠,٠٤)		٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠١	٠,٠٠
(٠,٢٩)	٠,٠١		٠,١١	٠,٠٤	٠,٠٩	٠,٠٣
(٠,٣٨)	٠,٠٢	٠,١١		٠,٠٥	٠,١١	٠,٠٤
(٠,١٤)	٠,٠١	٠,٠٤	٠,٠٥		٠,٠٤	٠,٠٢
(٠,٣٠)	٠,٠١	٠,٠٩	٠,١١	٠,٠٤		٠,٠٣
(٠,١١)	٠,٠٠	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٢	٠,٠٣	

(جدول ١٤٧)

مصفوفة تشبعات العامل الثالث وتحسب بضرب تشبعات الاختبارات بالعامل الثالث

١١ — مصفوفة بواقي العامل الثالث

تحسب مصفوفة بواقي العامل الثالث بنفس الطريقة التي حسبت بها مصفوفة بواقي العامل الأول . كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٤٨)

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٠,٠٠٠	٠,٠٤	-٠,٠٣	٠,٠٠	-٠,٠١
٢	٠,٠٠		-٠,٠٦	+٠,٠١	+٠,٠٤	+٠,٠١
٣	+٠,٠٤	-٠,٠٦		+٠,٠٤	-٠,٠٥	+٠,٠٤
٤	-٠,٠٣	+٠,٠١	+٠,٠٤		+٠,٠١	-٠,٠٤
٥	٠,٠٠	+٠,٠٤	-٠,٠٥	+٠,٠١		+٠,٠١
٦	-٠,٠١	+٠,٠١	+٠,٠٤	-٠,٠٤	+٠,٠١	
مج ر	٠,٠٠	٠,٠٠	+٠,٠١	٠,٠١	+٠,٠١	+٠,٠١

جدول (١٤٧)
مصفوفة بواقي العامل الثالث

وبذلك يدل هذا الجدول على مصفوفة البواقي النهائية التي يقف عندها التحليل لأن عدد الاختبارات لا يحتمل أكثر من ثلاثة عوامل كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا لعلاقة عدد العوامل بعدد الاختبارات ولأن القيم العددية لخلايا هذه المصفوفة اصغر من أن تحتوى على أى عامل آخر ، ولأن الخطأ المعيارى للعامل الثالث يدل على أن دلالته الإحصائية ليست من القوة بحيث تؤكد وجوده أو وجود عامل آخر بعده ، كما سنبين ذلك في حسابنا للدلالة الإحصائية لتلك العوامل .

الاختبارات	تشبعات العوامل			مربعات التشبعات			الاشتراكيات	الانفراديات
	أ	ب	ح	$أ^2$	$ب^2$	$ج^2$	$ش^2$	$ف^2$
١	٠,٧٦	٠,٢٠	٠,٠٤	٠,٥٨	٠,٠٤	٠,٠٠	٠,٦٢	٠,٣٨
٢	٠,٤٧	٠,٥٥	٠,٢٩	٠,٢٢	٠,٣٠	٠,٠٨	٠,٦٠	٠,٤٠
٣	٠,٥٤	٠,٥٤ —	٠,٣٨ —	٠,٢٩	٠,٢٩	٠,١٤	٠,٧٢	٠,٢٨
٤	٠,٦٥	٠,٣٦ —	٠,١٤ —	٠,٤٢	٠,١٣	٠,٠٢	٠,٥٧	٠,٤٣
٥	٠,٦١	٠,٥٥	٠,٣٠	٠,٣٧	٠,٣٠	٠,٠٩	٠,٧٦	٠,٢٤
٦	٠,٥٠	٠,٢٦	٠,١١ —	٠,٢٥	٠,١٣	٠,٠١	٠,٣٩	٠,٦١
المجموع				٢,١٣	١,١٩	٠,٢٤	٣,٦٦	٢,٣٤
المتوسط				٠,٣٥٥٠	,١٩٨٣	,٠٥٦٧	٠,٦١٠٠	٠,٣٩٠٠
النسبة المئويه				٣٥,٥٠	١٩,٨٣	٥,٦٧	٦١,٠٠	٣٩,٠٠

(جدول ١٤٩)

تشبعات الاختبارات بعواملها المشتركة ، والاشتراكيات والانفراديات

النتيجة النهائية للتحليل العاملي

ينتهي بنا التحليل العاملي بالطريقة التقاربية إلى فصل ثلاثة عوامل مشتركة ا ، ب ، حـ ، وتتلخص تشبعات الاختبارات المختلفة بتلك العوامل في الجدول رقم (١٤٩) .

وهكذا نرى أن العامل الأول ا مشترك بين جميع اختبارات هذا البحث ، فهو بهذا المعنى عام بالنسبة لتلك الاختبارات كما تدل على ذلك تشبعاته حيث يبلغ أكبرها ٧٦, ٠ وأقلها ٤٧, ٠ ولكن هذه العمومية مقصورة على ٦ اختبارات . وسنرى بعد ذلك أن العامل الأول ا يمثل كل ما في هذه الاختبارات من نواحي مشتركة ، ويميل في تشبعاته نحو الصفة الغالبة على اختبارات البحث ، فإذا كان أغلبها اختبارات عددية ، فإن العامل الأول يميل نحو الناحية العددية ، وإذا كان أغلبها اختبارات لفظية فإنه يميل نحو هذه الناحية اللفظية كما يبدو ذلك في الزيادة الرقمية لتشبعاته في الاتجاه العددي أو الاتجاه اللفظي . وأيا كان الرأي في هذا العامل فهو يمثل المتوسط العام الخام لكل اختبارات البحث ، وسنرى كيف نفهم معناه النفسي عند دراستنا لتدوير المحاور العاملية .

أما العامل الثاني ب فهو يشترك بطريقة إيجابية في الاختبارات ١ ، ٢ ، ٥ ويشترك بطريقة سلبية في الاختبارات ٣ ، ٤ ، ٦ . أي أنه يقسم هذه الاختبارات إلى فئتين أو طائفتين ، فهو بهذا المعنى عامل طائفي .

أما العامل الثالث جـ فهو يقسم الاختبارات أيضاً إلى فئتين ، لكن تشبعاته تدل على أنه إحدى عوامل البواقي ، أو العوامل التي تظهر في نهاية التحليل كنتيجة للتقريب في العمليات الحسابية التي تلازم كل خطوة من خطوات التحليل . والإبقاء على هذا العامل لا يضير البحث بل يساعد على تفسير العوامل

السابقة لأنه يعطى الباحث حرية أكبر فى إدارة محاور عوامله كما سنرى ذلك فى نهاية هذا الفصل .

وتدل مربعات التشبعات على التباين العاملى للاختبارات وبذلك يصبح مجموع مربعات تشبعات أى اختبار مساوياً لاشتراكى هذا الاختبار أى $ش^2$. وبما أن تباين الدرجات المعيارية للاختبار يساوى ١ إذن فالجزء الباقى من ذلك التباين يدل على الانفراديات $ف^2$ أى أن

$$ف^2 = 1 - ش^2$$

لأن $ف^2 + ش^2 = 1$ كما سبق أن بينا ذلك

وهكذا نستطيع أن نحلل كل اختبار من اختبارات البحث إلى مكوناته الرئيسية كما يدل على ذلك التوضيح التالى :

١ — المكونات العاملية للاختبار الأول :

٦٢ ٪ عوامل مشتركة ، وهى تشتمل على

٥٨ ٪ العامل الأول

٤ ٪ العامل الثانى

٣٨ ٪ عوامل منفردة

٢ — المكونات العاملية للاختبار الثالث

٧٢ ٪ عومل مشتركة ، وهى تشتمل على

٢٩ ٪ العامل الأول

٢٩ ٪ العامل الثانى

١٤ ٪ العامل الثالث

٢٨ ٪ عوامل منفردة

وهكذا بالنسبة للاختبارات الأخرى .

ويدل هذا الجدول على الأثر النسبي لكل عامل في التكوين العاملي العام للبحث . أو النسبة المئوية لتباين العوامل المختلفة بالنسبة للتباين العام . والتحليل التالي يوضح هذه الفكرة :

(١) مجموع مربعات تشبعات العامل الأول = ٢,١٣

متوسط مربعات التشبعات = $\frac{٢,١٣}{٦}$ = ٠,٣٥٥٠

∴ النسبة المئوية لتباين العامل الأول =

٠,٣٥٥٠ × ١٠٠ = ٣٥,٥٠

(٢) مجموع مربعات تشبعات العامل الثاني = ١,١٩

متوسط مربعات التشبعات = $\frac{١,١٩}{٦}$ ٠,١٩٨٣

∴ النسبة المئوية لتباين العامل الثاني =

٠,١٩٨٣ × ١٠٠ = ١٩,٨٣

(٣) مجموعة مربعات التشبعات العامل الثالث = ٠,٣٤

متوسط مربعات التشبعات = $\frac{٠,٣٤}{٦}$ = ٠,٠٥٦٧

∴ النسبة المئوية لتباين العامل الثالث =

٠,٠٥٦٧ × ١٠٠ = ٥,٦٧

(٤) مجموع النسب المئوية لتباين العوامل المشتركة =

٣٥,٥٠ + ١٩,٨٣ + ٥,٦٧ = ٦١,٠٠

= مجموع الاشتراكيات

= مج ش٢

(٥) مجموع النسب المئوية لتباين العوامل المنفردة = ٣٩,٠٠

= مج ف٢

(٦) التباين الكلى = ٦١,٠٠ + ٣٩,٠٠

= ١٠٠

= مج ش٢ + مج ف٢

وهكذا نستطيع أن نعلم الأهمية النسبية لكل عامل من العوامل المشتركة والعلاقة القائمة بين أثر العوامل المشتركة وأثر العوامل المنفردة فى المكونات الرئيسية لاختبارات البحث .

هذا ويدل الجدول السابق على أن أكبر العوامل تأثيراً فى التباين الكلى هو العامل الأول ، يليه العامل الثانى ، وأن أضعف هذه العوامل تأثيراً هو العامل الأخير .

الأخطاء المعيارية للعوامل المشتركة

تحسب الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعوامل بمعادلة بيرت(١) C. Burt وبانكس C. Banks التالية :

$$ع_ر = \frac{(١ - ر^٢)\sqrt{ت}}{\sqrt{ن(ت - ب + ١)}}$$

حيث يدل الرمز ع ر على الخطأ المعيارى للتشبع ر

(1) Burt, C., Banks, C., A Factor Analysis of Body Measurements. for British Adult Males., Ann. Eugen., 1947, P. P. 238 - 256.

والرمز س على تشبع الاختبار بالعامل
والرمز ت على عدد الاختبارات التي حللت .
والرمز ن على عدد الأفراد
والرمز ب على رتبة العامل كمثل العامل الأول أو الثاني أو الثالث ، وهكذا بالنسبة لبقية العوامل .

ويقترح فيرنون[1] P. E. Vernon الطريقة التالية لمعرفة حد الدلالة الإحصائية للعوامل المشتركة .

١ — تحسب الأخطاء المعيارية لتشبعات العوامل .

٢ — تضرب هذه الأخطاء في ٢ وبذلك تضاعف قيمتها العددية .

٣ — تقارن التشبعات بضعف أخطائها المعيارية .

٤ — التشبعات التي لها دلالة إحصائية تؤكد وجودها هي التي تزيد قيمتها العددية عن ضعف أخطائها المعيارية .

٥ — التشبعات التي ليست لها دلالة إحصائية تؤكد وجودها ، هي التي تنقص قيمتها العددية عن ضعف أخطائها المعيارية .

٦ — عندما يزيد عدد التشبعات التي لها دلالة إحصائية عن النصف تصبح للعامل دلالة إحصائية تؤكد وجوده .

٧ — عندما ينقص عدد التشبعات التي لها دلالة إحصائية عن النصف

---

(1) Vernon, P., The Structure of Human Abilities. 1950, P. 130, foot — note, No 1.

لا تصبح للعامل دلالة إحصائية تؤكد وجوده ، وهذا يدل على الحد الذي ينتهي عنده التحليل العاملي .

١ — الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الأول

إذا علمنا أن عدد الأفراد يساوى ١٠٠ فإننا نستطيع أن نحسب دلالة الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الأول وذلك بالتعويض في المعادلة السابقة ، وبذلك نرى أن .

ت = ٦

ں = ١٠٠

ب = ١

$$\text{إذن} \quad ع_ر = \frac{(١ - ر^٢) \sqrt{٦}}{\sqrt{١٠٠ (٦ - ١ + ١)}}$$

$$= (١ - ر^٢) \times \frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{١٠٠} \times \sqrt{٦}}$$

$$= \frac{١}{١٠} \times (١ - ر^٢)$$

$$\therefore \quad ع_ر = (١ - ر^٢) \times ٠{,}١$$

والجدول رقم (١٥٠) يدل على الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعامل الأول ، وعلى ضعف تلك الأخطاء المعيارية .

الاختبارات	ر	ر²	١ − ر²	ع ر	٢ × ع ر
١	٠,٧٦	٠,٥٨	٠,٤٢	٠,٠٤	٠,٠٨
٢	٠,٤٧	٠,٢٢	٠,٧٨	٠,٠٨	٠,١٦
٣	٠,٥٤	٠,٢٩	٠,٧١	٠,٠٧	٠,١٤
٤	٠,٦٥	٠,٤٢	٠,٥٨	٠,٠٦	٠,١٢
٥	٠,٦١	٠,٣٧	٠,٦٣	٠,٠٦	٠,١٢
٦	٠,٥٠	٠,٢٥	٠,٧٥	٠,٠٨	٠,١٦

(جدول ١٥٠)

الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعامل الأول

وهكذا نرى أن لجميع تشبعات العامل الأول دلالة إحصائية تؤكد وجود هذا العامل لان القيم العددية لجميع تلك التشبعات تزيد عن ضعف أخطائها المعيارية .

٢ ـ الاخطاء المعيارية لتشبعات العامل الثانى

تحسب الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الثانى بالتعويض فى المعادلة السابقة عن قيمة ب التى أصبحت تساوى ٢

إذن $$ع_ر = \frac{(-ر^٢)\sqrt{٦}}{\sqrt{١٠٠(٦-٢+١)}}$$

$$= (١-ر^٢) \times \frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٥٠٠}}$$

$$= (١ - ر^{٢}) \times ٠,١ \times \sqrt{\tfrac{٦}{٥}}$$

$$\therefore ع_ر = (١ - ر^{٢}) \times ٠,١٠٩٥$$

والجدول رقم (١٥١) يدل على الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعامل الثانى ، وعلى ضعف تلك الأخطاء المعيارية .

الاختبارات	ر	ر²	١ – ر²	ع ر	٢ × ع ر
١	٠,٠٢	٠,٠٤	٠,٩٦	٠,١١	٠,٢٢
٢	٠,٥٥	٠,٣٠	٠,٧٠	٠,٠٨	٠,١٦
٣	٠,٥٤-	٠,٢٩	٠,٧١	٠,٠٨	٠,١٦
٤	٠,٣٦-	٠,١٣	٠,٨٧	٠,١٠	٠,٢٠
٥	٠,٥٥	٠,٣٠	٠,٧٠	٠,٠٨	٠,١٦
٦	٠,٣٦-	٠,١٣	٠,٨٧	٠,١٠	٠,٢٠

(جدول ١٥١)

الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعامل الثانى

وهكذا نرى أن التشبع الذى يهبط عن ضعف الخطأ المعيارى هو تشبع الاختبار الأول ، وأن جميع التشبعات الأخرى تزيد فى قيمتها العددية عن ضعف أخطائها المعيارية . وتدل هذه البيانات على تأكيد وجود العامل الثانى .

٣ – الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الثالث

تحسب الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الثالث بالتعويض فى المعادلة السابقة عن قيمة ب التى أصبحت تساوى ٣ .

إذن $\text{ع}_{\text{ر}} = \frac{(1 - \text{ر}^2)\sqrt{6}}{\sqrt{100(6 - 2 + 1)}}$

$$= (1 - \text{ر}^2) \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{400}}$$

$$= (1 - \text{ر}^2) \times \frac{\sqrt{6}}{20}$$

$$= (1 - \text{ر}^2) \times 0{,}1225$$

والجدول رقم (١٥٢) يدل على الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعامل الثالث وعلى ضعف تلك الأخطاء .

الاختبارات	ر	ر٢	١ − ر٢	ع ر	٢ × ع ر
١	٠,٠٤	٠,٠٠	١,٠٠	٠,١٢	٠,٢٤
٢	٠,٢٩	٠,٠٨	٠,٩٢	٠,١١	٠,٢٢
٣	٠,٣٨-	٠,١٤	٠,٨٦	٠,١١	٠,٢٢
٤	٠,١٤-	٠,٠٢	٠,٩٨	٠,١٢	٠,٢٤
٥	٠,٣٠	٠,٠٩	٠,٩١	٠,١١	٠,٢٢
٦	٠,١١-	٠,٠١	٠,٠١	٠,١٢	٠,٢٤

(جدول ١٥٢)
الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات بالعامل الثالث

وهكذا نرى أن التشبعات التي تهبط عن ضعف أخطائها المعيارية هي تشبعات الاختبارات ١ ، ٤ ، ٦ وهذا يساوي نصف اختبارات البحث . ولذا نشك في الدلالة الإحصائية لوجود العامل الثالث . أي أن التحليل العاملي

يجب أن ينتهي عند هذا الحد ولا تحتوي مصفوفة معاملات الارتباط على أكثر من ثلاثة عوامل . وسنبقى على هذا العامل الثالث لأنه يقع على حدود تلك الثقة .

التدوير المتعامد [1] للعوامل

كان الرواد الأول للتحليل العاملي يؤكدون فقط وجود العامل المشترك الأول ويهملون العوامل الأخرى ؛ ثم يرتفعون بهذا العامل إلى مستوى العمومية ويسمونه العامل العام ، ويفسرون بعد ذلك نتائجهم التجريبية في هذا الإطار المحدود . ثم ظهرت بعد ذلك فكرة العوامل الطائفية فامتد نطاق العوامل المشتركة حتى شمل تلك العوامل الجديدة . وقد حاول دعاة تلك الفكرة بادىء ذى بدء أن يفسروا تلك العوامل كما يسفر عنها البحث . ثم تبين للمشتغلين بهذه الدراسات أن التشبعات العددية لتلك العوامل ماهى إلا إحدى الصور الممكنة ، وليست هي الحالة الوحيدة لتلك التشبعات ، بل وليست أيضاً أقرب تلك الصور إلى التفسير العلمي للظاهرة . ولذا نشطت الأبحاث التي تهدف إلى الكشف عن الصورة العملية لتلك العوامل . وقد توصل ثيرستون L. L. Thurston إلى إدارة محاور العوامل إدارة تصل به إلى التفسير العملي المناسب لتشبعات تلك العوامل .

وتتلخص عملية إدارة محاور العوامل في تحديد مواقع الاختبارات بالنسبة لإطار جديد يكسبها معنى واضحاً مفهوماً . ولنضرب لذلك مثل الذى يحدد مواقع داره بالنسبة للدور المجاورة لها ، والذى يحدد موقعها بالنسبة لأحد المعالم الشهيرة في المدينة كمجرى النهر أو ميدان عام أو حديقة معروفة . ومثل ذلك

---

(١) التدوير المتعامد Orthogonal Rotation

أيضاً كمثل الذى يحدد موقع مدينة كالمنصورة بالنسبة للقاهرة والاسكندرية، والذى يحدد موقع المنصورة بالنسبة لخطوط الطول والعرض. فإذا بدأنا بتحديد موقع المنصورة بالنسبة لمحاور القاهرة والإسكندرية فعلينا أن نحول محاور القاهرة والإسكندرية إلى محاور خطوط الطول والعرض لنعلم موقع المنصورة بالنسبة للمحاور الجديدة التى نصطلح عليها.

وهكذا ندرك معنى عملية تدوير العوامل، وقد سميت هذه العملية بالتدوير المتعامد لأنها تحتفظ بالتعامد القائم بين العوامل الأصلية، وهى بهذا المعنى تختلف عن طريقة التدوير المائل (١) للمحاور التى لا تحتفظ بتعامد تلك العوامل، وأنما تتركها تتخذ لنفسها الميل الملائم لها ويدل التعامد على أن معاملات ارتباط العوامل تساوى صفراً. أى أن العوامل بهذا المعنى تصنف الاختبارات إلى فئات غير مرتبطة، وهكذا يصبح التقسيم حاداً غير متداخل.

وتتلخص عملية التدوير المتعامد للمحاور فى البحث عن التكوين البسيط (٢) للعوامل. وتتحقق فكرة هذا التكوين عندما تصبح الاختبارات بسيطة، والعوامل الطائفية واضحة، ويقترح ثيرستون الشروط التالية للوصول إلى التكوين البسيط.

١ — بساطة الاختبار

أى أن تصبح على الأقل إحدى تشبعات الاختبار مساوية للصفر، وبذلك يقل تعقيد الاختبار وتزداد بساطته، ويصبح تفسير تشبعاته أمراً سهلا ميسوراً.

٢ — طائفية العامل

أى أن لا يقل عدد التشبعات العاملية المساوية للصفر عن عدد العوامل.

---

(١) التدوير المائل Oblique Rotation

(٢) التكوين البسيط Simple Structure

فإذا كان عد العوامل مساوياً لـ ٣ فيجب أن يصبح عدد التشبعات الصفرية لـكل عامل من تلك العوامل مساوياً لـ ٣ على الأقل . وبذلك يتحدد نطاق العامل ولا ينتشر بتشبعاته لـكل اختبـارات البحث ، وتتحدد تبعاً لذلك صفته الطائفية .

٣ — الإقتران البسيط

أى أن تقترن التشبعات الـكبيرة لأى عامل بالتشبعات الصغيرة لعامل آخر ، فإذا كان مثلا تشبع الاختبار الأول بالعامل الأول كبيراً فيستحسن أن يكون تشبعه بأى عامل آخر صغيراً . ويجب أن يكون عدد هذا الاقتران البسيط مساوياً على الأقل لعدد العوامل .

الطريقـة الثنائية لتدوير العوامل

تعد الطريقة الثنائية لتدوير العوامل (١) أبسط الطرق المعروفة للتدوير المتعـامد .

وتتلخص العمليات الرئيسية لهذه الطريقة فى الخطوات التالية .

١ — ترتيب عمليات التدوير

تبدأ هذه الطريقة بترتيب عمليات إدارة المحاور بحيث يستغرق هذا الترتيب جميع احتمالاتها الثنائية ؛ وبذلك يصبح ترتيب إدارة المحاور لمثالنا هذا كما يلى :

ا	ب	تُـدار	إلى	اَ بَ
اَ	حـ	ء	إلى	اً حَ
بَ	حَ	ء	إلى	بً حً

حيث تدل الرموز ا ب حـ على العوامل الأصلية

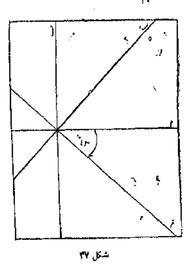
(١) الطريقة الثنائية للتدوير Two — By — Two Rotation

وتدل الرموز اَ بَ حَ على التدوير الأول لتلك العوامل

وتدل الرموز اً بً حً على التدوير الثاني والنهائي لتلك العوامل

٢ — تدوير ا ب إلى اَ بَ

تبدأ هذه الخطوة برسم مواقع الاختبارات بالنسبة للعاملين ا ب كما يدل على ذلك الرسم البياني الموضح بالشكل رقم (٣٧) ثم ندير المحورين المتعامدين ا ب إلى وضعهما الجديد اَ بَ بحيث نقترب بهذه الإدارة من فكرة تبسيط الاختبارات ، وذلك بتصغير التشبعات التي تقبل هذا التصغير . وقد اخترنا زاوية الإدارة مساوية لـ ٤٣° لنصغّر بذلك تشبعات الاختبارات ٣ ، ٦ ، ٤ بالعامل بَ ولنصغّر تشبعات الاختبارين ٢ ، ٥ بالعامل اَ وقد راعينا أن نصغّر أيضاً القيم السالبة لتلك التشبعات .



شكل ٣٧

تدوير ا ب إلى اَ بَ

وتتلخص عملية حساب تشبعات الاختبارات بالنسبة للمحاور الجديدة أَ بَ فى الجدول رقم (١٥٣)

الاختبارات	ا	ب	أَ	بَ
١	٠٫٧٦	٠٫٢٠	٠٫٤٢	٠٫٦٦
٢	٠٫٤٧	٠٫٥٥	-٠٫٠٣	٠٫٧٢
٣	٠٫٥٤	٠٫٥٤	٠٫٧٦	٠٫٠٣
٤	٠٫٦٥	-٠٫٣٦	٠٫٧٢	٠٫١٨
٥	٠٫٦١	٠٫٥٥	٠٫٠٧	٠٫٨٢
٦	٠٫٥٠	-٠٫٣٦	٠٫٦١	٠٫٠٨
مجموع المربعات	٢٫١٣	١٫٢٠	١٫٦٥	١٫٦٧
المراجعة	٣٫٢٣		٣٫٣٢	

جدول ١٥٣

تدوير ‖ ا ب ‖ إلى ‖ أَ بَ ‖

وتقوم فكرة هذه الطريقة على الاستعانة بجيب زاوية التدوير وجيب تمامها فى حساب التشبعات الجديدة وتتلخص معادلة التدوير فى الصورة التاليه وذلك عندما تكون الإدارة فى إتجاه حركة عقرب الساعة (١)

$$\begin{Vmatrix} أَ & بَ \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} ا & ب \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} جتا ٤٣° & جا ٤٣° \\ - جا ٤٣° & جتا ٤٣° \end{Vmatrix}$$

(١) عندما تكون الإدارة فى عكس اتجاه حركة عقرب الساعة تتخذ معادلة التدوير الصورة التالية

$$\begin{Vmatrix} أَ & بَ \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} ا & ب \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} جتا ٤٣° & - جا ٤٣° \\ جا ٤٣° & جتا ٤٣° \end{Vmatrix}$$

حيث يدل الرمز || أَ   بَ || على مصفوفة العاملين أ ، ب بعد ادارتها
ويدل الرمز || أ   ب || على مصفوفة العاملين أ ، ب قبل الإدارة
وبما أن جتا ٤٣° = ٠,٧٣
و   جا ٤٣° = ٠,٦٨

إذن تتحول معادلة التدوير إلى الصورة التالية

|| أَ   بَ || = || أ   ب || × || ٠,٧٣   ٠,٦٨ ; −٠,٦٨   ٠,٧٣ ||

وتتخلص عملية ضرب المصفوفة الأولى للعاملين أ ، ب في المصفوفة الثانية المكونة من جتا ٤٣°، جا ٤٣° في الضرب الاقترانى لسطور المصفوفة الأولى في أعمدة المصفوفة الثانية لنحصل على الناتج . كما يدل على ذلك التوضيح التالى :

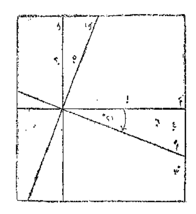
تشبع الاختبار الأول بالعامل أَ =[٠,٧٦×٠,٧٣]+[٠,٢٠×(−٠,٦٨)]
= ٠,٥٥٤٨ − ٠,١٣٦٠
= ٠,٤١٨٨
= ٠,٤٢ تقريباً

تشبع الاختبار الأول بالعامل بَ = [٠,٧٦ × ٠,٦٨] + [٠,٢٠ × ٠,٧٣]
= ٠,٥١٦٨ + ٠,١٤٦٠
= ٠,٦٦٢٨
= ٠,٦٦ تقريباً

وهكذا بالنسبة لتشبعات بقية الاختبارات الأخرى . وتعتمد فكرة مراجعة العمليات الحسابية على أن مجموع مربعات تشبعات العاملين أ، ب يساوى مجموع مربعات تشبعات العاملين أَ ، بَ كما يدل على ذلك جدول ١٥٣

٣ – تدوير أ َ حـ إلى أ ً حـ ً

نبدأ هذه الخطوة برسم مواقع الاختبارات بالنسبة للعاملين أ َ حـ كما يدل على ذلك الرسم البياني الموضح بالشكل رقم (٢٨) ثم ندير المحورين المتعامدين أ َ حـ إلى وضعهما الجديد أ ً حـ َ بحيث نقترب بهذه الإدارة من فكرة تبسيط الاختبارات . ويدل الرسم على أن زاوية التدوير تساوى ٢١°



(شكل ٣٨)
تدوير أ َ حـ إلى أ ً حـ َ

وتتلخص عملية حساب تشبعات الاختبارات بالنسبة للمحاور الجديدة أ ً حـ َ في الجدول رقم (١٥٤) .

تدوير ‖ أ َ حـ ‖ إلى ‖ أ ً حـ َ ‖

هذا وقد حسبنا تشبعات الاختبارات بالعوامل الجديدة أ ً حـ َ بنفس الطريقة السابقة .

الاختبارات	أ	ح	أَ	حَ
١	٠ر٤٢	٠ر٠٤	٠ر٣٨	٠ر١٩
٢	-٠ر٠٣	٠ر٢٩	-٠ر١٣	٠ر٢٦
٣	٠ر٠٦	-٠ر٣٨	٠ر٨٤	-٠ر٠٨
٤	٠ر٧٢	٠ر١٤	٠ر٧٢	-٠ر١٣
٥	٠ر٠٧	٠ر٣٠	-٠ر٠٤	٠ر٣٠
٦	٠ر٦١	-٠ر١١	٠ر٦١	٠ر١٢
مجموع المربعات	١ر٦٥	٠ر٣٥	١ر٧٦	٠ر٢٣
المراجعة	٢ر٠٠		١ر٩٩	

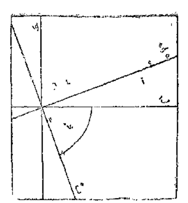
(جدول ١٥٤)

تدوير ‖ أ ح ‖ إلى ‖ أَ حَ ‖

٤ – تدوير بَ حَ إلى بً حً

تبدأ هذه الخطوة بنفس الفكرة التى بدأت بها الخطوة السابقة أى برسم مواقع الاختبارات بالنسبة للعاملين بَ حَ كما يدل على ذلك الرسم البيانى الموضح بالشكل رقم ٣٩ ، تدير المحورين المتعامدين بَ حَ إلى وضعهما الجديد بً حً بحيث نقترب بهذه الإدارة من فكرة تبسيط الاختبارات . ويدل الرسم على أن زاوية التدوير تساوى ٧٠° .

وتتلخص عملية حساب تشبعات الاختبارات بالنسبة للمحاور الجديدة بً حً فى الجدول رقم (١٥٥)



(شكل ٣٩)

تدوير ب ح إلى ب' ح'

الاختبارات	ب	ح	ب'	ح'
١	٠ر٦٦	٠ر١٩	٠ر٠٥	٠ر٦٩
٢	٠ر٧٢	٠ر٢٦	٠ر٠٠	٠ر٧٧
٣	-٠ر٠٣	-٠ر٠٨	٠ر٠٧	-٠ر٠٦
٤	٠ر١٨	٠ر١٣	-٠ر٠٦	٠ر٢١
٥	٠ر٨٢	٠ر٣٠	٠ر٠٠	٠ر٨٧
٦	٠ر٠٨	٠ر١٢	-٠ر٠٩	٠ر١٢
مجموع المربعات	١ر٦٧	٠ر٢٣	٠ر٠٢	١ر٨٩
المراجعة	١ر٩٠		١ر٩١	

(جدول ١٥٥)

تدوير ب ح إلى ب' ح'

هذا وقد حسبنا تشبعات الاختبارات بالعوامل الجديدة ب' ح' بنفس الطريقة السابقة.

تفسير العوامل بالقدرات الطائفية

تتلخص النتيجة النهائية لتدوير العوامل فى البيانات التى يسجلها الجدول رقم (١٥٦) وقد أعيد ترتيب تلك العوامل بحيث أصبح أضعفها آخرها .

الاختبارات	العامل الأول	العامل الثانى	العامل الثالث	الاشتراكيات بعد التدوير	الاشتراكيات قبل التدوير	الفرق
١	٠٫٦٩	٠٫٣٨	٠٫٠٥	٠٫٦٢	٠٫٦٢	٠٫٠٠
٢	٠٫٧٧	-٠٫١٣	٠٫٠٠	٠٫٦١	٠٫٦٠	٠٫٠١
٣	-٠٫٠٦	٠٫٨٤	٠٫٠٧	٠٫٧١	٠٫٧٢	-٠٫٠١
٤	٠٫٢١	٠٫٧٢	-٠٫٠٦	٠٫٥٧	٠٫٥٧	٠٫٠٠
٥	٠٫٨٧	-٠٫٠٤	٠٫٠٠	٠٫٧٦	٠٫٧٦	٠٫٠٠
٦	٠٫١٢	٠٫٦١	-٠٫٠٩	٠٫٣٩	٠٫٣٩	٠٫٠٠
مجموع المربعات	١٫٨٩	١٫٧٦	٠٫٠٢	٠٫٦٦	٣٫٦٦	٠٫٠٠

(جدول ١٥٦)
النتيجة النهائية للعوامل الطائفية بعد تدوير المحاور

وتعتمد عملية تفسير العوامل على التشبعات الكبيرة وخاصة التى تزيد قيمتها عن ٠٫٥ أو تساويها ، وهكذا نرى أن ترتيب التشبعات الكبيرة بالنسبة للعامل الأول ينتظم فى الصورة التالية :

الاختبار الخامس ٠٫٨٧
الاختبار الثانى ٠٫٧٧
الاختبار الأول ٠٫٦٩

فإذا كان القدر المشترك بين هذه الاختبارات هو العمليات الحسابية سمى هذا العامل بالقدرة العددية ، وبذلك يتحول العامل إلى قدرة عقلية .

ويدل ترتيب التشبعات الكبيرة بالنسبة للعامل الثانى على التنظيم التالى :—

الاختبار الثالث	٠٫٨٤
الاختبار الرابع	٠٫٧٢
الاختبار السادس	٠٫٦١

فإذا كان القدر المشترك بين هذه الاختبارات هو الاستدلال سمى هذا العامل الثانى بالقدرة الاستدلالية .

أما العامل الثالث فإنه لا يدل على أى قدرة لأن تشبعاته لا تصلح للتفسير، ولذا يسمى بعامل البواقى .

وهكذا نرى أن التحليل العاملى قد أدى إلى تنظيم الاختبارات فى فئات متجانسة بحيث تدل الأولى على القدرة العددية ، وتدل الثانية على القدرة الاستدلالية ، وتؤدى بنا هذه النتيجة إلى معرفة المكونات الطائفية لكل اختبار من اختبارات البحث فى إطار تلك القدرات .

تمارين على الفصل الخامس عشر

١ — « اعتمدت النشأة الأولى للتحليل العاملى على فكرة الارتباط الجزئى » ناقش .

٢ — بين أهمية التحليل العاملى وميادينه المختلفة .

٣ — « المنهج العاملى للتحليل العاملى منهج استقرائى » ناقش .

٤ — بين المعادلة الأساسية للتحليل العاملى ، ووضح مكوناتها الرئيسية

٥ — برهن على أن تباين الاختبار يساوى مجموع مربعات تشبعاته .

٦ — أذكر أنواع العوامل ، وبين خواص كل نوع منها .

٧ — بين علاقة الاشتراكيات بتشبعات العوامل .

٨ — ما هى علاقة الارتباط بتشبعات العوامل المشتركة .

٩ — أذكر أهم الأسس العلمية لاختيار الاختبارات المناسبة للتحليل .

١٠ — حلل المصفوفة التالية إلى عواملها المشتركة بالطريقة التقاربية .

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٠٫٥١	٠٫٦٢	٠٫٢٢	٠٫٤٨	٠٫٤٣
٢	٠٫٥١		٠٫٤٤	٠٫١١	٠٫٢٦	٠٫٢١
٣	٠٫٦٢	٠٫٤٤		٠٫١٧	٠٫٣٧	٠٫٣٢
٤	٠٫٢٣	٠٫١١	٠٫١٧		٠٫٤٣	٠٫٤٧
٥	٠٫٤٨	٠٫٢٦	٠٫٣٧	٠٫٤٣		٠٫٧٨
٦	٠٫٤٣	٠٫٢١	٠٫٣٢	٠٫٤٧	٠٫٧٨	

١١ — احسب الأخطاء المعيارية لعوامل المصفوفة التالية إذا علمت أن عدد الأفراد يساوى ١٥٠

١٢ — احسب تشبعات العوامل السابقة بعد إدارتها بالطريقة الثنائية المتعامدة ، وبين الأسس التى يمكن أن نستعين بها فى تفسير القدرات التى تدل عليها تلك العوامل .

رقم الإيداع ٣١٩٠ / ١٩٧١

مطبعة دار التأليف ٨ شارع يعقوب بالمالية بمصر
تليفون ٢١٨٢٥



